Design of Type-1 Servo Systems Based on a Dual Observer and Its Application to Positioning Control of Flexible Structures

Takahiko Mori Member (Gifu Natinal College of Technology, mori@gifu-nct.ac.jp)

Katsuhiko Fuwa Non-member (Nagoya Institute of Technology, kandou@nitech.ac.jp)

Hisashi Kando Member (Nagoya Institute of Technology, fuwa@nitech.ac.jp)

Takashi Suzuki Student Member (Nagoya Institute of Technology, ta-suzuki@watt.elcom.nitech.ac.jp)

Keywords: dual observer, pre-filter, servo control design, internal model principle, flexible structure

1. Introduction

This paper presents a new design method of servo control system based on dual observers for the positioning of flexible structures with the elasticity. In order to reduce the sensors and to suppress spillover phenomena with caused by ignored elastic modes of the plant, we introduce an input pre-filter which possesses low pass characteristics First, On the basis of the augmented system which is expressed by the plant, an input pre-filter and an integrator based on Internal Model Principle, we design the servo compensater including dual observers for matching desired models. Second, some results of numerical simulations are given.

2. Design of Servo Control System Based on Dual Observers

The aim of our study is to design servo compensator for the flexible structures which satisfies the following design specifications :

S.1) Servo control

S.2) Stabilizing control of the closed loop system while suppressing elastic vibrations of the plant

In order to meet these requirements, we propose :

C.1) Control design involving integrator based on Internal Model Principle,

C.2) Expand the input space of the augment system by using dual observers.

Proposed servo control system based on dual observers is shown in Fig. 1

Fig. 1. Proposed servo control system

3. Simulation

In order to verify the validity of proposed servo compensator, we perform numerical simulations about two examples. In this summary we show a positioning control of a flexible arm as an example. The following servo problem is given.

Servo problem : We set the initial rotational angle of the motor $\theta(t)=0$ [rad], and the reference value of the motor changes for $\theta(t)=0$ [rad] to 0.1 [rad] at 1 [sec].

Fig.2 shows simulation results. It forces the motor to follow the stepwise reference, while stabilizing the closed loop system and suppressing elastic vibrations of the arm to the satisfied level.

Fig. 2. Simulation results via proposed method

4. Conclusions

We presented a new design method of servo control system based on dual observers for the positioning of a flexible structures with the elasticity. From numerical simulations results, it was showed the satisfied results.

デュアルオブザーバを用いた積分型サーボ系設計法と柔軟構造物への応用

正員 森 貴彦* 非会員 不破 勝彦**
正員 神藤 久** 学生員 鈴木 崇史**

Design of Type-1 Servo Systems Based on a Dual Observer and Its Application to Positioning Control of Flexible Structures

Takahiko Mori*, Member, Katsuhiko Fuwa**, Non-member, Hisashi Kando**, Member, Takashi Suzuki**, Student Member

This paper presents a new design method of servo control system based on a dual observer for the positioning of flexible structures. In order to reduce the sensor costs and to suppress spillover phenomena which are caused by ignored elastic modes of the plant, we introduce an input pre-filter which possesses low pass characteristics. First, we consider a generalized plant, which is formulated as an augmented system which is expressed by the plant, the pre-filter and an integrator based on Internal Model Principle. Second, we expand the input spaces of the generalized plant by using the dual observer for matching to desired models. Third, we show our proposed design method which satisfies the design specifications. Finally, some results of numerical simulations are given in order to verify the usefulness of our method.

キーワード：デュアルオブザーバ，前置フィルタ，サーボ系，内部モデル原理，柔軟構造物

Keywords: dual observer, pre-filter, servo system, internal model principle, flexible structure

1. はじめに

近年，宇宙構造物は作業範囲の拡大による長大化，コストの削減や動作の高速化による軽量化が進み，弾性変形や弾性振動を有する柔軟構造物としてよく扱われる。そのため，振動抑制を考慮した制御方策を考える必要がある。これまでにセンサを用いた柔軟構造物の振動抑制に関する研究が幾つか報告されているが⁽¹⁾⁽²⁾，軽量化，低コスト化，設置場所の制限および維持管理の問題から，必ずしもセンサを使用できるとは限らない。

そこで，振動計測の為にセンサを低減する観点からアプローチした研究が求められている。このような研究では，制御器の低次元化の目的から，分布定数モデルを有限次元近似して，低次元の弾性モードまで考慮した設計モデルを用いることが多い。このとき，無視された残留モードによるスピルオーバー現象を回避する方法を考えなければならない

い。これまでに，フレキシブルアームの H_∞ 制御理論を用いた振動抑制制御⁽³⁾，フレキシブル倒立振り子-台車系に対する H_∞ サーボ設計⁽⁴⁾の研究が行われている。文献(3)では，重みによって H_∞ 補償器に高域遮断特性を持たせている。しかし周波数領域に基づいた混合感度問題による保守的な設計のため，所望通りの高域遮断特性が実現できているか不明確であり，過渡特性も考慮されていない。文献(4)では， H_∞ 補償器の非最小位相問題を解決する為に速度センサを必要とし，設計時の補償器の次数が高くなりすぎる問題があった。

一方，著者の1人は，フレキシブル倒立振り子-台車系を制御対象に，高域遮断特性を有する前置フィルタ⁽⁵⁾を適用した周波数依存型最適サーボ系を提案した⁽⁶⁾。歪センサ等の力学量検出装置を用いず振動抑制を行っているが，スピルオーバー現象を回避するために入力側に配置した前置フィルタの遮断特性（固有周波数と減衰係数）が状態フィードバックにより劣化する為，任意に指定できない問題がある。

そこで，本論文では，上記問題を解決する為の新しいサーボ系を提案する。提案するサーボ系はデュアルオブザーバ⁽⁷⁾との併合系を構成する構造となっている。デュアルオブザーバは，制御対象と直結させることにより，その直結系の入力空間の次数を高める特徴を有し，システム外乱の抑制⁽⁸⁾⁽⁹⁾や零点配置⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾など従来の状態フィードバック制御では困難な問題に対処することができる補償器である。このよ

* 岐阜工業高等専門学校

〒 501-0495 岐阜県本巣市上真桑 2236-2

Gifu Natinal College of Technology

2236-2, Kamimakuwa, Motosu, Gifu 501-0495

** 名古屋工業大学

〒 466-8555 名古屋市中昭和区御器所町

Nagoya Institute of Technology

Gokiso, Showa, Nagoya, Aichi 466-8555

うな特性を生かすと、単なる極配置だけでなくシステム行列の構造が指定できるので、補償器と所望の前置フィルタを分離して、前置フィルタの高域遮断特性を劣化させずに保存することが可能となる。その結果、スピルオーバーに伴う振動の抑制を図れるものとなっている。

まず、設計仕様を満足する制御系を設計する。次に、デュアルオブザーバと制御対象からなる直結系の入力空間の次数を制御対象のそれより高める。それから、システム行列の構造を指定した状態フィードバック則を定式化し、補償器の設計を行う。さらに、前置フィルタと状態間の非干渉化を行った上で、問題の解法を明確にする。最後に、応用例として 2 つの柔軟構造物について、従来の状態フィードバック制御による手法と比較して提案するサーボ法が有効であることを数値シミュレーションにより検証する。1 例目に、構造が簡単な 1 リンク・フレキシブルアーム⁽¹²⁾を、2 例目に、劣駆動系である 1 リンク・フレキシブル倒立振り子-台車系についても検証を行う。

2. 制御系の構成

本研究では，柔軟構造物を制御対象に，次の設計仕様

- S.1) 目標値追従
- S.2) ・内部安定化
・高域遮断特性を有する前置フィルタの実現

を満足するよう制御系を設計する。具体的には次の手法

- C.1) 内部モデル原理に基づいた積分器の導入
C.2) デュアルオブザーバを用いた入力空間の拡大
を行うことにより、上記の仕様を実現する。デュアルオブ
ザーバは、拡大した入力空間の自由度を用いて、任意の閉
ループ極を指定することができる。図1に提案するデュアル
オブザーバを併合した制御系を示す。

