Adaptive Particle Swarm Optimization Using Information about Global Best

Teruyoshi Yamaguchi Student Member (Tokyo Metropolitan University, Japan)

Nobuhiro Iwasaki Member (Tokyo Metropolitan University, Japan)

Keiichiro Yasuda Member (Tokyo Metropolitan University, Japan)

Keywords: Global Optimization, Swarm Intelligence, Particle Swarm Optimization, Adaptive Algorithm.

The Particle Swarm Optimization method is one of the most powerful optimization methods available for solving global optimization problems. The PSO method was originally proposed by J. Kennedy et al. as an optimization method in 1995. Subsequent numerical experiments have demonstrated that the PSO method is efficient for a variety of global optimization problems having nonlinear and multi-peaked features.

However, knowledge of adaptive strategies for tuning the parameters of the method for application to large-scale nonlinear non-convex optimization problems is as yet limited. This paper describes an adaptive strategy for tuning the parameters of the PSO method based on some numerical analysis of the behavior of PSO.

This paper proposes a new adaptive PSO algorithm. The proposed adaptive tuning strategy is based on self-tuning of the parameters of PSO, which strategy utilize the information about the frequency of an updated global best of a swarm. The feasibility and advantages of the proposed adap-

tive PSO algorithm are demonstrated through some numerical simulations using two typical global optimization test problems.

Tables 1 and 2 list the simulation results of applying the conventional parameter-fixed PSO (PSO), the Linear Decrease Inertia Weight Approach (LDIWA) and the proposed Adaptive PSO (APSO) to two types of typical benchmark problems - 2^n minima function and Griewank function.

Using the strategy of the LDIWA for the adjustment of parameter w , while a diversification in the search is realized in the initial stage, an intensification in the search is realized in the final stage of the search. From these numerical experiments, the search ability of the LDIWA is reduced when the scale of the problem becomes large.

However, Tables 1 and 2 clarify that the search ability of the proposed Adaptive PSO (APSO) doesn't decrease when the scale of the problem becomes large. Based on these tables, the proposed method is also confirmed to have higher optimality than the LDIWA.

Table 1. Application results for $f_1 : 2^n$ minima function ($T_{\max} = 500$)

f_1 Dim.	Global optimum	Best value			Mean value			Worst value			Standard deviation		
		PSO	LDIWA	APSO	PSO	LDIWA	APSO	PSO	LDIWA	APSO	PSO	LDIWA	APSO
10	-783.3	-783.3	-783.3	-783.3	-744.8	-774.5	-761.2	-668.4	-726.7	-698.5	31.4	15.4	24.6
20	-1566.6	-1210.6	-1566.6	-1538.3	-846.4	-1447.1	-1396.3	-620.4	-1340.4	-1255.6	135.9	47.1	58.3
30	-2349.9	-1454.4	-2261.4	-2207.6	-1030.3	-2086.3	-2034.1	-654.5	-1922.6	-1844.5	162.6	71.1	73.1
40	-3133.2	-1737.0	-2874.4	-2905.2	-1219.8	-2608.0	-2655.8	-788.9	-2235.8	-2442.9	210.1	103.3	97.0
50	-3916.5	-2072.1	-3339.4	-3474.1	-1401.1	-2923.7	-3225.5	-948.0	-2338.6	-2991.6	202.7	184.5	106.3
60	-4699.8	-2172.9	-3623.8	-4123.8	-1579.8	-2893.3	-3755.0	-1120.5	-1797.1	-3388.2	228.4	398.7	138.7
70	-5483.1	-2390.1	-3808.9	-4621.5	-1729.1	-2696.8	-4223.8	-1163.0	-1218.1	-3715.6	259.2	535.6	175.9
80	-6266.4	-2495.3	-3490.4	-5218.9	-1919.4	-2495.4	-4720.1	-1123.2	-1541.9	-3498.2	285.4	529.1	216.0
90	-7049.7	-2920.3	-3649.3	-5741.1	-2120.6	-2344.0	-5146.4	-1401.9	-1647.6	-3565.8	318.1	411.5	293.6
100	-7833	-3025.1	-3892.5	-6166.1	-2171.5	-2433.5	-5537.7	-1556.2	-1499.0	-3972.2	297.6	391.6	313.1

Table 2. Application results for f_2 : Griewank function ($T_{\max} = 500$)

f_1 Dim.	Global optimum	Best value			Mean value			Worst value			Standard deviation		
		PSO	LDIWA	APSO	PSO	LDIWA	APSO	PSO	LDIWA	APSO	PSO	LDIWA	APSO
10	0	0.11	0.00	0.02	0.50	0.11	0.13	0.97	0.28	0.41	0.20	0.06	0.09
20	0	2.28	0.01	0.00	17.26	0.16	0.10	68.59	0.71	0.65	14.20	0.14	0.12
30	0	45.73	0.80	0.05	96.85	1.06	0.67	130.24	1.23	1.86	17.67	0.07	0.35
40	0	79.11	1.22	0.44	137.78	1.86	1.16	177.89	3.28	2.86	18.56	0.47	0.35
50	0	141.30	2.50	0.95	185.24	5.15	1.87	243.41	14.87	5.37	19.54	2.18	0.81
60	0	177.73	4.94	1.40	236.14	12.44	3.48	275.25	26.33	12.62	21.01	4.21	2.00
70	0	205.65	9.21	1.90	279.12	24.53	4.91	334.56	45.72	13.70	21.82	6.94	2.12
80	0	267.97	20.34	2.74	328.83	40.82	8.52	370.32	67.40	23.43	21.25	9.62	3.64
90	0	324.53	33.51	4.97	376.35	64.53	13.41	446.10	103.06	60.85	21.67	14.87	6.89
100	0	342.81	49.12	7.54	421.11	90.89	18.88	474.18	138.69	35.79	26.24	17.28	6.17

