オークション方式と大規模発電事業者の供給入札行動

非会員 山本 芳弘* 正員 手塚 哲央**

A Large Generator's Bids in an Electricity Supply Auction:
Uniform Pricing vs. Pay-as-Bid Pricing

Yoshihiro Yamamoto*, Non-member, Tetsuo Tezuka*, Member

A pay-as-bid auction has been adopted in a balancing market under New Electricity Trading Arrangements in England and Wales since 2001 instead of a uniform price auction previously used in a day-ahead pool market. In contrast, a spot market in Japan, where a general electric utility would be the main supplier, plans to employ a uniform price auction. In this paper we model an electricity spot market in which one large generator competes with many fringe generators to supply electricity, analyze how this large generator bids to maximize its profits, and report some implication for the design of this market. Three types of auction are analyzed: a highest-winning-bid pricing (HWB) uniform price auction, a lowest-losing-bid pricing (LLB) uniform price auction and a pay-as-bid auction. It is shown that the slope of the bid curve, which is obtained by plotting the large generator's bidding prices against its generation costs, are steeper in an LLB uniform price auction and flatter in a pay-as-bid auction than those in an HWB uniform price auction. This implies that an LLB uniform price auction or a pay-as-bid auction would make room for the fringe generators to win an auction.

キーワード：電力市場，入札行動，大規模発電事業者，同一価格オークション，差別価格オークション

Keywords：Electricity market, Bidding behavior, Large generator, Uniform price auction, Pay-as-bid auction

1. はじめに

英国イングランド，ウェールズでは，1990年に電力産業の規制改革が行われ，すべての電力は電力取引所で取引されることが義務付けられた。プール制度と呼ばれるこの取引では，同一価格オークション（uniform price auction）が採用された。すなわち，供給することを落札した企業の受取価格は，いずれも市場の需要曲線と供給曲線が交わる場所の価格である。プール制度では，燃料コストの低下や市場集中度の大幅な低下があったにもかかわらず，2000年，2001年の電力価格は，1990年の電力価格よりも高かった。これは市場の制度設計に問題があるとされた。特に，同一価格オークションのもとでは，大規模発電事業者は容易に市場支配力を行使し得ると考えられていた。これらを背景に，2001年3月，新電力取引制度（New Electricity

Trading Arrangements, NETA）が採用された。そこでは，プール制度が廃止され，最終的な需給を調整するためのバランシング市場が設けられた。バランシング市場では，プール制度で採用されていた同一価格オークションに替わって，差別価格オークション（pay-as-bid auction あるいは discriminatory auction）が採用された。差別価格オークションでは，落札者は，自分が当初入札していた価格を受け取る。規制当局（Office of Gas and Electricity Markets, Ofgem）は，最近，電力価格が低下したのは，NETAにより市場制度を改めたからであるとしている⁽⁵⁾。

わが国でも，2005年4月に，一般電気事業者（電力会社），独立電気事業者（IPP），特定規模電気事業者（PPS）や自家発電保有者などが電力を売買する場である卸電力市場が開設された。そこでは，スポット取引と先渡し取引の2銘柄が上場され，従来の自社電源や長期相対契約を補完するものとして機能することが期待されている。特に，スポット取引は，需給の最終調整の場とされている。スポット取引では，オークションによって電力供給者と価格が決定されるが，投資指標となるように，1価格1オークションを用いるとされている。すなわち，1日を30分間隔で分割した48個の時間帯に対し，売り手と買い手が価格と数量（キロワット）を入札し，需給が均衡する1価格で決済される。つま

* 名古屋大学エコトピア科学研究所
〒464-8603 名古屋市千種区不老町
Nagoya University
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya 464-8603

** 京都大学大学院エネルギー科学研究科
エネルギー社会・環境科学専攻
〒606-8501 京都市左京区吉田本町
Kyoto University
Yoshida-Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto 606-8501

り、同一価格オークションが採用されることになっている。

同一価格オークションと差別価格オークションとの比較に関しては、オークション理論の分野で数多くの研究がある。例えば、Engelbrecht-Wiggans et al.⁽¹⁾⁽²⁾は、同一価格オークションと差別価格オークションとで、多数の入札参加者が同質財を2単位落札しようと入札する場合の入札行動を分析している。電力市場を対象としたものとして、Federico et al.⁽⁴⁾は、完全競争と独占のそれぞれで、需要に関しては不確実であるが費用に関しては完全情報であるとの仮定で分析している。完全競争の場合は、差別価格オークションでは価格を低下させるが効率もまた低下すること、他方、独占の場合は、差別価格オークションでは市場支配力の行使はより困難であり、同一価格オークションから差別価格オークションに変更すると市場支配力を有する企業はより非効率的に対応し、その結果、経済厚生が低下することを示している。また、Fabra et al.⁽³⁾は、寡占状況をモデル化し、同一価格オークションでは差別価格オークションより平均価格が高くなること、しかし効率性に関して優劣は断定できないという結論を得ている。同一価格オークションと差別価格オークションとの比較ではないが、電力市場をオークションで分析した研究として、Wolfram⁽⁸⁾やParisio et al.⁽⁶⁾は、ライバルの入札価格を確率分布として知っていると仮定して、自社のある特定1設備の最適入札価格を求めている。また、山本ほか⁽⁷⁾は、既存の大規模発電事業者1社と多数の新規参入小規模発電事業者が入札に参加する状況をモデル化し、需要の大小で大規模発電事業者の入札行動を比較検討している。