$P(s)$ は可制御な制御対象, $G_F(s)$ は前置フィルタ, $D_{al}(s)$ はデュアルオブザーバ, s^{-1} は積分器を示す。 $u(t) \in R$, $y(t) \in R$ は各々制御対象の入力及び出力, $x_r(t) \in R^{n \times 1}$, $x_F(t) \in R^{2 \times 1}$, $e(t) \in R$ は各々制御対象の状態変数の推定量, 前置フィルタの状態変数, 積分器の入力, $u_1(t) \in R^{(N-1) \times 1}$, $\xi(t) \in R^{(N-1) \times 1}$, $y_{al}(t) \in R$ は各々デュアルオブザーバの入力, 状態変数, 出力, $y^{ref}(t) \in R$ は目標値, $u_{sv}(t) \in R$ は 2.1 節で議論される拡大系の入力, N は同じく拡大系の次数, $u_2(t) \in R$ は新しい制御入力である。

2.1 入力空間の拡大 制御対象、前置フィルタ、及び積分器を含む拡大系の状態空間モデルは

$$\begin{cases} \dot{x}_{sv}(t) = A_{sv}x_{sv}(t) + B_{sv}u_{sv}(t), & x_{sv}(t) \in R^{N \times 1} \\ y_{sv}(t) = C_{sv}x_{sv}(t), & y_{sv}(t) \in R \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

図 1 提案するサーバ系

Fig. 1. Proposed servo system

と表される。但し, $N=n+3$ とし,

$$\begin{aligned} x_{sv}(t) &= \begin{bmatrix} x_r(t) \\ x_F(t) \\ \int e(t)dt \end{bmatrix}, A_{sv} = \begin{bmatrix} \bar{A}_r & \bar{B}_r C_F & O_{n \times 1} \\ O_{2 \times n} & A_F & O_{2 \times 1} \\ -\bar{C}_{sv} & O_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix}, \\ B_{sv} &= \begin{bmatrix} O_{n \times 1} \\ B_F \\ 0 \end{bmatrix}, C_{sv} = \begin{bmatrix} \bar{C}_r & O_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{C}_{sv} &= \begin{bmatrix} \bar{C}_{sv1} & \bar{C}_{sv2} & \cdots & \bar{C}_{svN} \end{bmatrix}, \\ A_F &= \begin{bmatrix} a_f & b_f \\ c_f & d_f \end{bmatrix}, B_F = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

である。 $\bar{A}_r \in R^{n \times n}$, $\bar{B}_r \in R^{n \times 1}$, $\bar{C}_r \in R^{1 \times n}$ は可制御正準系に変換した制御対象のパラメータ行列である。また, $A_F \in R^{2 \times 2}$, $B_F \in R^{2 \times 1}$, $C_F \in R^{1 \times 2}$ は, 前置フィルタのパラメータ行列で, a_f, b_f, c_f, d_f はスカラーの定数とする。

拡大系は元々, $\text{rank} B_{sv}(=1)$ 個の入力を備えているため低次元化が実現できる。そこで (1) 式に対して, 次の正則な行変換行列

$$H = \text{Block diag} \left[I_n, \begin{bmatrix} O_{1 \times 2} & 1 \\ I_2 & O_{2 \times 1} \end{bmatrix} \right]$$

を施し、

$$Hx_{sv}(t) = \begin{bmatrix} x_r(t) \\ \int e(t)dt \\ [1 \ 0] x_F(t) \\ [0 \ 1] x_F(t) \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} x_1(t) \in R^{(N-1) \times 1} \\ x_2(t) \in R \end{matrix}$$

および

$$\begin{aligned}
HA_{sv}H^{-1} &= \left[\begin{array}{cc|cc} \bar{A}_r & O_{n \times 1} & \bar{B}_r & O_{n \times 1} \\ -\bar{C}_{sv} & 0 & 0 & 0 \\ \hline O_{1 \times n} & 0 & a_f & b_f \\ O_{1 \times n} & 0 & c_f & d_f \end{array} \right] \\
&=: \left[\begin{array}{c|c} A_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array} \right] =: A \\
HB_{sv} &= \left[\begin{array}{c} O_{(N-1) \times 1} \\ \hline 1 \end{array} \right] =: B
\end{aligned}$$

のように変換する。ここで、入力空間を拡大化するため、次のデュアルオブザーバ

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) &= A_D \xi(t) + u_1(t) \\ y_{al}(t) &= A_{al} \xi(t) + J_n u_1(t) \text{ , } J_n \in R^{1 \times (N-1)} \\ u_{sv}(t) &= y_{al}(t) + u_2(t) \\ &\dots\dots\dots \end{cases} \quad (2)$$

を考える。但し、

$$A_D := A_{11} - A_{12}J_n, \quad A_{al} := A_{21} - A_{22}J_n + J_n A_D$$

である。また、 J_n は A_D を安定にするオブザーバゲインである。そしてさらに、次の状態変数変換

$$\begin{bmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \end{bmatrix} = G_t \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} =: \eta(t), \dots\dots\dots (3)$$

$$G_t = \begin{bmatrix} I_{N-1} & O_{(N-1) \times 1} & I_{N-1} \\ O_{1 \times (N-1)} & 1 & -J_n \end{bmatrix}$$

を施すと、拡大系とデュアルオブザーバとの併合系は

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & O_{N \times (N-1)} \\ O_{(N-1) \times N} & A_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_N \\ [I_{N-1} \ O_{(N-1) \times 1}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

となり、入力空間の次元が N となって拡大化されていることがわかる。

2・2 内部安定性 図1に示すサーボ系において、設計仕様 S.1) 及び S.2) を満足する制御則を考える。

いま、(4) 式の入力に対し、

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = K_\eta \eta(t), \quad K_\eta =: -A + \Lambda \dots\dots\dots (5)$$

なる状態フィードバック制御則を考える。但し、

$$\Lambda = \left[\begin{array}{ccc|c} \Lambda_r & O_{n \times 1} & \bar{B}_r & O_{n \times 1} \\ -\bar{C}_{sv} & \Lambda_s & 0 & 0 \\ O_{1 \times n} & 0 & \bar{a}_f & \bar{b}_f \\ O_{1 \times n} & 0 & \bar{c}_f & \bar{d}_f \end{array} \right] =: \left[\begin{array}{c|c} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{array} \right]$$

であり、

$$\Lambda_{sv} = \begin{bmatrix} \Lambda_r & [\bar{B}_r \ O_{n \times 1}] & O_{n \times 1} \\ O_{2 \times n} & \Lambda_F & O_{2 \times 1} \\ -\bar{C}_{sv} & O_{1 \times 2} & \Lambda_s \end{bmatrix},$$

$$\Lambda_r = \begin{bmatrix} \Lambda_{r1} & O_{(n-1) \times 1} \\ O_{1 \times (n-1)} & \Lambda_{r2} \end{bmatrix}, \quad \Lambda_F = \begin{bmatrix} \bar{a}_f & \bar{b}_f \\ \bar{c}_f & \bar{d}_f \end{bmatrix}$$

を $\Lambda = H \Lambda_{sv} H^{-1}$ により変換したものである。 Λ_r は安定な対角行列とし、 Λ_s は $\text{Re} \Lambda_s < 0$ を満足する定数である。それゆえ、 Λ_{sv} は安定行列である。また、 Λ_F は所望の前置フィルタの特性を得るように設計される安定な行列とする。このとき、(5) 式を (4) 式に代入して

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda & O_{N \times (N-1)} \\ [-A_{11} + \Lambda_{11} \ -A_{12} + \Lambda_{12}] & A_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix}$$

となる。ゆえに

$$0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} = \lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} G_t \\ [O_{(N-1) \times N} \ I_{N-1}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H x_{sv}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix}$$