最良解情報を用いた適応型 Particle Swarm Optimization

学生員 山口 晃^{*} 正員 岩崎 信弘^{*}
正員 安田 恵一郎^{*}

Adaptive Particle Swarm Optimization Using Information about Global Best

Teruyoshi Yamaguchi^{*}, Student Member, Nobuhiro Iwasaki^{*}, Member, Keiichiro Yasuda^{*}, Member

The Particle Swarm Optimization method is one of the most powerful optimization methods available for solving global optimization problems. However, knowledge of adaptive strategies for tuning the parameters of the method for application to large-scale nonlinear non-convex optimization problems is as yet limited. This paper describes an adaptive strategy for tuning the parameters of the PSO method based on some numerical analysis of the behavior of PSO. The proposed adaptive tuning strategy is based on self-tuning of the parameters of PSO, which strategy utilize the information about the frequency of an updated global best of a swarm. The feasibility and advantages of the proposed adaptive PSO algorithm are demonstrated through some numerical simulations using three different typical global optimization test problems.

キーワード：大域的最適化，Swarm Intelligence，Particle Swarm Optimization，適応型アルゴリズム

Keywords: Global Optimization, Swarm Intelligence, Particle Swarm Optimization, Adaptive Algorithm.

1. はじめに

システムの大規模化・複雑化，運用・制御における要求の高度化を背景に，高い最適性と実行可能性を併せ持つ最適解を実用的な計算量で求めることが可能な最適化手法の開発がシステム工学における重要な課題となっている。

実際にシステムの最適化を行う際には，適用する手法が扱えるクラスの問題となるように，また可能な限りモデルと実際のシステムとの乖離を抑えるように最適化すべきシステムをモデル化・定式化しなければならない。従って，扱える問題のクラスに課す条件，例えば目的関数や制約関数の連続性や微分可能性などの条件が少ない手法は，より詳細なモデルが使用できるなど工学的観点からは高い汎用性を持つことになる。

Particle Swarm Optimization (以下，PSO) はメタヒューリスティクス (発見的手法) の 1 つであり，最適化問題を解くための有力な手法の 1 つとして知られている。これまでに数多くの数値実験の結果から，連続型多峰性関数の大域的最適解を実用的な計算時間内に高い精度で求めることが可能なことが数値実験的に明らかにされてきた⁽²⁾⁽³⁾。

PSO は，目的関数の連続性や微分可能性を必要とせず，

目的関数値情報のみを用いて多峰構造の無制約最適化問題を解くことが可能であることから，工学分野において詳細に記述された多くの複雑な問題に対して適用できる可能性が高い。ところで，PSO を始めとする発見的手法の多くは，アルゴリズム内に調整すべきいくつかのパラメータを有しており，これらのパラメータ設定の自由度により幅広い問題を効率的に解いているが，工学的応用を踏まえれば，パラメータ設定は解くべき問題に応じて，アルゴリズム内で自律的・適応的に調整されることが望ましい。

しかしながら，PSO のパラメータ設定に関する研究は，パラメータ固定型，スケジューリング的調整則⁽²⁾，反応的調整則⁽⁴⁾⁽⁵⁾に関する研究が主として行われてきており，適応的調整則に関する研究⁽⁸⁾，あるいは自律適応的調整則に関する研究は十分には行われていないのが現状である。

本論文では，上述のことを踏まえ，PSO の探索過程で得られる最良解更新情報を利用した適応型 PSO に関する検討を行い，新たな適応的アルゴリズムを構築した。具体的には，最良解更新頻度が高い Particle のパラメータ値に漸近するようにパラメータを適応的に調整する適応型 PSO アルゴリズムを構築し，典型的なベンチマーク問題である Rosenbrock's saddle 関数， 2^n minima 関数および Griewank 関数を用いて提案手法の有用性を検証した。

2. PSO の概要と最適化アルゴリズムの適応性

2.1 PSO の概要 PSO は元々 2 次元空間上で群れ

^{*} 東京都立大学大学院

〒 192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1

Tokyo Metropolitan University

1-1, Minamiosawa, Hachioji-shi, Tokyo 192-0397

図 1 Particle の移動

Fig. 1. Movement of Particles.