ところで、同一価格オークションで落札者が受け取る価格は、落札できた全入札のうち最も高い価格（the highest winning bid, HWB）以上、落札できなかった全入札のうち最も低い価格（the lowest losing bid, LLB）以下であれば、いずれの価格であっても需要と供給が一致する。電力市場において同一価格オークションを分析する場合、落札者が受け取る価格はHWBとするのが通例である。他方、一般のオークション理論では、LLBを受取価格とする場合が多い。上述の先行研究でも、このような設定になっている。

わが国では、これまで10電力会社による地域独占体制がとられてきた。このため、スポット取引市場に参加する電気事業者の中では電力会社が圧倒的な供給力を有し、スポット取引市場では電力会社が主要な供給者になると考えられている。このようなわが国の事情を考えると、多数の発電設備を保有する既存の大規模発電事業者と、新規参入である多数の小規模発電事業者が電力供給入札に参加する状況をモデル化した上で、同一価格オークションと差別価格オークションを比較検討する必要がある。しかしながら、上述のように、先行研究では、完全競争や寡占が中心で、しかも発電設備数が限られており、このようなモデル構成で分析した例はない。また、電力市場における同一価格オークションの分析で、LLBを受取価格とする研究もなされていない。以上を踏まえ、本論文では、大規模発電事業者1

社と多数の小規模発電事業者が、一般的な複数単位を落札しようと入札するスポット取引市場をモデル化し、同一価格オークション（HWB）、同一価格オークション（LLB）、及び差別価格オークションで、大規模発電事業者の入札行動を求める。そして、わが国のような市場構造を前提とした場合のスポット取引市場における制度設計のための知見を得ることを目的とする。

本論文の構成は以下のようにになっている。次の第2節で、モデルの構成を説明する。第3節では、同一価格オークション（HWB）、同一価格オークション（LLB）及び差別価格オークションのそれぞれでの大規模発電事業者の入札行動を分析する。第4節でまとめを述べる。

2. モデルの構成

多数の発電設備を保有する既存の大規模発電事業者（以下、大企業）1社と、新規参入である多数の小規模発電事業者（以下、小企業）が、卸電力供給の入札を行うスポット取引市場を考える。本論文のモデルの特徴は、大企業は、各設備を自社設備全体の中で位置づけて入札価格を決定するのに対して、小企業は設備毎に独立に入札価格を決定する点である。本論文のモデルは、山本ほか⁽⁷⁾のモデルをベースにしている。異なるのは、山本ほか⁽⁷⁾が需要の大小で大企業の入札行動を比較検討しているのに対して、本論文では需要一定のもとで3つのオークション方式で大企業の入札行動を分析する。

〈2・1〉 スポット取引市場のモデル化 大企業は、 n (>1) 基の発電設備を保有する（表1参照）。一方、各小企業の発電設備数は大企業と比較して極めて少なく、小企業全体で保有する合計発電設備数を m (>1) 基とする。また、簡単化のため、入札に参加する各発電設備の発電量は大企業、小企業にかかわらず同一であるとし、その量を1ユニットと呼ぶ。各発電設備の発電費用は設備毎で一定とし、大企業の各設備の1ユニット当たりの発電費用を小さいものから順に並べたとき、その第 i 番目の値を x_i で表す。簡単化のため、 x_i は0以上1以下の値であるとする

表1 モデルの構成
Table 1. Model architecture.

participant	one large generator; many fringe generators
number of plants	large generator: $n(>1)$ plants; fringe generators: $m(>1)$ plants in all
quantity generated	1 unit per plant
generation cost	large generator: $(0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n \leq 1)$ per unit
demand	k units (price-inelastic) $k \leq n$ and $k \leq m$
bidding price	large generator: $b_1 \leq \dots \leq b_n$ fringe generators (seen from the large generator): $Y_1 \leq \dots \leq Y_m$

($0 \leq x_1 < \dots < x_n \leq 1$)。発電設備としては、同タイプのもを想定している。したがって、ある設備は発電費用が極端に低く常に落札される、という状況は起こり得ない。需要は価格に対して非弾力的で、ユニット数で表されるとし、それを k とする (k は正の整数)。需要 k は、大企業および全小企業の発電設備の各総ユニット数以下であると仮定する ($k \leq n$ かつ $k \leq m$)。スポット取引市場は次のように機能する。 k の値が入札以前に各社に知られる。入札参加企業は発電設備毎に供給価格を入札し、全入札を価格の低いものから順に並べたときの最初の k 個が落札される。落札者は、落札設備で電力を供給するとともに、あらかじめ定められている受取価格方式に従い、対価を受け取る。