より

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_{sv}(t) = 0$$

となってサーボが達成され、設計仕様 S.1) 及び S.2) の内部安定化が満足される。

2・3 補償器と前置フィルタの分離 (3) 式及び (5) 式より状態フィードバックゲイン K を

$$(-A + \Lambda)G_t = [K_r \ K_s \ K_F \ K_\xi] =: K \dots\dots\dots (6)$$

として、 $K_r \in R^{N \times n}, K_s \in R^{N \times 1}, K_F \in R^{N \times 2}, K_\xi \in R^{N \times (N-1)}$ を計算する。

$$-A + \Lambda = \left[\begin{array}{ccc|c} -\bar{A}_r + \Lambda_r & O_{n \times 1} & O_{n \times 1} & O_{n \times 1} \\ O_{1 \times n} & \Lambda_s & 0 & 0 \\ O_{1 \times n} & 0 & -a_f + \bar{a}_f & -b_f + \bar{b}_f \\ O_{1 \times n} & 0 & -c_f + \bar{c}_f & -d_f + \bar{d}_f \end{array} \right] =: [Q_1 \mid Q_2]$$

とする。但し、 $Q_1 \in R^{N \times (N-1)}, Q_2 \in R^{N \times 1}$ である。このとき (6) 式は、

$$K = (-A + \Lambda)G_t = [Q_1 \mid Q_2] \begin{bmatrix} I_{N-1} & O_{(N-1) \times 1} & I_{N-1} \\ O_{1 \times (N-1)} & 1 & -J_n \end{bmatrix} = [Q_1 \ Q_2 \ Q_1 - Q_2 J_n]$$

と計算される。よって、各状態フィードバックゲインは、

$$K_r = [(-\bar{A}_r + \Lambda_r)^T \ O_{n \times 1} \ O_{n \times 1} \ O_{n \times 1}]^T,$$

$$K_s = [O_{1 \times n} \ \Lambda_s \ 0 \ 0]^T,$$

$$K_F = \begin{bmatrix} O_{n \times 1} & O_{n \times 1} \\ 0 & 0 \\ -a_f + \bar{a}_f & -b_f + \bar{b}_f \\ -c_f + \bar{c}_f & -d_f + \bar{d}_f \end{bmatrix},$$

$$K_\xi = Q_1 - Q_2 J_n =: \begin{bmatrix} K_\xi^1 \\ K_\xi^2 \end{bmatrix}$$

となる。但し、 $J_n = [J_{n1} \ J_{n2} \ J_{n3}]$ 、 $J_{n1} \in R^{1 \times n}$ 、 $J_{n2} \in R$ 、 $J_{n3} \in R$ として

$$K_\xi^1 =$$

$$\begin{bmatrix} -\bar{A}_r + \Lambda_r & O_{n \times 1} & O_{n \times 1} \\ O_{1 \times n} & \Lambda_s & 0 \\ (b_f - \bar{b}_f) J_{n1} & (b_f - \bar{b}_f) J_{n2} & -a_f + \bar{a}_f + (b_f - \bar{b}_f) J_{n3} \end{bmatrix},$$

$$K_\xi^2 =$$

$$[(d_f - \bar{d}_f) J_{n1}, (d_f - \bar{d}_f) J_{n2}, -c_f + \bar{c}_f + (d_f - \bar{d}_f) J_{n3}]$$

である。また、 $K_\xi^1 \in R^{(N-1) \times (N-1)}$ 、 $K_\xi^2 \in R^{1 \times (N-1)}$ である。

前置フィルタの所望の遮断特性を得るため、デュアルオブザーバと前置フィルタの伝達関数を見かけ上分離しよう。

いま、前置フィルタの状態空間モデルは

$$\begin{cases} \dot{x}_F(t) = A_F x_F(t) + B_F u_{sv}(t) \\ u(t) = C_F x_F(t) \end{cases} \dots\dots\dots (7)$$

であり、(2) 式を代入すれば、その状態方程式は

$$\dot{x}_F(t) = A_F x_F(t) + B_F A_{al} \xi(t) + B_F \begin{bmatrix} J_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

となる。ところで (6) 式より (5) 式は

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_r & K_s & K_F & K_\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r(t) \\ \int e(t)dt \\ x_F(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \dots (8)$$

と表せるが、ここで便宜上

$$q(t) = \begin{bmatrix} K_r & K_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r(t) \\ \int e(t)dt \end{bmatrix}$$

とおくと、

$$\begin{aligned} \dot{x}_F(t) &= (A_F + B_F \begin{bmatrix} J_n & 1 \end{bmatrix} K_F) x_F(t) \\ &\quad + (A_{al} + \begin{bmatrix} J_n & 1 \end{bmatrix} K_\xi) \xi(t) + \begin{bmatrix} J_n & 1 \end{bmatrix} q(t) \end{aligned}$$

となる。いま、前置フィルタの入力を

$$\bar{q}(t) = (A_{al} + \begin{bmatrix} J_n & 1 \end{bmatrix} K_\xi) \xi(t) + \begin{bmatrix} J_n & 1 \end{bmatrix} q(t)$$

とおくと、 $\bar{q}(t)$ から $u(t)$ の伝達関数を $\bar{G}_F(s)$ とすれば、

$$\bar{G}_F(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_F + B_F \begin{bmatrix} J_n & 1 \end{bmatrix} K_F & B_F \\ \hline C_F & 0 \end{array} \right] \dots\dots (9)$$

となる。一方、デュアルオブザーバの状態方程式は (2) 式及び (8) 式 $u_1(t)$ より、

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= A_D \xi(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} I_{N-1} & O_{(N-1) \times 1} \end{bmatrix} \{ K_F x_F(t) + K_\xi \xi(t) + q(t) \} \\ &= (A_D + K_\xi^1) \xi(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} I_{N-1} & O_{(N-1) \times 1} \end{bmatrix} \{ K_F x_F(t) + q(t) \} \dots (10) \end{aligned}$$

となる。ここで

$$\bar{a}_f = a_f, \bar{b}_f = b_f \dots\dots\dots (11)$$

とすると、

$$\begin{bmatrix} I_{N-1} & O_{(N-1) \times 1} \end{bmatrix} K_F = O_{(N-1) \times 1}$$

より (10) 式は

$$\dot{\xi}(t) = (A_D + K_\xi^1) \xi(t) + \begin{bmatrix} I_{N-1} & O_{(N-1) \times 1} \end{bmatrix} q(t)$$

と表される。よって $q(t)$ から $\bar{q}(t)$ の伝達関数を $\bar{D}_{al}(s)$ とすれば、

$$\bar{D}_{al}(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_D + K_\xi^1 & \begin{bmatrix} I_{N-1} & O_{(N-1) \times 1} \end{bmatrix} \\ \hline A_{al} + \begin{bmatrix} J_n & 1 \end{bmatrix} K_\xi & \begin{bmatrix} J_n & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right]$$

となる。このようにデュアルオブザーバと前置フィルタとの併合系が見かけ上 $\bar{D}_{al}(s)$ と $\bar{G}_F(s)$ との積により記述され、図 1 は図 2 に示すように表される。デュアルオブザーバと前置フィルタとが見かけ上分離されているので、各々の補償器の設計を見通しよく行えることが可能となる。

2・4 制御系設計 $\bar{G}_F(s)$ のシステム行列は、(11)

図 2 デュアルオブザーバを併合したサーボ系

Fig. 2. Servo system including dual observer

式を考慮して

$$A_F + B_F \begin{bmatrix} J_n & 1 \end{bmatrix} K_F = \begin{bmatrix} a_f & b_f \\ \bar{c}_f & \bar{d}_f \end{bmatrix} = \Lambda_F \dots\dots (12)$$

となるため、設計パラメータ Λ_F を適当に設定することにより、所望のフィルタ特性が得られる。問題は (11) 式の条件の下で

- [1] A_D の特性根 $\text{Re} \lambda(A_D) = -\text{Re} \lambda_{di} < 0$ ($i = 1, \dots, N-1$) を複素左半平面の所望の領域に配置する
 - [2] $A_D + K_\xi^1$ の特性根を安定な領域に配置する
 - [3] 所望のフィルタ特性を有する Λ_F を設計する
- パラメータ $a_f, b_f, \bar{c}_f, \bar{d}_f, J_n, \Lambda_r, \Lambda_s, \lambda_{di}$ ($i = 1, \dots, N-1$) を求めることである。