の動きをシミュレーションする過程から開発された手法であるが、最適化手法としての PSO は多次元空間に拡張することができる。 n 次元空間における i 番目の Particle (探索点) の位置は n 次元ベクトルによって $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{in})^T$ と表される。ここで i は Particle の番号を、 x_{ij} は i 番目の Particle の位置ベクトルの第 j 次元成分を表す。また、各 Particle は位置ベクトルの他に移動ベクトル $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ij}, \dots, v_{in})^T$ を持っている。さらに、各 Particle はこれまでに自身が探索を行ってきた中で最良の評価値を与える位置ベクトル $pbest_i = (pbest_{i1}, pbest_{i2}, \dots, pbest_{ij}, \dots, pbest_{in})^T$ と、その評価値 $f(pbest_i)$ を記憶している。群れ全体としては、すべての Particle がこれまで探索を行ってきた中で最良の評価値を与える位置ベクトル $gbest = (gbest_1, gbest_2, \dots, gbest_j, \dots, gbest_n)^T$ と、その評価値 $f(gbest)$ を記憶している。

各 Particle は自身が過去に発見した最良解「 $pbest$ 」へ向かうベクトル、群れ全体の最良解「 $gbest$ 」へ向かうベクトル、および前回の移動ベクトル v^k の線形結合として新たな移動ベクトル v^{k+1} を生成し、次の位置 x^{k+1} に移動する (図 1)。 $k+1$ 回目の移動で Particle i が移動する際、 n 次元空間における j 番目の直交座標軸に射影される移動ベクトル v_{ij}^{k+1} は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 v_{ij}^{k+1} = & w \cdot v_{ij}^k + c_1 \cdot \text{rand}_1() \cdot (pbest_{ij}^k - x_{ij}^k) \\
 & + c_2 \cdot \text{rand}_2() \cdot (gbest_j^k - x_{ij}^k) \\
 & \dots \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

ただし、 $\text{rand}_1()$ 、 $\text{rand}_2()$ は 0 から 1 までの一様乱数、 w 、 c_1 、 c_2 はそれぞれの項に対する重み係数である。上付きの添え字 k は反復回数を、下付きの添え字 i は Particle 番号を、 j は次元の番号を表す。PSO において移動ベクトル v_{ij}^{k+1} は慣例的に速度とも呼ばれる。このときの移動は次式によって行われる。

$$x_{ij}^{k+1} = x_{ij}^k + v_{ij}^{k+1} \dots \dots \dots (2)$$

2.2 最適化アルゴリズムの適応性 一般に、システムにおける適応性は、「自己の内部構造がある法則に従っ

て調整する機能を備えていること」と定義されている。より具体的には、「システムの内部構造が一群の可変パラメータによって規程されており、目的とする情報処理作業がより適切に遂行されるように、可変パラメータがある法則に従って自己調整されること」と定義される⁽¹⁾。

この定義に従えば、最適化アルゴリズムにおける適応性は、「アルゴリズムの内部構造が、一群の可変パラメータによって規程されており、目的とする最適解探索がより適切に遂行されるように、可変パラメータがある法則に従って自己調整されること」と定義できよう。従って、最適化アルゴリズムにおけるパラメータ調整戦略とアルゴリズムの適応性に関しては以下のように整理できる。

(1) パラメータ固定則

予めパラメータを設定し、探索過程でパラメータを変化させることなく探索する機構

(2) スケジューリング的調整則

予め定められたスケジュールに従って、パラメータを調整する機構

(3) 反応的調整則

探索過程において、予め定めた何らかの条件を満たした際にパラメータを調整する機構

(4) 適応的調整則

予め外部から探索の指針となる何らかの情報を与えた上で、探索過程で得られた情報から、探索の指針に従うようパラメータを調整する機構

(5) 自律適応的調整則

探索過程で得られた内部情報から指針を作成および改善し、パラメータを調整する機構

PSO の適応化に関するこれまでの研究としては、スケジューリング的調整則⁽²⁾、反応的調整則⁽⁴⁾⁽⁵⁾、適応的調整則⁽⁸⁾が行われており、適応性のレベルが上がるに従い、多様な問題を効率良く解けることが報告されている。

本論文では、上述の分類における適応的調整則を有する PSO の開発、中でも外部からの情報をできるだけ利用しない高度な適応性を有するアルゴリズムの開発を目指し、PSO の探索過程で得られる最良解情報を利用した適応型 PSO を提案する。

3. PSO の可調整性評価と適応化

最適化アルゴリズムの適応化を実現するには、「パラメータの調整と探索の成否 (効率的な最適解探索) との間に何らかの定性的あるいは定量的な関係を見出し得ること」が必要となる。我々はこの関係を「アルゴリズムの可調整性」と呼んでいる。本章では、PSO のパラメータ設定と探索の成否を数値実験に基づいて検証し、最良解 $gbest$ の更新頻度と探索の成否 (効率的な最適解探索) との間に高い相関があることを明らかにする。

なお、PSO にはさまざまなレベルでパラメータの自由度を考えることができるが⁽²⁾、本論文では最も一般的なパラメータである 3 つの重み係数 w 、 c_1 、 c_2 の内、 c_1 、 c_2 を調

整可能なパラメータとして考えることとする。さらに、2章で概説した一般的な PSO ではこれらの 2 つのパラメータはすべての Particle に対して同一の値が設定されることが多いが、本論文のこれ以降の議論ではこれら 2 つのパラメータは Particle ごとに独立に設定できるものとしている点に注意されたい。