〈2・2〉 入札行動のモデル化 価格の入札に関しては、次の前提をおく。小企業は新規参入企業であるため、電力産業における技術や経営ノウハウに関してまだ十分な知識を有していない。加えて、小企業 1 社当たりの設備数は極めて少ない。そのため、ライバルの入札価格を推測し、戦略的に入札することは難しいと考えられる。したがって、各小企業は、発電費用に一定の利潤を加えた値を入札するなど、発電設備毎に独立に入札すると仮定する。一方、大企業は、既存企業として電力産業における技術や経営ノウハウに関して十分な知識を有している。したがって、大企業は小企業の入札価格に関し、正確には知らなくてもある程度の推測は可能である。そこで、大企業は小企業の入札価格を確率変数として知っているとして仮定する。すなわち、大企業は、小企業の各発電設備の入札価格が、それぞれ独立にある同一の確率分布 F (密度関数を f とする) に従うことを知っているとする。そして、自社設備の発電費用と小企業の入札価格に対する推測をもとに、大企業は自社設備すべてを総合的に勘案して入札する。大企業が発電費用 x_i の設備に対して入札する価格を b_i で表すことにする ($b_1 \leq \dots \leq b_n$)。

大企業から見た場合の小企業の入札価格を、小さい方から順に並べた第 i 番目 ($i=1, \dots, m$) の値も、やはり確率変数となることが知られている。それを Y_i で表すことにすると、これは第 i 番目の順序統計量となり、その確率分布 F_i は次式で与えられる。

$$F_i(y) = \Pr\{Y_i < y\} \\ = \sum_{r=i}^m \binom{m}{r} (F(y))^r (1-F(y))^{m-r} \dots\dots\dots (1)$$

また、密度関数 f_i は次式で得られる (付録参照)。

$$f_i(y) = \frac{m!}{(m-i)!(i-1)!} f(y) (F(y))^{i-1} (1-F(y))^{m-i} \\ \dots\dots\dots (2)$$

大企業は危険中立的であり、期待利潤を最大化することを目的としているとする。本研究では、分析を簡単にするために、大企業と小企業の間で入札価格が同じ値になる場合は考えないとする。

図 1 スポット取引市場での入札 ($n=m=5$, $k=4$)

Fig. 1. Bids in an electricity spot market.

図 1 に、スポット取引市場への入札状況を $n=m=5$, $k=4$ の場合について示す (図 1 参照)。図 1 では、大企業の入札を左から右へ、小企業全体の入札を右から左へ、いずれも価格の低い順に並べてある。需要は入札前に知らされているので、大企業は k 個の価格を入札する。図 1 では、大企業の入札の b_1 から b_3 までと小企業の入札の Y_1 が落札される。

大企業がちょうど j ($\leq k-1$) ユニット落札することは、大企業は (発電費用の小さい順に並べた) 第 j ユニットを落札できるが第 $j+1$ ユニットは落札できないことである。したがって、大企業がちょうど j ユニット落札する事象を A_j で表すと、 $A_j = \{b_j < Y_{k-j+1}, b_{j+1} > Y_{k-j}\}$ となる。このとき小企業は全体として、小企業の全入札のうち (入札価格の小さい順に並べた) 第 $k-j$ ユニットまでを落札することができる。また、大企業が需要 k すべてを落札することは、大企業は最も入札価格が高い第 k ユニットを落札できることであり、その事象は $\{b_k < Y_1\}$ となる。

3. オークション方式と大企業の入札行動

〈3・1〉 同一価格オークション (HWB) ここでは、落札者が受け取る価格は、落札できた全入札のうち最も高い価格 (HWB) とする。したがって、大企業がちょうど j ($\leq k-1$) ユニットを落札する場合の受取価格 P_H^j は、 b_j と Y_{k-j} の大きい方であり、

$$P_H^j = E[\max\{b_j, Y_{k-j}\} | A_j] \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここで E は期待値オペレーターである。また、大企業が需要すべてを落札する場合の受取価格は b_k である。よって、このときの大企業の期待利潤 Π_H は、次のように表すことができる。

$$\Pi_H = \Pr\{b_k < Y_1\} \left(k \cdot b_k - \sum_{r=1}^k x_r \right) \\ + \sum_{j=1}^{k-1} \left\{ \Pr(A_j) \left(j \cdot P_H^j - \sum_{r=1}^j x_r \right) \right\} \dots\dots\dots (4)$$

Π_H を制約条件 $b_1 \leq \dots \leq b_k$ のもとで最大化する。まず、制約条件を無視することとして、 b_j ($j=1, \dots, k$) で(4)式を微分することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_H}{\partial b_j} &= -(b_j - x_j) f_{k-j+1}(b_j) \\ &\quad + j(F_{k-j}(b_j) - F_{k-j+1}(b_j)) \\ &= \frac{m!}{(m-k+j)!(k-j)!} \\ &\quad \cdot (F(b_j))^{k-j} (1-F(b_j))^{m-k+j-1} \\ &\quad \cdot \{-(m-k+j)(b_j - x_j)f(b_j) + j(1-F(b_j))\} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで(1)式および(2)式を用いた。