まず、上記 [1] 及び [2] を考えよう。各行列を計算すると、

$$\begin{aligned} A_D &= A_{11} - A_{12} J_n \\ &= \begin{bmatrix} \bar{A}_r & O_{n \times 1} & \bar{B}_r \\ -\bar{C}_{sv} & 0 & 0 \\ -b_f J_{n1} & -b_f J_{n2} & a_f - b_f J_{n3} \end{bmatrix} \dots (13) \end{aligned}$$

$$A_D + K_\xi^1 = \begin{bmatrix} \Lambda_r & O_{n \times 1} & \bar{B}_r \\ -\bar{C}_{sv} & \Lambda_s & 0 \\ -b_f J_{n1} & -b_f J_{n2} & a_f - b_f J_{n3} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

である。このとき、(13) 式より少なくとも

$$\text{tr} \bar{A}_r + a_f - b_f J_{n3} = - \sum_{i=1}^{N-1} \lambda_{di} \dots\dots\dots (15)$$

でなければならない。(15) 式を (14) 式に代入すると、行列 $A_D + K_\xi^1$ の特性方程式

$$\begin{aligned} |sI_{N-1} - A_D - K_\xi^1| &= \\ |sI_{N-1} - \Lambda_r| \begin{vmatrix} s - \Lambda_{r2} & 0 & -1 \\ -\bar{C}_{svN} & s - \Lambda_s & 0 \\ b_f J_{n1n} & b_f J_{n2} & s - \rho_1 \end{vmatrix} &= 0 \dots (16) \end{aligned}$$

の根が安定になるようにパラメータを決定する必要がある。但し、

$$\begin{aligned} \bar{C}_{svN} &= -\bar{C}_{sv} \begin{bmatrix} O_{1 \times (N-1)} & 1 \end{bmatrix}^T, \\ b_f J_{n1n} &= b_f J_{n1} \begin{bmatrix} O_{1 \times (n-1)} & 1 \end{bmatrix}^T, \\ \rho_1 &= - \left(\sum_{i=1}^{N-1} \lambda_{di} + \text{tr} \bar{A}_r \right) \end{aligned}$$

である。

いま, 簡単のため制御対象 ($\bar{A}_r, \bar{B}_r, \bar{C}_r$) の相対次数が 2 次以上 ($\bar{C}_{svN} = 0$) の場合を考えると,

$$\begin{vmatrix} s - \Lambda_{r2} & 0 & -1 \\ 0 & s - \Lambda_s & 0 \\ b_f J_{n1n} & b_f J_{n2} & s - \rho_1 \end{vmatrix} \\ = (s - \Lambda_s) \left\{ s^2 - (\Lambda_{r2} + \rho_1) s + \Lambda_{r2} \rho_1 + b_f J_{n1n} \right\}$$

となることから, このとき安定性の条件は

$$\Lambda_{r2} + \rho_1 < 0, \Lambda_{r2} \rho_1 > -\rho_2 \dots \dots \dots (17)$$

となる。このとき, $|sI_{N-1} - A_D| = \prod_{i=1}^{N-1} (s + \lambda_{di})$ の係数比較より, ρ_2 は

$$\rho_2 =: b_f J_{n1n} = \sum_{i=1}^{N-2} \sum_{j=i+1}^{N-1} \lambda_{di} \lambda_{dj} - \rho_1 \text{tr} \bar{A}_r - a_{r(n-1)}$$

である (相対次数が 2 次未満の場合の定式化は付録 1 を参照のこと)。但し, $a_{r(n-1)}$ は $\bar{A}_r$ の特性多項式の $n-2$ 次の項の係数である。すなわち, (15) 式及び (17) 式の条件を満足するようにデュアルオブザーバの特性根 $-\text{Re} \lambda_{di} < 0$ 及び $\text{Re} \Lambda_{r2} < 0$ を選ぶこととなる。また, Λ_{r1} は適当な安定な対角行列, Λ_s は $\text{Re} \Lambda_s < 0$ を満足する適当な定数を選び, $\lambda_{di} (i = 1, \dots, N-1)$ は準ニュートンアルゴリズムを用いて最適化を図る。

次に, 上記 [3] を考えよう。いま, 所望の前置フィルタを

$$\bar{G}_F(s) = \frac{g_F}{s^2 + 2\zeta_F(2\pi f_F)s + (2\pi f_F)^2}$$

とすると, (9) 式及び (12) 式より,

$$\bar{G}_F(s) = \left[\begin{array}{c|c} \Lambda_F & B_F \\ \hline C_F & 0 \end{array} \right]$$

であるから, 上記 2 つの式を係数比較すると, 前置フィルタの各パラメータは,

$$b_f = g_F, \bar{c}_f = -\frac{1}{g_F} \left\{ a_f (a_f + 2\zeta_F(2\pi f_F)) + (2\pi f_F)^2 \right\}, \\ \bar{d}_f = -a_f - 2\zeta_F(2\pi f_F)$$

により決定される。但し, a_f は任意定数である。

3. 数値シミュレーション

2 つの柔軟構造物 (1 リンク・フレキシブルアームと 1 リンク・フレキシブル倒立振り子-台車系) を応用例に挙げる。それぞれにおいてまずモデル化を行い, 次に従来の状態フィードバックベースの最適制御による手法 (Case1) と比較して, 最適化アルゴリズムにより探索した設計パラメータを用いた提案するサーボ法 (Case2) が有効であることを数値シミュレーションにより検証する。

3.1 応用例 1 1 リンク・フレキシブルアーム

3.1.1 モデリング (応用例 1) 図 3 のような水平面内で回転する 1 リンク・フレキシブルアームの位置決め制御を考える。但し, アームは Bernoulli-Euler 梁であると仮定し, 非線形項 (遠心力やコリオリ力) は無視できるものとする。さらに, 根元はハブで固定され, 先端に荷重

m_p を有し, 角度 $\theta(t)$ のみ測定可能とする。ハミルトン原理より,

$$J_\theta \ddot{\theta}(t) + D_\theta \dot{\theta}(t) - \{E_m(r) + m_p L \Phi_m(L)\}^T \ddot{P}_m(t) = \tau(t), \dots (18)$$

$$\rho_L A_L \left\{ \ddot{P}_m(t) + \Gamma_m \dot{P}_m(t) + \Lambda_m P_m(t) \right\} - \{E_m(r) + m_p L \Phi_m(L)\} \ddot{\theta}(t) = O_{m \times 1} \dots (19)$$

を得る。但し,

$$J_\theta = J_0 + \frac{\rho_L A_L L^3}{3} + m_p L^2,$$

$$E_m(r) = [e_1(r), \dots, e_i(r), \dots, e_m(r)]^T, \dots \dots \dots (20)$$

$$\Phi_m(L) = [\phi_1(L), \dots, \phi_i(L), \dots, \phi_m(L)]^T, \dots \dots \dots (21)$$

$$\Lambda_m = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_m], \dots \dots \dots (22)$$

$$\Gamma_m = 2\zeta_L \Lambda_m, P_m(t) = [p_1(t), \dots, p_i(t), \dots, p_m(t)]^T$$

とする (詳細は付録 2 を参照のこと)。 (18) 式は回転方程式, (19) 式は m 次元の振動方程式を表す。 L は梁の全長, ρ_L は梁の面密度, A_L は梁の断面積 (厚み $W_L \times$ 幅 T_L), E_L は梁のヤング率, I_L は梁の断面 2 次モーメント, $w(r, t)$ は梁上の任意の点における弾性変位, $\tau(t)$ はモータの駆動トルクとおく。また, J_0 はモータのロータとハブの合成慣性モーメント, D_θ はロータ回りの粘性摩擦係数, $e_i(r)$ は回転と振動の慣性に関するカップリング係数, $\phi_i(L)$ は先端での振動の固有関数, $p_i(t)$ は振動のモード変数, λ_i は振動の固有値, ζ_L は振動の減衰係数である。