3.1 PSO における探索の成否 一般に、最適化における探索の成功とは、大域的最適解または良好な準最適解の効率のおよび安定な発見を指す。本論文では、探索の成功へつながるであろう 1 つの指針として、「*gbest* を可能な限り多く更新すること」を探索の目標と仮定する。PSO において、*gbest* の更新はより良い解を探索した際に行われるため、初期値依存性もあるが、少なくとも *gbest* を更新することが直接的に最適性の低下へつながる可能性は極めて低く、更新回数が多いことは結果的に効率的な最適解探索を実現できる可能性が高いと予想できる。以上のことを踏まえ、以下では、*gbest* の更新頻度とパラメータとの関係 (PSO の可調整性) を典型的なベンチマーク問題を用いた数値実験に基づいて検証する。

3.2 PSO の可調整性の検証 探索過程で適応的にパラメータを調整することにより、探索効率の向上を実現するためには、PSO のパラメータと *gbest* の更新との間に何らかの定量的・定性的関係が存在しなければならない。本論文では以下の 3 つの点から上述の関係の存在について検証する。

- (1) *gbest* の更新可能性
- (2) *gbest* の更新頻度
- (3) *gbest* の更新頻度と *gbest* 改善度

ここで、*gbest* 改善度とは、探索終了時および初期状態における最良解評価値 $f(gbest)$ の数値的な差 $|f(gbest^{T_{\max}}) - f(gbest^0)|$ を示す。PSO のパラメータ設定と *gbest* の更新可能性・更新頻度の間に何らかの関係が存在すれば、その関係を利用してパラメータを適応的に調整することにより、*gbest* の更新頻度の増加を実現できる。更に、*gbest* 更新頻度と *gbest* 改善度とが比例関係であるならば、更新頻度の増加により最良解評価値をより多く改善し、結果として解の精度を向上できる可能性がある。なお、本論文では既に述べたように基礎的検討段階として PSO の 2 つのパラメータ c_1, c_2 に着目した解析と適応化を行うこととする。

数値実験では、典型的なベンチマーク問題である ($f_1^n: 2^n$ minima function (付 1) と $f_2^n: n$ -dimensional Griewank function (付 2)) を対象とした。表 1 にシミュレーション条件を示す。重み係数 c_1, c_2 の値は、各 Particle ごとに表 1 に示す設定範囲内で一様乱数により決定し、パラメータを固定した状態で上述の 2 つのベンチマーク問題に適用する。

図 2 は、上述のシミュレーション条件のもとで、それぞれのベンチマーク問題 (100 次元) に対して 500 回の試行を行った結果、1 回以上 *gbest* を更新した Particle のパラメータ値をすべてプロットしている。これらの図において

表 1 シミュレーション条件

Table 1. Condition of simulation.

Parameter	Value
Number of Particles m	20
Total number of iterations $T_{\max}$	500
Total number of runs	500
Parameter of PSO w	0.8
Parameters of PSO c_1 and c_2	$0 < c_1, c_2 < 3.0$

プロットがない範囲は、500 回の試行において 1 度も *gbest* が更新されなかったパラメータ領域を示す。

著者らは問題の次元を変えて同様の数値実験を数多く行っているが、*gbest* の更新が行われる領域は図 2 と同様に

$$0 < c_1 + c_2 \leq 3 \dots \dots \dots (3)$$

で描かれる領域に集中していることを確認している。つまり、*gbest* の更新が行われる領域、すなわち更新可能性領域はパラメータの初期値範囲や問題によらず、ほぼ一致していることを意味する。しかしながら、更新の可能性が保障されたとしても、可調整性の最終的な目標である「*gbest* を多く更新すること」を実現できる保障はないことに注意されたい。

一方、図 3 は、500 回の試行における 2 つのパラメータ c_1, c_2 の値に対する更新頻度の分布を表している。パラメータ値を 0.05 間隔で分割し、各範囲のパラメータ値に設定された複数の Particle に対する *gbest* 更新回数の平均値を示している。この結果から、 c_1, c_2 両パラメータに対して、比較的更新頻度が高いパラメータ値範囲が存在することが分かる。さらに、ある単一のパラメータのみが非常に多く更新するような偏りは有していない点も重要である。

図 4 は、500 回の試行における更新頻度と *gbest* 平均改善度との相関関係を示している。初期値によらず、平均的に更新頻度が多くなるにつれて、結果的に得られる *gbest* 改善度は多くなることが確認できる。

以上の数値実験により、パラメータと最良解の更新、および更新頻度と *gbest* 改善度との間に強い相関があることが確認された。従って、*gbest* 更新頻度に着目することにより、パラメータ設定と得られる解の精度とに強い相関があることが確認され、これらを利用することにより効率的な探索を実現できる可能性が高い。

4. 適応型 PSO の提案と探索性能の検証

本章では、これまでの検討結果を踏まえ、最良解情報を用いた PSO の適応化に関する基本的な方針をまとめる。さらに、提案する適応型 PSO のアルゴリズムを示し、最後にベンチマーク問題を用いた数値実験により、提案アルゴリズムの有用性を検証する。

4.1 最良解情報を用いた PSO の適応化 工学的応用の観点からは、Particle 自身が探索過程で得ることができる情報を用いて、適応的にパラメータを調整する適応型アルゴリズムが望ましい。しかし、適応型アルゴリズム

図 2 最良解 g_{best} の更新可能領域

Fig. 2. Region where global best g_{best} is updated.