$-(b_j - x_j)f_{k-j+1}(b_j) + j(F_{k-j}(b_j) - F_{k-j+1}(b_j))$ の第1項は、 b_j を微小量 Δ だけ増加させたとき、 $b_j > Y_{k-j+1}$ となる確率が $f_{k-j+1}(b_j)$ だけ増加することにより b_j を落札することができなくなり利潤を $(b_j - x_j)\Delta$ だけ失うことを示し、第2項は、 $Y_{k-j} < b_j < Y_{k-j+1}$ 、すなわち、ちょうど j ユニットを落札し受取価格が b_j ならば $j\Delta$ だけ利潤が増加することを示している。

(5)式の右辺第2等式から次の1階条件を得る。

$$-(m-k+j)(b_j - x_j)f(b_j) + j(1-F(b_j)) = 0 \quad (6)$$

(6)式の解 b_j は常に存在するが、それが唯一の解であると仮定して、それを $b_j = b_j(x_j)$ とする。 $b_j(x_j)$ に関して次の性質が成り立つ。

- $b_j(x_j) \geq x_j$ である(等号成立は $x_j=1$ のときに限る)。
- $b_j(x_j)$ は、点 $(x_j, b_j)=(1,1)$ を通る $(0,1)$ 上の増加関数である。
- $[0,1]$ 上の任意の x に対して、 $b_j(x) \leq b_{j+1}(x)$ が成り立つ。

以下で、これらの導出について簡単に説明する。(6)式の左辺を $\lambda_j(b_j; x_j)$ とおく。すなわち、

$$\begin{aligned} \lambda_j(b_j; x_j) &= -(m-k+j)(b_j - x_j)f(b_j) + j(1-F(b_j)) \end{aligned} \quad (7)$$

$b_j < x_j$ とすると(7)式より $\lambda_j(b_j; x_j) > 0$ となるから、 $\lambda_j(b_j; x_j) = 0$ となるためには $b_j(x_j) \geq x_j$ が必要条件である。そして $\lambda_j(x_j; x_j) = j(1-F(x_j))$ であるから、等号成立は $x_j=1$ のときに限ることがわかる。また、 $\lambda_j(1;1)=0$ であるから、 $b_j(x_j)$ は点 $(x_j, b_j)=(1,1)$ を通る。

$b_j(x_j)$ が $x_j \in (0,1)$ の増加関数であることは、次のようにしてわかる。 $b_j(x_j) > x_j$ であり、かつ $b_j(x_j)$ は(6)式の唯一の解であるから、 $\partial \lambda_j / \partial b_j \big|_{b_j=b_j(x_j)} < 0$ が成り立つ。また、

$\partial \lambda_j / \partial x_j \big|_{b_j=b_j(x_j)} = (m-k+j)f(b_j(x_j)) > 0$ である。したがって、陰関数定理を用いて、

$$b_j'(x_j) = -\frac{\partial \lambda_j / \partial x_j}{\partial \lambda_j / \partial b_j} > 0 \quad (8)$$

を得る。よって、 $b_j(x_j)$ は $x_j \in (0,1)$ の増加関数である。

また、 $(0,1)$ 上の任意の x に対して $b_j(x) \leq b_{j+1}(x)$ が成り立つことは、次のようにしてわかる。

$$\begin{aligned} \lambda_j(b_j(x_j); x_j) &= -(m-k)(b_j(x_j) - x_j)f(b_j(x_j)) \\ &\quad + j\{-(b_j(x_j) - x_j)f(b_j(x_j)) + 1 - F(b_j(x_j))\} \end{aligned} \quad (9)$$

と表すことができ、 $\lambda_j(b_j(x_j); x_j) = 0$ であるから、 $m > k$ のとき、 $-(b_j(x_j) - x_j)f(b_j(x_j)) + 1 - F(b_j(x_j)) > 0$ でなければならない。したがって、

$$\begin{aligned} \lambda_{j+1}(b_j(x_j); x_j) &= -(m-k+(j+1))(b_j(x_j) - x_j)f(b_j(x_j)) \\ &\quad + (j+1)(1-F(b_j(x_j))) \\ &= -(b_j(x_j) - x_j)f(b_j(x_j)) + 1 - F(b_j(x_j)) > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

となる。ここで、第2番目の等号には $\lambda_j(b_j(x_j); x_j) = 0$ ((6)式)を用いた。(10)式は、 $\lambda_{j+1}(b_{j+1}(x_j); x_j) = 0$ を満たす $b_{j+1}(x_j)$ は、 $b_j(x_j)$ よりも大きいことを示す。よって、 $(0,1)$ 上の任意の x に対して $b_j(x) < b_{j+1}(x)$ であることがわかる。また、 $m=k$ 、つまり小企業の総発電ユニット数と需要が等しい場合、(6)式は、

$$-(b_j - x_j)f(b_j) + (1-F(b_j)) = 0 \quad (11)$$

となり、すべての j に対して $b_j(x_j)$ は同一の関数となる。よって、このときは $b_j(x) = b_{j+1}(x)$ となる。

以上の諸性質から、制約条件 $b_1 \leq \dots \leq b_k$ は有効制約ではないことがわかる。そして、大企業の入札価格は、(発電費用が1である場合を除いて)常に発電費用よりも高くなる。また、発電費用が異なる設備の入札価格が、同じ値になることはないこともわかる。