本論文では, 振動モードを $m = 3$ まで考え, (18) 式及び (19) 式より剛体モード及び 1st 振動モードからなる $n = 4$ の線形な状態空間モデル

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u(t) \\ y_p(t) = C_p x_p(t) \end{cases}, \quad \begin{matrix} x_p(t) \in R^{4 \times 1} \\ y_p(t), u(t) \in R \end{matrix} \dots \dots \dots (23)$$

を設計モデルとして用いる⁽¹²⁾。但し,

$$x_p = \begin{bmatrix} \theta(t) & p_1(t) & \dot{\theta}(t) & \dot{p}_1(t) \end{bmatrix}^T, \\ A_p = \begin{bmatrix} O_2 & I_2 \\ -M_p^{-1} K_p & -M_p^{-1} D_p \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} O_{2 \times 1} \\ M_p^{-1} T_p \end{bmatrix},$$

図 3 1 リンク・フレキシブルアーム
Fig. 3. 1 link flexible arm

表 1 物理パラメータ

Table 1. Physical parameters

Parameter	Value	Parameter	Value
L [m]	1.0	A_L [m ²]	2.50×10^{-4}
W_L [m]	5.00×10^{-3}	T_L [m]	5.00×10^{-2}
E_L [N/m ²]	7.05×10^{10}	I_L [m]	5.21×10^{-10}
ρ_L [kg/m ³]	2690	m_p [kg]	0.1
J_0 [kgm ²]	0.4	D_θ [1/s]	0.01
ζ_L	1.00×10^{-5}	f_1 [Hz]	3.3
f_2 [Hz]	22.0	f_3 [Hz]	63.9

表 2 設計パラメータ

Table 2. Design parameters

Parameter	Value	Parameter	Value
f_F	20.0	λ_{d1}	8.8
ζ_F	1.0	λ_{d2}	5.1
g_F	$(2\pi 20.0)^2$	λ_{d3}	154.3
a_f	1.0	λ_{d4}	2.0
b_f	987.0	λ_{d5}	1.3
$\bar{c}_f$	-4.1	λ_{d6}	1.3
$\bar{d}_f$	-126.7	J_n	57.9
Λ_{r1}	diag[-1.0, -2.0, -3.0]		47.2
Λ_{r2}	-73.5		-112.3
Λ_s	-5.0		2.3
R^{ref}	1.4		
Γ^{ref}	0.9		
			-2.4×10^{-2}
			1.8×10^{-1}

$$C_p = \begin{bmatrix} 1 & O_{1 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$M_p = \begin{bmatrix} J_\theta & -\{e_1(r) + m_p L \phi_1(L)\} \\ -\{e_1(r) + m_p L \phi_1(L)\} & \rho_L A_L \end{bmatrix},$$

$$D_p = \begin{bmatrix} D_\theta & 0 \\ 0 & \rho_L A_L (2\zeta_L \lambda_1) \end{bmatrix},$$

$$K_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \rho_L A_L \lambda_1 \end{bmatrix}, T_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

とする。ここで、設計の見通しをよくするため、(23) 式を可制御正準系に変換する。(23) 式の伝達関数を

$$P(s) = \frac{c_{r4}s^3 + c_{r3}s^2 + c_{r2}s + c_{r1}}{s^4 + a_{r4}s^3 + a_{r3}s^2 + a_{r2}s + a_{r1}} \dots \dots (24)$$

と表し、次の可制御変換行列

$$T_c = \begin{bmatrix} B_p & A_p B_p & A_p^2 B_p & A_p^3 B_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{r2} & a_{r3} & a_{r4} & 1 \\ a_{r3} & a_{r4} & 1 & 0 \\ a_{r4} & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (25)$$

を用いて (23) 式を変換すると、

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = \bar{A}_r x_r(t) + \bar{B}_r u(t) \\ y_r(t) = \bar{C}_r x_r(t) \end{cases}, \quad \begin{matrix} x_r(t) \in R^{4 \times 1} \\ y_r(t) \in R \end{matrix} \dots \dots \dots (26)$$

を得る。但し、

$$x_r(t) = T_c^{-1} x_p(t), \dots \dots \dots (27)$$

$$\bar{A}_r = T_c^{-1} A_p T_c = \begin{bmatrix} O_{3 \times 1} & I_3 \\ -a_{r1} & -a_{r2} & -a_{r3} & -a_{r4} \end{bmatrix}, \dots \dots \dots (28)$$

$$\bar{B}_r = T_c^{-1} B_p = \begin{bmatrix} O_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}^T, \dots \dots \dots (29)$$

$$\bar{C}_r = C_p T_c = \begin{bmatrix} c_{r1} & c_{r2} & c_{r3} & c_{r4} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (30)$$

である。このときの物理パラメータを表 1 に示す。

3・1・2 サーボ問題 (応用例 1) 具体的には、次のサーボ問題を考え、以下に示す 2 つのケースを比較する。

サーボ問題： $t=1$ [s] でアームの角度 $\theta(t)$ を目標値 0.1[rad] のステップ信号に追従

Case1 周波数依存型最適サーボ系⁽⁶⁾(以降、従来法)を用いて設計する。評価関数

$$J_q = \int_0^\infty \{ \dot{x}_{sv}(t)^T Q_{sv} \dot{x}_{sv}(t) + \dot{u}^2(t) \} dt, \dots \dots (31)$$

$$Q_{sv} = \text{diag}[5 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 5]$$

を最小にする問題とし、その安定化制御則から得られる最適制御入力

$$u(t) = - \begin{bmatrix} k_r & k_F & k_s \end{bmatrix} x_{sv}(t) \dots \dots \dots (32)$$

を用いる。但し、 $k_r \in R^{1 \times 4}$, $k_F \in R^{1 \times 2}$, $k_s \in R$, $x_{sv}(t) = [\hat{x}_p^T(t) \ x_F^T(t) \ \int e(t)dt]^T$ とし、 $\hat{x}_p(t)$ は同一次元オブザーバ (極 [-100, -200, -300, -400]) によって推定する。また、前置フィルタの遮断特性は、2nd 振動モード以上を抑制する為、 $f_F=20.0$ [Hz], $\zeta_F=1.0$ とする。

Case2 提案法を用いて設計する。設計パラメータを表 2 に示す。なお、同一次元オブザーバの極は Case1 と同様である。また、デュアルオブザーバの特性根 $-\text{Re}\lambda_{di} < 0 (i=1, \dots, 6)$ の複素平面上の存在位置と過渡特性の関係に着目し、次のような評価関数

$$J_a = \frac{|\text{Im}(-\lambda_{di}^{imax})|}{|\text{Re}(-\lambda_{di}^{imax})|} + \frac{|\text{Im}(-\lambda_{di}^{rmin})|}{|\text{Re}(-\lambda_{di}^{rmin})|} + \{R^{ref} - |\text{Re}(-\lambda_{di}^{rmin})|\}^2 + \{\Gamma^{ref} - |\text{Im}(-\lambda_{di}^{imin})|\}^2 \dots \dots \dots (33)$$

を定め、それを最小とするよう準ニュートンアルゴリズムを用いて最適化を図る。但し、 $-\lambda_{di}^{imax}$, $-\lambda_{di}^{rmin}$, $-\lambda_{di}^{imin}$ は各々デュアルオブザーバの、虚部の絶対値が最も大きい特性根、実部の絶対値が最も小さい特性根、虚部の絶対値が最も小さい特性根を表し、時間が十分経過後も過渡状態が最後まで残る代表特性根である。また、 $R^{ref} > 0$, $\Gamma^{ref} > 0$ は目標とする特性根である。