図 3 最良解 g_{best} の更新頻度分布

Fig. 3. Distribution of frequency for updated global best g_{best} .

図 4 更新頻度と g_{best} 改善度との相関関係

Fig. 4. Correlation between frequency and range of updated global best g_{best} .

の構築には課題が多く、どのようなレベルの適応化を目指すかなど、試行錯誤を要することが多い。適応化における重要な項目は以下のように整理できよう。

- (1) アルゴリズム内部で探索の改善につながる情報を得る。
- (2) 探索状況を判断し、探索の指針を、作成および改善することにより見出す。
- (3) 作成した探索の指針により自己改善を行う。

適応型、あるいは自律適応型アルゴリズムの構築は、知的エージェントの実現と関連が深いと思われるが、本論文では「Particle が予め持つ何らかの指針」に重点を置いている。工学において対象とする多くの問題では、近接最適性の原理 (Proximate Optimality Principle) に代表されるような、何らかの「偏り」が存在することが知られており、PSO はそれらを利用した有効な手法の中の 1 つである。従って、工学においては多くの問題に共通したなんらかの「偏り」をいかに捉えるかも重要となると考えられる。

自己改善を実現するために探索過程で得られるどのような情報を用いるか、また得られる情報をどのように活用して自己改善を実現するかについての概要は以下の通りである。

4.1.1 内部情報 本論文では、探索過程で自己改善のために利用する情報は、各々の Particle の持つパラメータ値および更新頻度情報とする。各 Particle はある Particle のパラメータ値を参考に自己改善を行う。ある Particle とは、 g_{best} を更新した Particle である。

4.1.2 探索の指針 各々の Particle は、最良解 g_{best} を更新することを目的とし、更新式による移動の度に得られる評価値を最小とするようにパラメータを調整しながら探索する。本アルゴリズムでは、既存の情報の利用に留まり学習機構は排除されているが、可調整性の検証により g_{best} 更新情報を利用することにより探索効率の向上を実現できる可能性があることがわかっており、各 Particle は、予め探索効率向上を達成する 1 つの指針を有している。

4.1.3 自己改善 本アルゴリズムでは、目標パラメータ値へと Particle のパラメータを漸近させることにより自己改善を行う。しかし、単に g_{best} を更新したものを自己改善の指針とするのではなく、少なくとも自身より優れている、つまり更新頻度の高いものであった場合に改善を行うものとする。自身より更新頻度の低い Particle の持つパラメータ値に近づける操作は、探索効率の改善に結び付かない可能性が高い。

本論文では、各 Particle のパラメータ改善として、式 (4) および式 (5) に示す改善式を提案する。ここで、ステップ幅 α_i , $i = 1, 2, \dots, m$, c_{1i} , $i = 1, 2, \dots, m$ および c_{2i} , $i = 1, 2, \dots, m$ は各 Particle ごとに互いに独立に調整される。 α_i は、個々の Particle が探索の進捗状況に応じて、0 もしくは $1/T_{\max}$ の 2 値を選択するものとする。ここで、 $cbest_1$ と $cbest_2$ とは、あるイテレーションにおいて g_{best} を更新した Particle i の持つパラメータ値である。 α_i については、0 および総イテレーション数 $T_{\max}$ の逆数とすることで、簡易な構造を実現している。

$$c_{1i}^{k+1} = c_{1i}^k + \alpha_i^k (cbest_1^k - c_{1i}^k), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

$$c_{2i}^{k+1} = c_{2i}^k + \alpha_i^k (cbest_2^k - c_{2i}^k), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

$$\alpha_i^k = \begin{cases} 0 & \dots\dots\dots \\ 1/T_{\max} & \dots\dots\dots \end{cases} \quad (6)$$

4.2 最良解情報を用いた適応型 PSO のアルゴリズム
 △ 本論文で提案する最良解情報を用いた適応型 PSO (Adaptive PSO) のアルゴリズムは以下の通りである。

【最良解情報を用いた適応型 PSO】

Step0:[準備] 探索点の総数を $m := 20$, 重み係数を $w := 0.8$, 反復回数のカウンターを $k := 1$ とする。
 更に, 最大反復回数 $T_{\max}$ を設定する。

