縦続非線形ファブリペロ共振器の一解析法

正員 岸岡 清* 非会員 山本 明人*

An Analyzing Method of Series-Connected Fabry Perot Optical Resonator

Kiyoshi Kishioka*, Member, Akihito Yamamoto*, Non-member

This letter presents an analyzing method on the series-connected Fabry-Perot resonator composed of a lossless nonlinear media. Simulation results on the bistability are demonstrated, and differences in the bistable characteristic from the conventional single Fabry-Perot resonator are also described.

キーワード：非線形共振器，ファブリペロ共振器，光双安定

Keywords: Nonlinear optical resonator, Fabry Perot resonator, Optical bistability

1. まえがき

光学非線形性（Kerr-effect）を利用した素子は，光による光の直接制御と言う観点から注目を集めている。それらには，非線形性を効果的に利用するためにファブリペロ共振器が多く使われており，単独の共振器に現れる双安定特性については，物理現象としてだけではなく応用の観点からも，詳細に調べられている⁽¹⁾⁽²⁾。しかし，非線形ファブリペロ共振器が縦続された構造については，特性は殆ど知られていないようである。

本稿では，縦続非線形ファブリペロ共振器の簡便な解析法が示される。双安定特性の計算結果が示されると共に，単独共振器との違いも述べられる。

2. 解析方法

図1に縦続非線形ファブリペロ光共振器を示す。2つのファブリペロ共振器がミラーを介して接続されている。 d_i は各ミラーの厚さ， L_i は各共振器の長さを表している。

共振器の透過率 $|T|^2$ は，光の各共振器内の伝搬に伴う位相推移 δ_{g1} と δ_{g2} によって記述できるが，非線形媒質中では位相推移は，Kerr-効果によって共振器内の光強度を介して透過率と関係しており，実際に $|T|^2$ の値を計算するには，位相推移を独立して与えることができず，2つの位相推移と $|T|^2$ とを合わせた3つの量を未知数とする連立方程式を解いて， $|T|^2$ を求めることになる。

2.1 $|T|^2$ の表示式 図1には構造と共に，共振器内の電界と磁界の伝搬を記述する等価伝送線路が描かれている。 $\hat{F}_{m,g}$ は各層内の伝搬を記述する伝送行列⁽³⁾である。

共振器の入射面と出射面での電界，磁界は各層の境界

図1 縦続非線形ファブリペロ共振器

Fig.1. Series-connected Fabry-Perot resonator.

面間の伝送行列の積によって， $[E, H]_{out}^t = \hat{F}_{m3} \cdot \hat{F}_{g2} \cdot \hat{F}_{m2} \cdot \hat{F}_{g1} \cdot \hat{F}_{m1} [E, H]_{in}^t$ と関係付けられる。この関係式に両側の境界において成立する関係 $E_{in} = (1 + R)E_{in}^+$ ， $H_{in} = (1 - R)/Z_0 E_{in}^+$ ， $H_{out} = E_{out}^+/Z_0$ を適応して，透過率 $|T|^2 = |E_{out}^+/E_{in}^+|^2$ を求めると，

$$|T|^2 = |(1 + R)f_{11} + Z_0^{-1}(1 - R)f_{12}|^2$$

$$R = \frac{-Z_0^2 f_{21} + (f_{11} + f_{22})Z_0 + f_{12}}{Z_0^2 f_{21} - (f_{11} + f_{22})Z_0 + f_{12}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。ここで， R は入射面における電界振幅反射係数である。 f_{ij} は先の伝送行列の積 $\hat{F}$ の (i, j) 要素を表している。各層の境界面間の伝送行列 $\hat{F}_{g,m}$ は，

$$\hat{F}_{gi,mi} = \begin{pmatrix} \cos \delta_{gi,mi} & -jZ_{g,m} \sin \delta_{gi,mi} \\ -jZ_{g,m}^{-1} \sin \delta_{gi,mi} & \cos \delta_{gi,mi} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる。 $\delta_{mi} = k_0 n_m d_i$ ， $Z_m = Z_0/n_m$ である。 k_0 ， n_m は光の真空中の波数，ミラーの屈折率である。 $\hat{F}_{gi}$ は微小区間を考えて，各微小区間の屈折率は一定と近似して導かれた伝送行列を順次掛ける事によって得られる。行列の積を作る際には，振幅項に含まれる波動インピーダンスは $Z_g = Z_0/n_0$ （一定）と近似された。 n_0 は線形屈折（光強