一般に、速応性と減衰性の間にトレードオフの関係があることから、図 4 に示す複素左半平面の網掛け領域内 ($\delta=37^\circ \sim 53^\circ$) に特性根を配置するのが望ましいことが知られている⁽¹³⁾。(33) 式右辺第 1 項及び第 2 項は、相対的に実部及び虚部の比を小さくして望ましい領域に収まるよう定める。このことは速応性と減衰性を改善することに対応する (図中の矢印 と)。(33) 式右辺第 3 項及び第 4 項は、原点近傍の特性根 $-\lambda_{di}^{rmin}$ 及び $-\lambda_{di}^{imin}$ を目標の特性根に漸近するよう重み付けを行う。このことは原点近傍の特性根が原点から大きく離れて配置され

図4 デュアルオブザーバの代表特性根の極指定
Fig.4. Pole assignment of typical characteristic roots of dual observer

ると過渡特性が劣化する可能性があり、これを回避するためである(図中の矢印とに対応)。

図5及び図6に、各々従来法及び提案法によるシミュレーション結果を示す。各Caseの(a), (b), (c), 及び(d)は、各々アームの角度, 1st 振動モード, 2nd 振動モード, 及び3rd 振動モードの時間応答である。

Case1 では、設計仕様S.1) 及びS.2) を実現しているが、弾性振動の減衰性が悪い応答となっている。特に、2nd 振動モードの振動が残っている。このとき、設定した所望の前置フィルタの遮断特性(f_F, ζ_F)と実際に設計された前置フィルタの遮断特性(f'_F, ζ'_F)の関係が

$$\begin{cases} f'_F = f_F \sqrt{1 + [1 \ 0] k_F^T} \\ \zeta'_F = (2\zeta_F + [0 \ 1] k_F^T 2\pi f_F) / 2\sqrt{1 + [1 \ 0] k_F^T} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (34)$$

と表される。計算すると $f'_F=20.88[\text{Hz}]$, $\zeta'_F=1.07$ となることから、遮断特性を任意に指定できず弾性振動の減衰性が劣化しスピルオーバー現象が生じた為である。なお、重み Q_{sv} の調整次第で $f'_F \approx f_F$, $\zeta'_F \approx \zeta_F$ となるが、厳密に一致させることはできない。

Case2 も同様に設計仕様 S.1) 及び S.2) を実現している。さらに、過渡特性(速応性及び減衰性)は Case1 と比較して良好であることから、評価関数による最適化及び前置フィルタの効果が確認できる。以上の結果から、提案する制御系の有効性が示された。

3・2 応用例2 1リンク・フレキシブル倒立振り子-台車系

3・2・1 モデリング(応用例2) 図7のような1リンク・フレキシブル倒立振り子-台車系の位置決め制御を考える。但し、振り子は Bernoulli-Euler 梁であると仮定し、平衡点近傍で倒立するので非線形項(遠心力やコリオリ力)は無視できるものとする。さらに、根元は剛体振り子で固定され、先端に荷重 m_p を有し、台車の位置 $X(t)$ 及び振り子の角度 $\theta(t)$ のみ測定可能とする。ハミルトン原理より、

$$\ddot{X}(t) + \zeta_c \dot{X}(t) = \xi_c V^{ref}(t) \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$\begin{aligned} m_\theta \ddot{X}(t) + J_\theta \ddot{\theta}(t) + D_\theta \dot{\theta}(t) - m_\theta g \theta(t) \\ + \{E_m(r) + m_p(l+L)\Phi_m(L)\}^T \ddot{P}_m(t) \\ - \{H_m(r) + m_p \Phi_m(L)\}^T g P_m(t) = 0, \quad \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

図5 従来法によるシミュレーション結果
(応用例1-Case1)

Fig.5. Simulation results via conventional method (Example1-Case1)

図6 提案法によるシミュレーション結果
(応用例1-Case2)

Fig.6. Simulation results via proposed method (Example1-Case2)

$$\begin{aligned} \{H_m(r) + m_p \Phi_m(L)\} \ddot{X}(t) \\ + \rho_L A_L \{ \ddot{P}_m(t) + \Gamma_m \dot{P}_m(t) + \Lambda_m P_m(t) \} \\ + \{E_m(r) + m_p(l+L)\Phi_m(L)\} \ddot{\theta}(t) \\ - \{H_m(r) + m_p \Phi_m(L)\} g \theta(t) = O_{m \times 1} \quad \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

を得る。但し、

$$\begin{aligned} m_\theta &= m_h l_c + \rho_L A_L L \left(l + \frac{L}{2} \right) + m_p(l+L), \\ J_\theta &= J_0 + m_h l_c^2 + \rho_L A_L L \left(l^2 + lL + \frac{L^2}{3} \right) + m_p(l+L)^2, \\ E_m(r) &= [e_1(r), \dots, e_i(r), \dots, e_m(r)]^T, \quad \dots\dots (38) \\ H_m(r) &= [h_1(r), \dots, h_i(r), \dots, h_m(r)]^T, \quad \dots\dots (39) \\ \Phi_m(L) &= [\phi_1(L), \dots, \phi_i(L), \dots, \phi_m(L)]^T, \\ \Lambda_m &= \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_m], \\ \Gamma_m &= 2\zeta_L \Lambda_m, \quad P_m(t) = [p_1(t), \dots, p_i(t), \dots, p_m(t)]^T \end{aligned}$$

とする(詳細は付録3を参照のこと)。 (35) 式は台車の並進運動方程式, (36) 式は振り子の回転方程式, (37) 式は m 次元の振り子の振動方程式を表す。 $V^{ref}(t)$ は速度指令型サー

図 7 1 リンク・フレキシブル倒立振り-台車系

Fig. 7. 1 link flexible inverted pendulum and cart system

ボアンプの指令電圧, ζ_c , ξ_c は台車の減衰係数と電圧-加速度変換係数, l , l_c は剛体振子の全長と回転軸から質量中心までの長さ, L は梁の全長, ρ_L は梁の面密度, A_L は梁の断面積 (厚み $W_L \times$ 幅 T_L), E_L は梁のヤング率, I_L は梁の断面 2 次モーメント, m_h は剛体振子の質量, $w(r, t)$ は梁上の任意の点における弾性変位と置く。また, J_0 はモータのロータの慣性モーメント, D_θ はロータ回りの粘性摩擦係数, $e_i(r)$ は回転と振動の慣性に関するカップリング係数, $\phi_i(L)$ は先端での振動の固有関数, $p_i(t)$ は振動のモード変数, λ_i は振動の固有値, ζ_L は振動の減衰係数, g は重力加速度である。

本論文では, 振動モードを $m = 2$ まで考え, (35) 式及び (36) 式より剛体モードからなる $n = 4$ の線形な状態空間モデル

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p V^{ref}(t) \\ y_p(t) = C_p x_p(t) \end{cases}, \quad \begin{matrix} x_p(t) \in R^{4 \times 1} \\ V^{ref}(t) \in R \\ y_p(t) \in R^{2 \times 1} \end{matrix} \quad (40)$$

を設計モデルとして用いる⁽²⁾。但し,

$$\begin{aligned} x_p(t) &= \begin{bmatrix} X(t) & \theta(t) & \dot{X}(t) & \dot{\theta}(t) \end{bmatrix}^T, \\ A_p &= \begin{bmatrix} O_2 & I_2 \\ -M_p^{-1}K_p & -M_p^{-1}D_p \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} O_{2 \times 1} \\ M_p^{-1}T_p \end{bmatrix}, \\ C_p &= \begin{bmatrix} I_2 & O_2 \end{bmatrix}, \\ M_p &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ m_\theta & J_\theta \end{bmatrix}, \quad D_p = \begin{bmatrix} \zeta_c & 0 \\ 0 & D_\theta \end{bmatrix}, \\ K_p &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -m_\theta g \end{bmatrix}, \quad T_p = \begin{bmatrix} \xi_c \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

とする。ここで, 設計の見通しをよくするため, (40) 式を応用例 1 と同様に (25) 式を用いて可制御正準系に変換すると,

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = \bar{A}_r x_r(t) + \bar{B}_r V^{ref}(t) \\ y_r(t) = \bar{C}_r x_r(t) \end{cases}, \quad \begin{matrix} x_r(t) \in R^{4 \times 1} \\ y_r(t) \in R^{2 \times 1} \end{matrix} \quad (41)$$