以上の分析を、数値例を用いて具体的に説明する。分布関数 F としてサポートが $[0,1]$ である一様分布 $F(y)=y$ を考える。大企業および全小企業の発電設備数を $n=m=5$ とし、需要を $k=4$ とする。最適入札価格は(6)式より $j=1, \dots, 4$ に対して、 $b_j(x_j) = \{(1+j)x_j + j\} / (1+2j)$ が得られる。

例えば、 $x_1=0.10$, $x_2=0.30$, $x_3=0.50$, $x_4=0.70$, $x_5=0.90$ であるとする、入札価格は、 $b_1=b_1(0.10)=0.40$, $b_2=b_2(0.30)=0.58$, $b_3=b_3(0.50)=0.71$, $b_4=b_4(0.70)=0.83$ となる。制約条件 $b_1 \leq \dots \leq b_5$ は常に有効制約とはならない。

図2 同一価格オークション (HWB) での入札
($n=m=5$, $k=4$, $F(y)=y$)

Fig. 2. Bids in an HWB uniform price auction.

図2に、このときの発電費用 $x_1, \dots, x_5$ に対する入札価格 $b_1, \dots, b_4$ を黒点で示す(図2参照)。需要が $k=4$ であるから b_5 は入札されない。また、発電費用が異なる発電設備に対して同額を入札することはない。

〈3・2〉 同一価格オークション (LLB) ここでは、落札者が受け取る価格は、落札できなかった全入札のうち最も低い価格 (LLB) とする。したがって、大企業がちょうど、 j ($\leq k-1$) ユニットの落札する場合の受取価格 P_L^j は、 b_{j+1} と Y_{k-j+1} の小さい方であり、

$$P_L^j = E[\min\{b_{j+1}, Y_{k-j+1}\} | A_j] \quad (12)$$

となる。また、大企業がすべての需要を落札するときの期待価格は、 $E[Y_1 | b_k < Y_1]$ である。よって、大企業の期待利潤 Π_L は、次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \Pi_L = & \Pr\{b_k < Y_1\} \left(k \cdot E[Y_1 | b_k < Y_1] - \sum_{r=1}^k x_r \right) \\ & + \sum_{j=1}^{k-1} \left\{ \Pr(A_j) \left(j \cdot P_L^j - \sum_{r=1}^j x_r \right) \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

(13)式を制約条件 $b_1 \leq \dots \leq b_k$ のもとで最大化する。前節と同様に、まず制約条件を無視することとして、 b_j ($j=1, \dots, k$) で(13)式を微分すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_L}{\partial b_j} = & -(b_j - x_j) f_{k-j+1}(b_j) \\ & + (j-1) (F_{k-j+1}(b_j) - F_{k-j+2}(b_j)) \\ = & \frac{m!}{(m-k+j+1)!(k-j+1)!} \\ & \cdot (F(b_j))^{k-j} (1-F(b_j))^{m-k+j+1} \\ & \cdot \{ -(k-j+1)(b_j - x_j) f(b_j) + (j-1) F(b_j) \} \end{aligned} \quad (14)$$

ここで(1)式および(2)式を用いた。

(14)式の右边第1等式の第1項は、 b_j を微小量 Δ だけ増加させたとき、 $b_j > Y_{k-j+1}$ となる確率が $f_{k-j+1}(b_j)$ だけ増加することにより b_j を落札することができなくなり利潤を近似的に $(b_j - x_j)\Delta$ だけ失うことを示し、第2項は、 $Y_{k-j+1} < b_j < Y_{k-j+2}$ 、すなわち、ちょうど $j-1$ ユニットの落札し受取価格が b_j ならば $(j-1)\Delta$ だけ利潤が増加することを示している。

(14)式の右边第2等式から次の1階条件を得る。

$$-(k-j+1)(b_j - x_j) f(b_j) + (j-1) F(b_j) = 0 \quad (15)$$

j が大きな値になると、(15)式を満たす b_j は存在しない。例えば、 F を $[0, 1]$ をサポートとする一様分布とし、 $k=4$ とすると $j=3, 4$ に対しては解 $b_j(x_j)$ は存在しない。仮に、(15)式を満たす解 $b_j = b_j(x_j)$ が存在し、かつそれが唯一の解であるとする、 $b_j(x_j)$ は次の性質を有することを示すことができる。