* 大阪電気通信大学
〒572-0833 寝屋川市初町 18-8
Osaka Electro-Communication University
18-8 Hatsu-cho Neyagawa-shi, Osaka 572-0833, Japan

度が十分小さい領域での屈折率)である。

位相推移と屈折率 n の関係は、 $\delta_{gi} = \int_0^{L_i} k_0 n dz$ と積分で与えられるので、速い振動の寄与は小さいと考えられ、各共振器内の位相推移は平均強度 $\bar{I}_i$ を用いて、

$$\delta_{gi} = \delta_{0i} + k_0 n_2 L_i \bar{I}_i, \quad \bar{I}_i = \frac{n_0}{2Z_0 L_i} \int_0^{L_i} |E_i(z)|^2 dz \quad \dots\dots\dots (3)$$

と与えられる。ここで、 δ_{0i} は線形屈折率 n_0 に対する位相推移を表わし、 n_2 は媒質で決まる非線形屈折率である。 $E_i(z)$ は共振器内の光の電界分布である。

各共振器内の電界 $E_{1,2}(z)$ は、式 (1) の導出において用いた入出力面での電界と磁界の関係および各共振器内の伝送行列 $\hat{F}_{gi}$ によって、 E_{in}^+ で表わすことができる。但し、この計算では、 $\hat{F}_{gi}$ に含まれる L_i は境界から各点までの距離 z で置き換えられる。また、位相推移には、 $\delta_{gi} = k_0 n_0 z$ の線形近似が用いられる。このようにして得られる $E_{1,2}$ を式 (3) に代入して、積分を実行して得られた結果をそれぞれ、 $|T|^2$ について解くと、

$$|T|^2 = \frac{|f_{11} - f_{12}/Z_0|^2 (2\delta_{g1} - 2\delta_{01} - k_0 n_0 n_2 L_1 \eta_2 P_{in})}{k_0 n_0 n_2 L_1 \eta_1 P_{in}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$|T|^2 = \frac{2(\delta_{g2} - \delta_{02})}{k_0 n_0 n_2 L_2 \eta_3 P_{in}}, \quad P_{in} = \frac{|E_{in}^+|^2}{2Z_0}, \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} \eta_2 &= (1 + \eta_6)\eta_1 + 2\eta_4 \text{Re}(R) - 2\eta_5 \text{Im}(R), \\ \eta_{1,3} &= (1 + n_0^{-2}) \cos^2 \delta_{m1,3} + (n_m^2 n_0^{-2} + n_m^{-2}) \sin^2 \delta_{m1,3}, \\ \eta_4 &= (1 - n_0^{-2}) \cos^2 \delta_{m1} + (n_m^2 n_0^{-2} - n_m^{-2}) \sin^2 \delta_{m1}, \\ \eta_5 &= (n_m^{-1} - n_m n_0^{-2}) \sin 2\delta_{m1}, \\ \eta_6 &= \frac{|f_{11}|^2 + |f_{12}|^2 - 2\text{Re}[(f_{11}^* + f_{12}^*)T - f_{11}f_{12}^*]}{|f_{11} - f_{12}|^2} \end{aligned}$$