Step1:[初期化] 各 Particle の初期位置 x_i^1 と初期速度 v_i^1 を乱数によって決める。更に, 重み係数 c_{1i}^1, c_{2i}^1 を $0 < c_{1i}^1 < 3, 0 < c_{2i}^1 \leq (3 - c_{1i}^1)$, $i = 1, 2, \dots, m$ に示す範囲内で乱数により決定する。 $gbest$ 更新回数のカウンターを $g_i := 0$, $i = 1, 2, \dots, m$ とする。

$$pbest_i^1 := x_i^1, i = 1, 2, \dots, m$$

$$gbest^1 := pbest_{i_g}^1$$

とおく。ただし, $i_g = \arg \min_i f(pbest_i^1)^\dagger$

Step2:[速度及び位置の更新] 各 Particle の速度 v_i および位置 x_i を次式で更新する。

$$v_{ij}^{k+1} := w \cdot v_{ij}^k + c_{1i}^k \cdot \text{rand}_1() \cdot (pbest_{ij}^k - x_{ij}^k) + c_{2i}^k \cdot \text{rand}_2() \cdot (gbest_j^k - x_{ij}^k)$$

$$x_{ij}^{k+1} := x_{ij}^k + v_{ij}^{k+1}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$$

Step3:[最良解情報 $pbest$ 及び $gbest$ の更新]

$$I_1 = \{i \mid f(x_i^{k+1}) < f(pbest_i^k), i = 1, 2, \dots, m\}$$

とし,

$$pbest_i^{k+1} := x_i^{k+1}, i \in I_1$$

$$pbest_i^{k+1} := pbest_i^k, i \notin I_1$$

$$gbest^{k+1} := pbest_{i_g}^{k+1}$$

とおく。ただし, $i_g = \arg \min_i f(pbest_i^{k+1})$

Step4:[パラメータ α の決定]

$$f(pbest_{i_g}^{k+1}) \geq f(gbest^k) \text{ であれば,}$$

$$\alpha_i^k := 0, i = 1, 2, \dots, m \text{ とする。さもなければ,}$$

$$g_{i_g} := g_{i_g} + 1$$

$$I_2 = \{i \mid g_i < g_{i_g}, i \neq i_g, i = 1, 2, \dots, m\}$$

$$\alpha_i^k := 0, i \notin I_2$$

$$\alpha_i^k := 1/T_{\max}, i \in I_2$$

とする。

Step5:[パラメータ c_1 および c_2 の更新]

$$c_{1i}^{k+1} := c_{1i}^k + \alpha_i^k (cbest_1^k - c_{1i}^k)$$

$$c_{2i}^{k+1} := c_{2i}^k + \alpha_i^k (cbest_2^k - c_{2i}^k)$$

Step6:[終了判定] $k = T_{\max}$ を満たしていれば終了。さもなければ $k := k + 1$ として Step2 へ行く。

4.3 ベンチマーク問題を用いた数値実験 今回対象とする問題は, ベンチマーク問題の 1 つである単峰性関数 f_1 : Rosenbrock's saddle 関数 (付 3), 及び多峰性関数 f_2 : 2^n minima 関数 (付 1) および f_3 : Griewank 関数 (付 2) とする。 f_2, f_3 は共に多峰性関数であるが, 次元相関をもつかどうかといった点で構造的相違がある。

パラメータ固定型の PSO (以下, PSO) および一般的

表 2 パラメータ調整則

Table 2. Adjustment rules for parameters.

	PSO	LDIWA
Initial value	$w = 0.7$ $c_1 = c_2 = 2.0$	$w = 0.9$ $c_1 = c_2 = 2.0$
Adjustment rule	Constant	$w^{k+1} = w^k - 0.5/T_{\max}$
Last value	$w = 0.7$ $c_1 = c_2 = 2.0$	$w = 0.4$ $c_1 = c_2 = 2.0$

図 5 c_1, c_2 の推移 ($T_{\max} = 500, 2000$)

Fig. 5. Transition of c_1 and c_2 ($T_{\max} = 500, 2000$).

に性能が良いとされている Linearly Decreasing Inertia Weight Approach⁽²⁾ (以下, LDIWA) と, 提案する適応型 PSO (以下, APSO) を比較することにより, 提案手法 (APSO) の有用性を検証する。更に, 提案手法における Step4:, Step5:の調整操作を除いた PSO (以下, PPSO) とも比較を行い, 調整操作の有無による性能評価を行う。具体的なパラメータ設定は表 2 の通りである。なお, LDIWA では各次元における速度成分の大きさを制約範囲内に抑える速度制限機構が付加されており, 提案手法の初期固定パラメータとして, Particle 数 $m = 20$, $w = 0.8$ とした。

図 5 にイテレーション数に対するパラメータ c_1, c_2 の推移を示す。提案手法の多様化・集中化のバランスを確認するため, 評価値の推移も示している。2 つのパラメータ c_1, c_2 は一定の範囲に収束していることが確認できる。しかし, ある値へと完全に収束することではなく, 探索後半においてもパラメータの多様性が維持されていることに注意されたい。評価値の推移については, $T_{\max} = 500$ において多様化から集中化へと移行していることは確認できるが, 十分に収束してはいない。しかし, $T_{\max} = 2000$ であれば, 探索後半において十分に収束していることが確認できる。

図 3 に示される数値実験結果より, 特定のパラメータ値

[†] $\arg \min$ は, 最小値を実現する変数値を表す

表 3 f_1 : Rosenbrock's saddle 関数における性能比較 ($T_{\max} = 500$)Table 3. Application results for f_1 : Rosenbrock's saddle function ($T_{\max} = 500$).