を得る。但し, $x_r(t)$, $\bar{A}_r$, $\bar{B}_r$, $\bar{C}_r$ は応用例 1 の (28) 式

表 3 物理パラメータ

Table 3. Physical parameters

Parameter	Value	Parameter	Value
L [m]	0.29	A_L [m ²]	6.49×10^{-5}
W_L [m]	2.20×10^{-3}	T_L [m]	2.95×10^{-2}
E_L [N/m ²]	7.05×10^{10}	I_L [m]	2.62×10^{-11}
ρ_L [kg/m ³]	2690	m_p [kg]	0.02676
J_0 [kgm ²]	6.71×10^{-5}	D_θ [1/s]	2.00×10^{-4}
l [m]	0.052	l_c [m]	0.02207
g [m/s ²]	9.807	ζ_L	1.00×10^{-5}
ζ_c [1/s]	240	ξ_c [m/(s ² V)]	90
f_1 [Hz]	12.2	f_2 [Hz]	103.6
m_h [kg]	2.12×10^{-2}		

表 4 設計パラメータ

Table 4. Design parameters

Parameter	Value	Parameter	Value
f_F	8.0	λ_{d1}	33.1
ζ_F	1.0	λ_{d2}	1.1
g_F	$(2\pi 8.0)^2$	λ_{d3}	44.7
a_f	1.0	λ_{d4}	11.1
b_f	2526.6	λ_{d5}	6.1
$\bar{c}_f$	-1.0	λ_{d6}	1.0
$\bar{d}_f$	-101.5	J_n	96.2
Λ_{r1}	diag[-2.0, -3.0, -5.0]		-406.3
Λ_{r2}	-243.9		20.8
Λ_s	-5.0		14.8
R^{ref}	1.0		1.4×10^{-2}
I^{ref}	1.6		5.6×10^{-2}

~(30) 式と同様である。このときの物理パラメータを表 3 に示す。

3.2.2 サーボ問題 (応用例 2) 具体的には次のサーボ問題を考え, 以下に示す 2 つのケースを比較する。

サーボ問題: $t=1$ [s] で台車の位置 $X(t)$ を目標値 0.1 [m] のステップ信号に追従

Case1 従来法を用いて設計する。評価関数

$$J_q = \int_0^\infty \{ \dot{x}_{sv}(t)^T Q_{sv} \dot{x}_{sv}(t) + (\dot{V}^{ref}(t))^2 \} dt,$$

$$Q_{sv} = \text{diag}[5 \ 1 \ 5 \ 1 \ 0 \ 0 \ 5]$$

を最小にする問題とし, その安定化制御則から得られる最適制御入力

$$V^{ref}(t) = -k_r \hat{x}_p(t) - k_F x_F(t) - k_s \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (42)$$

を用いる。但し, $k_r \in R^{1 \times 4}$, $k_F \in R^{1 \times 2}$, $k_s \in R$ とし, $\hat{x}_p(t)$ は同次元オブザーバ (極 [-250, -8+3i, -8-3i, -5]) によって推定する。また, 前置フィルタの遮断特性は, 1st 振動モード以上を抑制するため, $f_F=8.0$ [Hz], $\zeta_F=1.0$ とする。

Case2 提案法を用いて設計する。設計パラメータを表 4 に示す。なお, 同次元オブザーバの極は Case1 と同様とし, 評価関数は応用例 1 の (33) 式を用いる。

図 8 及び図 9 に, 各々従来法及び提案法によるシミュレーション結果を示す。各 Case の (a), (b), (c), 及び (d) は, 各々台車の位置, 振子の角度, 1st 振動モード, 及び 2nd 振動モードの時間応答である。

図 8 従来法によるシミュレーション結果
(応用例 2-Case1)

Fig. 8. Simulation results via conventional method
(Example2-Case1)

図 9 提案法によるシミュレーション結果
(応用例 2-Case2)

Fig. 9. Simulation results via proposed method
(Example2-Case2)

Case1 では、設計仕様 S.1) 及び S.2) を実現しているが、特に、2nd 振動モードの減衰性が悪い応答となっている。このことは、応用例 1 と同様に、状態フィードバックより得られたフィルタの遮断特性 ($f'_F = 12.24[\text{Hz}]$, $\zeta'_F = 1.98$) が所望の前置フィルタの遮断特性 ($f_F = 8.0[\text{Hz}]$, $\zeta_F = 1.0$) より劣化する為、弾性振動の減衰性が劣化しスビルオーバー現象が生じた為である。

Case2 も同様に設計仕様 S.1) 及び S.2) を実現している。さらに、過渡特性 (速応性及び減衰性) は Case1 と比較して良好であり、応用例 1 と同様に、評価関数による最適化及び前置フィルタの効果が確認できる。以上の結果から、弾性を有する劣駆動系に対しても提案する制御系の有効性が示された。

4. おわりに

本論文では、従来の状態フィードバック制御では前置フィルタの遮断特性を任意に指定できない問題を解決する為、与えられた設計仕様を満足するようなデュアルオブザーバを併合したサーボ系を提案した。提案法では、デュアルオブザーバと制御対象の直結系の入力空間の次数を高めることで、システム行列の構造までも考慮した極配置が可能となった。その結果、所望の高域遮断特性を有する前置フィルタ

が実現できた。数値シミュレーションでは、2つの柔軟構造物を応用例に挙げて、従来法と提案法を比較して振動の減衰性、過渡特性の観点から検証し、提案法の有効性を示した。今後の課題としては、ロバスト制御に対する検討が挙げられる。

(平成 18 年 3 月 22 日受付, 平成 18 年 8 月 28 日再受付)