が得られる。これらの2式と式 (1) を合わせて $|T|^2$, δ_{g1} , δ_{g2} を未知数とする連立方程式を形成することになる。

2・2 連立方程式の解法 式 (4), (5) から $k_0 n_0 n_2 P_{in}$ を消去し、さらに、式 (1) を代入して $|T|^2$ を消去すると

$$\begin{aligned} &|(1+R)f_{11} + (1-R)f_{12}/Z_0|^2 \eta_1 \eta_7 \\ &- |f_{11} - f_{12}/Z_0|^2 (\delta_{g1} - \delta_{01} - \eta_2 \eta_7) = 0 \quad \dots\dots (6) \end{aligned}$$

なる δ_{g1} と δ_{g2} が満たすべき方程式が得られる。すなわち、 δ_{g1} と δ_{g2} は独立な値を取ることが許されず、互いに制約を受けることになる。 $\eta_7 = L_1(\delta_{g2} - \delta_{02})n_0^2/[L_2\{(1+n_0^2)\cos^2\delta_{m3} + (n_0^2 n_m^{-2} + n_m^2)\sin^2\delta_{m3}\}(1-|R|^2)]$ である。

図2に式 (6) を数値的に解いて得られた δ_{g1} と δ_{g2} の関係(根軌跡)が幾つかの δ_{0i} の値に対してプロットされている。計算では、 $\lambda = 1.06\mu\text{m}$, $n_2 = 0.0086\mu\text{m}^2/\text{W}$, $n_m = 2.18$ (TiO_2), $n_0 = 1.570$ (RM90/HOYA) に設定されている。曲線上(根軌跡上)の δ_{g1} , δ_{g2} の値を式 (1) に代入すると、許される位相推移 (δ_{g1}, δ_{g2}) の組み合わせに対する $|T|^2$ の値を求めることができる。このようにして得られた $|T|^2$ の値が、 $\delta_{01} = \delta_{02} = N\pi$ の場合について図3にプロットされている。図の底面が図2に対応している。

図2 根軌跡

Fig. 2. Root loci.

図3 $|T|^2$ の変化

Fig. 3. Change of $|T|^2$.

図4 双安定特性

Fig. 4. Bistability.

図5 d_2 依存性

Fig. 5. d_2 -Dependence.

3. 双安定特性の計算例

入射光強度 P_{in} の値は、 $|T|^2$ の値とそれを得るのに用いた δ_{g1} と δ_{g2} の値を、式 (4) または (5) に代入して求めることができる。出力光強度は、 $P_{out} = |T|^2 P_{in}$ によって得ることができる。図4にはこのようにして計算された縦続非線形共振器の入出力特性の一例が示されている(黒丸)。比較のために、同じ共振器長 ($L = L_1 + L_2$) を持つ単独の非線形共振器の特性もプロットされている(白丸)。縦続共振器では、 P_{in} の増加時と減少時に異なった回数のジャンプが現れる(単独共振器では、一回づつ)。この例では、増加時に大きなジャンプ ($A \rightarrow B$) と、減少時に2回のジャンプ ($C \rightarrow D$) および ($E \rightarrow F$) が現れている。

図5には、膜厚 d_2 に対する特性の変化が示されている。反射率が極小となる $d_2 = 0.2\mu\text{m}$ では、単独共振器に似た特性が得られている。

4. まとめ

縦続非線形ファブリペロ共振器の解析法を示し、単独共振器とは異なった双安定特性を示すことを明らかにした。

(平成 16 年 9 月 21 日受付)

文 献

- (1) J.H. Harburger and F.S. Felber: "Theory of a lossless nonlinear Fabry-Perot interferometer", *Phys. Rev.*, A, Vol.17, No.1, pp.335-342 (1978)
- (2) K. Kishioka: "Characteristics of the Optical Resonator Composed of the Nonlinear Directional Coupler (in Japanese)", *IEEJ Trans. FM*, Vol.123, No.12, pp.1166-1173 (2003)
- (3) M. Born and E. Wolf: "Principles of Optics", Pergamon Press, 5th-ed. pp.57-59 (1975)