- $b_j(x_j) \geq x_j$ である (等号成立は $x_j=0$ のときに限る)。
 - $b_j(x_j)$ は、点 $(x_j, b_j) = (0, 0)$ を通る $(0, 1)$ 上の増加関数である。
 - $[0, 1]$ 上の任意の x に対して、 $b_j(x) \leq b_{j+1}(x)$ が成り立つ。
- これらの諸性質も、基本的に、同一価格オークション (HWB) の場合と同様にして示すことができる。ここでは $b_j(x) \leq b_{j+1}(x)$ のみを示す。(15)式より、

$$\begin{aligned} & -(b_j - x_j) \{ k - (j+1) + 1 \} f(b_j) + \{ (j+1) - 1 \} F(b_j) \\ = & -(k-j+1)(b_j - x_j) f(b_j) + (j-1) F(b_j) \\ & + (b_j - x_j) f(b_j) + F(b_j) \\ = & (b_j - x_j) f(b_j) + F(b_j) \geq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

が成り立つ。よって、(15)式の解の一意性より、 $b_j(x) \leq b_{j+1}(x)$ であることがわかる。

以上の諸性質から、制約条件 $b_1 \leq \dots \leq b_k$ は有効制約ではないことがわかる。 $j=1$ のとき $b_1(x_1) = x_1$ である。したがって、第1ユニットに対しては、常に正直に発電費用を入札するのが最適となる。第2ユニット以降に対する入札価格は、常に発電費用よりも高くなる。また、発電費用 x_j が大きくなると $b_j(x_j)$ は1よりも大きくなる。このことは、落札する意思がないことを示す。

以上の分析を、数値例を用いて具体的に説明する。これまで同様、分布関数 F としてサポートが $[0, 1]$ である一様分布 $F(y) = y$ を考える。大企業および全小企業の発電設備数を $n=m=5$ とし、需要を $k=4$ とする。(15)式より、 $j=1, 2$ に対して、 $b_j(x_j) = (5-j)/(6-2j)x_j$ を得る。特に、 $j=1$ に対しては、 $b_1(x_1) = x_1$ となり、正直に発電費用 x_1 を入札するのが最適となる。また、 $j=2$ に対しては、 $b_2(x_2) = 3/2 x_2$ であるから、 $x_2 \geq 2/3$ であれば常に $b_2=1$ となり、落札する意思はなくなる。上で述べたように、 $j=3, 4$ に対しては解 $b_j(x_j)$ は存在しない。つまり、 $j=3, 4$ に対しては、発電費用がい

くらであつても落札する意思はなく、常に $b_3=b_4=1$ となる。例えば、 $x_1=0.10$, $x_2=0.30$, $x_3=0.50$, $x_4=0.70$, $x_5=0.90$ とすると、入札価格は、 $b_1=b_1(0.10)=0.10$, $b_2=b_2(0.30)=0.45$, $b_3=b_4=1$ となる。図 3 に、このときの発電費用 $x_1, \dots, x_5$ に対する入札 $b_1, \dots, b_4$ を黒点で示す (図 3 参照)。需要が $k=4$ であるから b_5 は入札されない。また、入札価格が 1 となる場合を除いて、発電費用が異なる発電設備に対して同額を入札することはない。

〈3・3〉 差別価格オークション ここでは、差別価格オークションにおける大企業の入札行動を分析する。差別価格オークションでは、落札者の決定方法はこれまでの同一価格オークションと同じであるが、落札者の受取価格は、落札者自身が落札することができた設備に対して当初入札していた価格である。したがって、このときの大企業の期待利潤 Π_P は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Pi_P &= \Pr\{b_k < Y_1\} \cdot \sum_{r=1}^k (b_r - x_r) \\ &+ \sum_{j=1}^{k-1} \left\{ \Pr(A_j) \sum_{r=1}^j (b_r - x_r) \right\} \dots\dots\dots (17) \\ &= \sum_{j=1}^k \left\{ (b_j - x_j) (1 - F_{k-j+1}(b_j)) \right\} \end{aligned}$$

差別価格オークションの場合は、(1)式および(2)式を用いても(17)式は却って複雑になるので、順序統計量による表現にとどめている。

$-(b_j - x_j)f_{k-j+1}(b_j) + (1 - F_{k-j+1}(b_j))$ の第 1 項は、 b_j を微小量 Δ だけ増加させたとき、 $b_j > Y_{k-j+1}$ となる確率が $f_{k-j+1}(b_j)$ だけ増加することにより b_j を落札することができなくなり利潤を $(b_j - x_j)\Delta$ だけ失うことを示し、第 2 項は、 $b_j < Y_{k-j+1}$ 、すなわち、少なくとも j ユニットの落札するならば入札価格が b_j である第 j ユニットの利潤として Δ だけ利潤が増加することを示している。

(17)式を制約条件 $b_1 \leq \dots \leq b_k$ のもとで最大化する。前節と同様に、まず制約条件を無視することとして、 $b_j (j=1, \dots, k)$

図 3 同一価格オークション (LLB) での入札 ($n=m=5$, $k=4$, $F(y)=y$)

Fig. 3. Bids in an LLB uniform price auction.