文 献

- (1) Y. Sakawa, F. Matsuno, Y. Osawa, M. Kiyohara, and T. Abe: "Modeling and Vibration Control of a Flexible Manipulator with Three Axes by using Accelerometers", *JRSJ*, Vol.6, No.1, pp.42-51 (1987) (in Japanese)
坂和愛幸・松野文俊・大澤善樹・清原 誠・阿部敏久:「3 自由度フレキシブル・マニピュレータのモデリングと加速度センサを用いた振動制御」, *JRSJ*, **6**, 1, pp.42-51 (1987)
- (2) Y. Morita, F. Matsuno, M. Ikeda, Y. Kobayashi, H. Ukai, and H. Kando: "PDS Control of a One-Link Flexible Arm with a Non-Symmetric Rigid Tip Body", Vol.16, No.1, pp.29-37 (2003) (in Japanese)
森田良文・松野文俊・池田素久・小林幸洋・鶴飼裕之・神藤 久:「非対称な剛体負荷を持つ 1 リンクフレキシブルアームの PDS 制御」, システム制御情報学論誌, **16**, 1, pp.29-37 (2003)
- (3) K. Yamamoto, K. Takamura, T. Watanabe, and K. Seto: "Robust Vibration Control of Flexible Robot Arm Taking Account of and Uncertainty in Bending and Torsional Coupling", *JSME(C)*, Vol.70, No.695, pp.1922-1928 (2004) (in Japanese)
山本幸典・高村耕平・渡辺 亨・背戸一登:「不確かな曲げねじれ連成振動を考慮したフレキシブルロボットアームの H ∞ ロバスト振動制御」, 日本機械学会論文集 (C 編), **70**, 695, pp.1922-1928 (2004)
- (4) H. Nishimura, O. Onuki, K. Nonami, and T. Totani: "Design of H^∞ Servo Compensator for A Cart and Inverted Flexible Pendulum System", *SICE*, Vol.32, No.7, pp.1035-1042 (1996) (in Japanese)
西村秀和・大貫 修・野波健蔵・戸谷隆美:「弾性倒立振り子-台車系に対する H^∞ サーボ設計」, 計測自動制御学会論文集, **32**, 7, pp.1035-1042 (1996)
- (5) T. Kida, M. Ikeda, and I. Yamaguchi: "Optimal Regulator with Low-Pass Property and Its Application to LSS Control", *SICE*, Vol.25, No.4, pp.448-454 (1989) (in Japanese)
木田 隆・池田雅夫・山口 功:「高域遮断特性を持たせた最適レギュレータとその大型宇宙構造物の制御への応用」, 計測自動制御学会論文集, **25**, 4, pp.448-454 (1989)
- (6) Y. Morita, H. Ukai, H. Kando, and F. Matsuno: "Position Control of Flexible Inverted Pendulum Using Frequency-Dependent Optimal Servo System", *JSME(C)*, Vol.65, No.633, pp.1816-1822 (1999) (in Japanese)
森田良文・鶴飼裕之・神藤 久・松野文俊:「周波数依存型最適サーボ系によるフレキシブル倒立振り子の位置決め制御」, 日本機械学会論文集 (C 編), **65**, 633, pp.1816-1822 (1999)
- (7) 岩井善太・井上 昭・川路茂保:「オブザーバ」, コロナ社, pp.217-222 (1988)
- (8) K. Fuwa, T. Narikiyo, and Y. Funahashi: "Construction of a Control System for Disturbance Rejection Using a Dula Observer", *EEIJ*, Vol.138, No.4, pp.50-60 (2002)
- (9) K. Fuwa, T. Narikiyo, and H. Kando: "Disturbance Rejection of Multiple-Input Systems Using a Dula Observer", *SICE*, Vol.39, No.2, pp.110-119 (2003) (in Japanese)
不破勝彦・成清辰生・神藤 久:「デュアルオブザーバを用いた多入力系での外乱抑制」, 計測自動制御学会論文集, **39**, 2, pp.110-119 (2003)
- (10) K. Fuwa, T. Narikiyo, and H. Kando: "Zero Assignment Using a Dula Observer", *EEIJ*, Vol.154, No.3, pp.38-47 (2006)
- (11) K. Fuwa, T. Narikiyo, and H. Kando: "A Study on Model Matching Problem using a Dula Observer", *SICE*, Vol.41, No.4, pp.322-329 (2005) (in Japanese)
不破勝彦・成清辰生・神藤 久:「デュアルオブザーバを用いたモデルマッチング問題の一考察」, 計測自動制御学会論文集, **41**, 4, pp.322-329 (2005)
- (12) H. Kanoh: "Distributed Parameter Models of Flexible Robot Arms", *JRSJ*, Vol.6, No.5, pp.430-435 (1988) (in Japanese)

嘉納秀明:「フレキシブルアームの分布定数系」, 日本ロボット学誌, 6, 5, pp.430-435 (1988)

(13) 伊藤正美:「自動制御概論(上)」, 昭晃堂, pp.91-95 (1998)

付 録

1.

(16) 式は

$$\begin{vmatrix} s - \Lambda_{r2} & 0 & -1 \\ -\bar{C}_{svN} & s - \Lambda_s & 0 \\ b_f J_{n1n} & b_f J_{n2} & s - \rho_1 \end{vmatrix} \\ = s^3 - (\Lambda_{r2} + \Lambda_s + \rho_1) s^2 \\ + (\Lambda_{r2} \rho_1 + b_f J_{n1n} + \Lambda_s \Lambda_{r2} + \Lambda_s \rho_1) s \\ - \Lambda_s (\Lambda_{r2} \rho_1 + b_f J_{n1n}) + \bar{C}_{svN} b_f J_{n2} \\ = 0$$

となる。このときの安定性の条件は

$$\begin{aligned} \Lambda_{r2} + \Lambda_s + \rho_1 &< 0, \\ \Lambda_{r2} \rho_1 + \rho_2 + \Lambda_s \Lambda_{r2} + \Lambda_s \rho_1 &> 0, \\ \Lambda_s (\Lambda_{r2} \rho_1 + \rho_2) - \bar{C}_{svN} b_f J_{n2} &< 0 \end{aligned}$$

となる。このとき, $|sI_{N-1} - A_D| = \prod_{i=1}^{N-1} (s + \lambda_{di})$ の係数比較より, ρ_2 は

$$\rho_2 := b_f J_{n1n} = \sum_{i=1}^{N-2} \sum_{j=i+1}^{N-1} \lambda_{di} \lambda_{dj} - \rho_1 \text{tr} \bar{A}_r - a_{r(n-1)}, \\ b_f J_{n2} = \frac{1}{\bar{C}_{svN}} \prod_{i=1}^6 \lambda_{di}$$

となる。但し, $a_{r(n-1)}$ は $\bar{A}_r$ の特性多項式の $n-2$ 次の項の係数である。すなわち, これらの条件を満足するようにデュアルオブザーバの特性根 $-\text{Re} \lambda_{di} < 0$, $\text{Re} \Lambda_{r2} < 0$, 及び $\text{Re} \Lambda_s < 0$ を選ぶこととなる。

2.

(20) 式 ~ (22) 式の第 i 成分は, 以下のように表される。

$$\begin{aligned} e_i(r) &= \rho_L A_L \int_0^L r \phi_i(r) dr, \\ \phi_i(r) &= -\frac{1}{C_i} \left\{ \cos \left(\frac{\beta_i}{L} r \right) - \cosh \left(\frac{\beta_i}{L} r \right) \right\} \\ &\quad - \gamma_i \left\{ \sin \left(\frac{\beta_i}{L} r \right) - \sinh \left(\frac{\beta_i}{L} r \right) \right\}, \end{aligned}$$

..... (付 1)

$$\lambda_i = \frac{E_L I_L}{\rho_L A_L} \left(\frac{\beta_i}{L} \right)^4 \dots\dots\dots (付 2)$$

但し,

$$C_i = \left\{ L + \frac{\rho_L A_L}{m_p} \left(\frac{L}{\beta_i} \right)^2 \left(\frac{1 + \cos \beta_i \cosh \beta_i}{\sin \beta_i + \sinh \beta_i} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}},$$

..... (付 3)

$$\gamma_i = \frac{\cos \beta_i + \cosh \beta_i}{\sin \beta_i + \sinh \beta_i} \dots\dots\dots (付 4)$$

とする。このとき, β_i は次の非線形超越代数方程式

$$0 = 1 + \cosh \beta_i \cos \beta_i + \frac{m_p}{\rho_L A_L} \left(\frac{\beta_i}{L} \right) \times \\ (\sinh \beta_i \cos \beta_i - \cosh \beta_i \sin \beta_i) \dots\dots\dots (付 5)$$

の解である。

3.

(38) 式 ~ (39) 式の第 i 成分は, 以下のように表される。

$$\begin{aligned} e_i(r) &= \rho_L A_L \int_0^L (l+r) \phi_i(r) dr, \\ h_i(r) &= \rho_L A_L \int_0^L \phi_i(r) dr. \end{aligned}$$

但し, $\phi_i(r)$, λ_i , C_i , γ_i , 及び非線形超越代数方程式は, 付録 2 の (付 1) 式 ~ (付 5) 式と同様である。

森 貴 彦 (正員) 2000 年名古屋工業大学大学院工学研究科博士前期課程修了。同年岐阜工業高等専門学校電子制御工学科助手。制御工学の研究に従事。修士(工学)。電気学会, 日本機械学会, 日本ロボット学会, 計測自動制御学会会員。

不 破 勝 彦 (非会員) 2000 年名古屋工業大学大学院工学研究科博士後期課程修了。同年名古屋工業大学電気情報工学科助手。制御系設計法の開発に従事。

神 藤 久 (正員) 1970 年京都大学大学院電気工学専攻修士課程修了。1974 年名古屋工業大学共通講座教室助手。1988 年同大学電気情報工学科助教授。1998 年同大学電気情報工学科教授。デジタル制御, 多次元デジタル信号処理, 電力制御, 大規模システム理論などに関する研究に従事。工学博士。計測自動制御学会, システム制御情報学会, IEEE 会員。

鈴 木 崇 史 (学生員) 2005 年名古屋工業大学電気情報工学科卒業。同年名古屋工業大学大学院工学研究科博士前期課程に進学, 現在に至る。制御工学の研究に従事。