Dim.	Global optimum	Best value				Mean value				Worst value			
		PSO	LDIWA	PPSO	APSO	PSO	LDIWA	PPSO	APSO	PSO	LDIWA	PPSO	APSO
10	0	0	0.2	0.1	0.0	0.4	1.7	1.1	0.7	1.6	6.3	2.3	2.0
50	0	8.2	10.2	15.1	8.6	14.9	39.6	48.3	14.0	32.3	215.1	134.9	43.3
100	0	28	115	464	38	165	612	1412	117	670	3325	3628	359
500	0	82194	81972	7589	5292	93847	93218	24174	13145	105799	103154	80503	37778

表 4 $f_2 : 2^n$ minima 関数における性能比較 ($T_{\max} = 500$)Table 4. Application results for $f_2 : 2^n$ minima function ($T_{\max} = 500$).

Dim.	Global optimum	Best value				Mean value				Worst value			
		PSO	LDIWA	PPSO	APSO	PSO	LDIWA	PPSO	APSO	PSO	LDIWA	PPSO	APSO
10	-783	-783	-783	-783	-783	-744	-774	-753	-761	-668	-726	-691	-698
50	-3916	-2072	-3339	-3381	-3474	-1401	-2923	-2991	-3225	-948	-2338	-2398	-2991
100	-7833	-3025	-3892	-6021	-6166	-2172	-2434	-4846	-5538	-1556	-1499	-3454	-3972
500	-39165	-8977	-8686	-18516	-19865	-7413	-6801	-15148	-16372	-5934	-5200	-6609	-6242

表 5 f_3 : Griewank 関数における性能比較 ($T_{\max} = 500$)Table 5. Application results for f_3 : Griewank function ($T_{\max} = 500$).

Dim.	Global optimum	Best value				Mean value				Worst value			
		PSO	LDIWA	PPSO	APSO	PSO	LDIWA	PPSO	APSO	PSO	LDIWA	PPSO	APSO
10	0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.5	0.1	0.1	0.1	1.0	0.3	0.7	0.4
50	0	141.3	2.50	1.2	0.95	185.2	5.15	5.0	1.87	243.4	14.9	18.2	5.37
100	0	342.8	49.12	12.6	7.54	421.1	90.9	46.5	18.88	474.2	138.7	97.2	35.8
500	0	1931	2293	481	448	2314	2413	962	663	2476	2523	1622	1081

表 6 g_{best} 更新頻度比較 ($T_{\max} = 500$)Table 6. Comparison of frequency for updated global best g_{best} ($T_{\max} = 500$).

Dim.	f_1 : Rosenbrock's saddle				$f_2 : 2^n$ minima				f_3 : Griewank			
	PSO	LDIWA	PPSO	APSO	PSO	LDIWA	PPSO	APSO	PSO	LDIWA	PPSO	APSO
10	26.3	65.4	218	233	147	139	223	310	77.1	127	204	260
50	3.4	55.3	275	314	90.0	141	242	402	17.0	110	299	421
100	1.8	48.7	267	313	91.9	73.3	210	399	10.9	98.8	284	421
500	5.0	7.1	206	273	98.1	67.5	144	374	28.1	27.9	236	399

付近に g_{best} の更新頻度分布が偏っているわけではないことが示されていることを考慮すれば、パラメータが一定の多様性を持っていることは当然予想される。著者らは既に、PSO のパラメータの多様性が多様な問題に対する探索性能を維持する能力、すなわち最適化アルゴリズムのロバスト性向上に寄与することを確認しており、ロバスト性の観点からも提案するアルゴリズムは有効であると考えられる。

表 3~6 に数値実験結果を示す。それぞれの問題に対して各手法を 100 回ずつ試行し、それにより得られた評価値の最悪値、平均値、最良値、および平均更新回数を示している。数値実験より、パラメータ固定型の PSO は、問題の次元数の増加に伴い、大域的最適解の探索性能が著しく低下することが分かる。つまり、パラメータ固定型の PSO は問題に応じた適切なパラメータを採用したとしても次元数増加に対する大域的最適解探索性能の低下という問題があり、さらにパラメータチューニングの労力や困難さを考慮すれば、パラメータの適応化は重要な課題となる。

スケジューリングの調整則の一手法である LDIWA については、低次元であれば解の劣化はほとんど見られないが、

ある次元数を境に著しく最適性が低下することが分かる。境界となる次元数はイテレーション数に依存し、十分に利用者が時間をかけられるのであれば、高次元問題であっても効率的探索を実現できる可能性はある。しかし、現実的には無限には時間をかけることは不可能であり、このような観点からも LDIWA は低次元問題に適したアルゴリズムであると考えられる。

一方、調整操作を除いた提案手法 PPSO は低次元の問題から高次元問題に亘って、パラメータ固定型の PSO や LDIWA と比較して解の劣化が少ないことが分かる。これは、初期値におけるパラメータの多様性が有効であることを示している。更に、PPSO に比べ提案手法の方が得られる解の最適性、更新回数共に向上していることから、パラメータの多様性に加え、提案手法におけるパラメータ調整についても有効であることが確認できる。つまり、提案手法は幅広いクラスの問題に対して適応可能なアルゴリズムであると言える。