で(17)式を微分して次の 1 階条件を得る。

$$\frac{\partial \Pi_P}{\partial b_j} = -(b_j - x_j)f_{k-j+1}(b_j) + (1 - F_{k-j+1}(b_j)) = 0 \dots\dots\dots (18)$$

(18)式の解 b_j は常に存在するが、それが唯一の解であると仮定して、それを $b_j = b_j(x_j)$ とする。 $b_j(x_j)$ は、次の性質を有することを示すことができる。

- $b_j(x_j) \geq x_j$ である (等号成立は $x_j=1$ のときに限る)。
- $b_j(x_j)$ は、点 $(x_j, b_j)=(1,1)$ を通る $(0,1)$ 上の増加関数である。
- $[0,1]$ 上の任意の x に対して、 $b_j(x) \geq b_{j+1}(x)$ が成り立つ。

これらの諸性質も、基本的に、これまでと同様にして示すことができる。ここでは $b_{j+1}(x) \leq b_j(x)$ についてのみ示す。順序統計量 F_{j+1} は、危険率 (hazard rate) の意味で F_j を支配していることに注意する。すなわち、次式が成り立つ。

$$\frac{f_{j+1}(b)}{1 - F_{j+1}(b)} \leq \frac{f_j(b)}{1 - F_j(b)} \quad b \in [0,1] \dots\dots\dots (19)$$

(19)式の j を $k-j$ に置き換えた関係式を用いて、次式を得る。

$$\begin{aligned} &-(b_j - x_j)f_{k-(j+1)+1}(b_j) + (1 - F_{k-(j+1)+1}(b_j)) \\ &\leq -(b_j - x_j)f_{k-j+1}(b_j) + (1 - F_{k-j+1}(b_j)) = 0 \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

この不等式から、(18)式の解の一意性より、 $b_{j+1}(x) \leq b_j(x)$ が成り立つことがわかる。

以上の諸性質から、制約条件 $b_1 \leq \dots \leq b_k$ が有効になる場合が生じる可能性がある。その場合は、制約条件が有効となる b_j に対して、 $b_{j+1}=b_j$ 、あるいは $b_j=b_{j+1}$ のように同額入札を考え、再度、期待利潤を構成し、利潤最大化を行う。それでも制約が有効になる場合は、さらに別の同額入札の組を検討するか、同額入札の個数を増やすなどしなければならない。

以上の分析を、数値例を用いて具体的に説明する。これまで同様、分布関数 F としてサポートが $[0,1]$ である一様分布 $F(y)=y$ を考える。大企業および全小企業の発電設備数を $n=m=5$ とし、需要を $k=4$ とする。これまでと異なり今回の場合は、たとえ分布関数 F を一様分布のような簡単な分布にしても、(18)式から $b_j(x_j)$ を明示的に得ることはできない。そこで、数値計算による結果のみを示す。例えば、 $x_1=0.10$, $x_2=0.30$, $x_3=0.50$, $x_4=0.70$, $x_5=0.90$ であるとすると、(18)式から、 $b_1(0.01)=0.56$, $b_2(0.03)=0.53$, $b_3(0.05)=0.61$, $b_4(0.07)=0.75$ となり、制約条件 $b_1 \leq \dots \leq b_k$ を満たさない (需要が $k=4$ であるから b_5 は入札されない)。そこで、 $b_1=b_2 (=b)$ として再度、期待利潤を構成する。そして、 b , b_3 , b_4 に関して 1 階条件を求める。まず、 b に関する 1 階条件、

$$\begin{aligned} &1 - F_4(b) - (b - x_1)f_4(b) \\ &+ 1 - F_3(b) - (b - x_2)f_3(b) = 0 \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

を得る。 b_3 , b_4 に関する 1 階条件は(18)式と同一である。こ

図4 差別価格オークションでの入札
($n=m=5$, $k=4$, $F(y)=y$)

Fig. 4. Bids in a pay-as-bid auction.

れから, $b_1=b_2=b(0.10,0.20)=0.55$, $b_3=b_3(0.50)=0.61$, $b_4=b_4(0.70)=0.75$ を得る。図4に, このときの発電費用 $x_1, \dots, x_5$ に対する入札 $b_1, \dots, b_4$ を黒点で示す(図4)。需要が $k=4$ であるから b_5 は入札されない。発電費用が x_1 及び x_2 である発電設備に対しては, 発電費用が異なるにもかかわらず同額を入札するのが最適となる。

4. おわりに

本論文では, 多数の発電設備を有する既存の大企業1社と, 僅かな発電設備しか持たない新規参入である多数の小企業が, スポット取引市場で供給入札をするときの大企業の入札行動を, 同一価格オークション(HWB), 同一価格オークション(LLB)及び差別価格オークションそれぞれで分析した。分析の結果, 同一価格オークション(LLB)では, 各発電設備の発電費用に対する入札価格のプロットが急になり, 発電費用が大きい設備では入札価格が上限と一致し全く落札する意思がなくなることがある。一方, 差別価格オークションでは, 発電費用が異なるにもかかわらず同額を入札する場合があります, 各発電設備の発電費用に対する入札価格のプロットは緩やかになる。したがって, 同一価格オークション(LLB)や差別価格オークションでは, 小企業が落札する余地が広がる。同一価格オークション(HWB)では, 各発電設備の発電費用に対する入札価格のプロットは, 上2つの中間的な形状になり, 各発電設備の発電費用の違いを比較的反映した入札となることが明らかになった。以上の分析結果から, 次のことが言える。大企業になるべく発電費用に応じた価格を入札させるためには, 同一価格オークション(HWB)が望ましい。一方, 現在は非効率であっても, 小企業になるべく落札させ, 競争力をつけさせることによって将来的に効率的な市場を目指すのであれば, 同一価格オークション(LLB)や差別価格オークションが望ましいことがわかる。