本論文では、探索の成功を「多く g_{best} を更新すること」と捉え、提案アルゴリズムでは多く g_{best} を更新するよう

にパラメータを調整しているが、提案アルゴリズムの更新頻度はLDIWAの数倍の更新頻度を実現していることから本論文における目標は十分達成されていると考える。

5. おわりに

本論文では、PSOにおける最良解の更新頻度とパラメータ設定における定性的関係をベンチマーク問題を用いた数値実験により明らかにした。そして、最良解更新頻度が高いParticleのパラメータ値に漸近するように個々のParticleのパラメータを適応的に調整する適応型PSOを構築した。典型的なベンチマーク問題であるRosenbrock's saddle関数、 2^n minima関数およびGriewank関数（それぞれ10次元から500次元）を用いて提案する適応型PSOと従来のPSO（パラメータ固定型PSOとスケジュールの調整型PSO）と比較した結果、最良解更新頻度で約2倍から10倍、最終的に得られた最良解も提案アルゴリズムが最も優れていることを検証した。

適応化を目指すにあたり、Particleの特徴を捉え、いかに個々のParticleを適応的に探索させるかといった視点が重要となってくると考えられる。提案アルゴリズムでは、Particleが予め持つ探索の指針に重点を置いており、Particleの特徴・知性に関しては、考慮すべき事項が非常に多く残されている。マルチエージェントにおける強化学習等に代表されるように、探索の履歴を効率よく利用することにより、一層の探索効率改善が見込まれるであろう。これらについて検討し、より自律的・効率的なアルゴリズムを構築することが本論文の重要な課題であるが、本論文により、PSOに基づいた適応型アルゴリズムの1つの形態が実現されたものとする。

（平成17年5月2日受付、平成17年9月21日再受付）

文 献

- (1) 森下 巖：適応システム，産業図書（1975）
- (2) J. Kennedy and R.C. Eberhart: "Swarm Intelligence", Morgan Kaufmann Publishers (2001)
- (3) K.E. Parsopoulos and M.N. Vrahatis: "Recent Approaches to Global Optimization Problems through Particle Swarm Optimization", *Natural Computing*, Vol.1, No.2-3, pp.235-306 (2002)
- (4) Hu, X. and R.C. Eberhart: "Adaptive Particle Swarm Optimization: Detection and Response to Dynamic Systems", *Proceedings of The IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2002)*, pp.1666-1670 (2002)
- (5) A. Ide and K. Yasuda: "A Basic Study of The Adaptive Particle Swarm Optimization", *IEEJ Trans. on EIS.*, Vol.124-C, No.2, pp.550-557 (2004-2) (in Japanese)
井出 東・安田恵一郎：「適応型 Particle Swarm Optimization に関する基礎的検討」，電学論 C，124，2，pp.550-557 (2004-2)
- (6) K. Yasuda, A. Ide, and N. Iwasaki: "Stability Analysis of Particle Swarm Optimization", *Proceedings of The Fifth Metaheuristics International Conference, MIC03-34* (Aug. 2003)
- (7) K. Yasuda A. Ide, and N. Iwasaki: "Adaptive Particle Swarm Optimization", *Proceedings of 2003 IEEE International Conference on Systems, Man & Cybernetics, TA8-1*, pp.1554-1559 (Oct. 2003)
- (8) K. Yasuda and N. Iwasaki: "Adaptive Particle Swarm Optimization using Velocity Information of Swarm", *Proceedings*

of 2004 IEEE International Conference on Systems, Man & Cybernetics, pp.3475-3481 (Oct. 2004)

付 録

1. 本論文で用いたベンチマーク問題

(1) 2^n minima problem

$$\begin{aligned} \min. \quad & f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i) \\ \text{subj. to} \quad & -5 \leq x_i \leq 5, \quad i = 1, \dots, n \\ & \dots\dots\dots (\text{付 1}) \end{aligned}$$

(2) Griewank problem

$$\begin{aligned} \min. \quad & f(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 + \prod_{i=1}^n \frac{x_i}{\sqrt{i}} \\ \text{subj. to} \quad & -250 \leq x_i \leq 250, \quad i = 1, \dots, n \\ & \dots\dots\dots (\text{付 2}) \end{aligned}$$

(3) Rosenbrock's saddle problem

$$\begin{aligned} \min. \quad & f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} \{100(x_n^2 - x_{n+1})^2 + (1 - x_n)^2\} \\ \text{subj. to} \quad & -2 \leq x_i \leq 2, \quad i = 1, \dots, n \\ & \dots\dots\dots (\text{付 3}) \end{aligned}$$

山口 晃 欽（学生員）2005年3月東京都立大学工学部電気工学科卒業。同年4月、同大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程進学，現在に至る。システム最適化に関する研究に従事。

岩崎 信 弘（正員）2005年3月東京都立大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月、東京電力（株）入社，現在に至る。システム最適化に関する研究に従事。

安 田 恵一郎（正員）1989年3月北海道大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。同年4月東京都立大学工学部助手，91年4月同大工学部助教授，現在，同大学大学院工学研究科助教授。システム最適化手法ならびに電力システム工学の研究に従事。工学博士。