今後の展開としては, 大企業による参入阻止行動や, 大企業が複数である場合の分析が考えられる。さらに, 入札が繰り返し行われる点や, 企業間での結託も考慮すべき点

である。入札が繰り返し行われるとライバルのタイプがある程度明らかになるので, 本研究の手法が応用できる可能性がある。ところで, 電力系統の重要な特徴のひとつに送電ネットワークがある。送電ネットワークをも考慮に入れた入札行動の分析も今後の重要な課題である。わが国でのスポット取引市場の開設後, 実証的分析を通じて, 更なるモデル分析を行い, より望ましいスポット取引市場を形成していかなければならない。

(平成17年1月31日受付, 平成17年6月13日再受付)

文 献

- (1) R. Engelbrecht-Wiggans and C. M. Kahn: "Multi-Unit Auctions with Uniform prices", *Economic Theory*, Vol.12, No.2, pp. 227-258 (1998a)
- (2) R. Engelbrecht-Wiggans and C. M. Kahn: "Multi-Unit Pay-Your-Bid Auctions with Variable Awards", *Games and Economic Behavior*, Vol.23, No.1, pp. 25-42 (1998b)
- (3) N. Fabra, N.H. Von der Fehr and D. Harbord: "Designing Electricity Auctions", mimeo. (2003)
- (4) G. Federico and D. Rahman: "Bidding in an Electricity Pay-as-Bid Auction", *Journal of Regulatory Economics*, Vol.24, No.2, pp. 175-211 (2003)
- (5) Ofgem: "The Review of the First Year of NETA: A Review Document. Volumes 1 and 2", Ofgem Report, 48/02 (2002)
- (6) L. Parisio and B. Bosco: "Market Power and the Power Market: Multi-Unit Bidding and (In)Efficiency in Electricity Auctions", *International Tax and Public Finance*, Vol.10, No.4, pp. 377-401 (2003)
- (7) Y. Yamamoto and T. Tezuka: "The Bidding Behavior of a Large Generator in an Electricity Spot Market", *Denryoku Keizai Kenkyu*, 53, pp. 1-10 (2005) (in Japanese)
山本芳弘・手塚哲央:「開設初期の電力スポット市場における供給入札行動」, 電力経済研究, 53, pp.1-10 (2005)
- (8) C. D. Wolfram: "Strategic Bidding in a Multiunit Auction: An Empirical Analysis of Bids to Supply Electricity in England and Wales", *Rand Journal of Economics*, Vol.29, No.4, pp. 703-725 (1998)

付 録

本文中(2)式の導出を示す。(1)式の $F_i(y)$ を y で微分することにより,

$$\begin{aligned}
 f_i(y) &= f(y) \sum_{r=i}^m \frac{m!}{(m-r)!(r-1)!} (F(y))^{r-1} (1-F(y))^{m-r} \\
 &\quad - f(y) \sum_{r=i}^m \frac{m!}{(m-r-1)!r!} (F(y))^r (1-F(y))^{m-r-1} \\
 &= f(y) \sum_{r=i}^m \frac{m!}{(m-r)!(r-1)!} (F(y))^{r-1} (1-F(y))^{m-r} \\
 &\quad - f(y) \sum_{s=i+1}^m \frac{m!}{(m-s)!(s-1)!} (F(y))^{s-1} (1-F(y))^{m-s} \\
 &= \frac{m!}{(m-i)!(i-1)!} f(y) (F(y))^{i-1} (1-F(y))^{m-i} \\
 &\quad \dots\dots\dots (A1)
 \end{aligned}$$

となり, (2)式が示される。

山 本 芳 弘

(非会員) 2005年3月京都大学大学院エネルギー科学研究科博士後期課程修了。博士(エネルギー科学)。現在、名古屋大学エコトピア科学研究所助教授。専門はエネルギー・環境経済学。日本経済学会、環境経済・政策学会、エネルギー・資源学会、国際エネルギー経済学会(IAEE)などの会員。

手 塚 哲 央

(正員) 1983年3月東京大学大学院工学系研究科博士課程修了。工学博士。現在、京都大学大学院エネルギー科学研究科エネルギー社会・環境科学専攻教授。エネルギーシステム学に関する研究に従事。エネルギー・資源学会、日本エネルギー学会、国際エネルギー経済学会(IAEE)、環境経済・政策学会などの会員。