Design of a Performance-Adaptive PID Control System Based on Modeling Performance Assessment

Toru Yamamoto Member (Hiroshima University, yama@hiroshima-u.ac.jp)

Keywords: self-tuning control, PID control, control performance assessment, generalized minimum variance control, process control

Recently, the improvement of production quality and the reduction of the production cost have been further advanced in process industries represented by petroleum and refinery processes, and the control systems play an important role in such a situation. In Particular, the properties of process systems have been frequently changed due to the change of operating condition and/or nonlinearity of the systems. It is necessary to readjust the control parameters corresponding to the change of system properties in order to maintain the desired control performance. As one of such strategies, the self-tuning control has been proposed. Authors have also developed the self-tuning PID controller. However, according to the self-tuning controller, since the system parameters are recursively estimated and the controller parameters are adjusted based on the estimates, the computational burden and the reliability of the estimates have been pointed out in implementation to real systems.

By the way, for the purpose of maintaining the safety or the productivity of industrial processes, the researches on control performance assessment have been paid to attention in last decade. In process systems, it is necessary to specify the controller which does not give the satisfactory control performance, and to readjust control parameters included in the specified controller. In other words, it is most important problem to unify the control performance assessment and the controller design in industries.

In this paper, a design scheme of performance-adaptive PID controllers is newly proposed, which is shown in Fig. 1. According to the proposed control scheme, the modeling performance is firstly evaluated, and system parameters are identified, if the modeling performance is not good. In addition, PID parameters are adjusted based on the estimates so that the control performance satisfies the desired performance determined in advance.

The control result using the proposed control scheme for a time-varying system is shown in Fig. 2. For the purpose of comparison, the control result using the conventional self-tuning PID control scheme is shown in Fig. 3. PID parameters are adequately adjusted corresponding to the system change, although the trajectories of PID parameters is omitted due to the page limit. From these results, it is clear that the proposed performance-adaptive PID controller works well for time-varying system.

Fig. 1. Schematic figure of the proposed performance-adaptive PID control system

Fig. 2. Control result using the proposed control scheme

Fig. 3. Control result using the conventional self-tuning PID control scheme

モデリング性能評価に基づくパフォーマンス・アダプティブ PID制御系の設計

正 員 山本 透*

Design of a Performance-Adaptive PID Control System Based on Modeling Performance Assessment

Toru Yamamoto*, Member

In industrial processes represented by petroleum and refinery processes, it is necessary to establish the performance-driven control strategy in order to improve the productivity, which the control performance is firstly evaluated, and the controller is reconstructed. This paper describes a design scheme of performance-adaptive PID controllers which are based on the above control mechanism. According to the proposed control scheme, the system identification works corresponding to the result of modeling performance assessment, and PID parameters are computed using the newly estimated system parameters. In calculating the PID parameters, the desired control performance is considered. The behaviour of the proposed control scheme is numerically examined in some simulation examples.

キーワード：セルフチューニング制御，PID 制御，制御性能評価，一般化最小分散制御，プロセス制御

Keywords: self-tuning control, PID control, control performance assessment, generalized minimum variance control, process control

1. 緒 言

化学プロセスや石油精製プロセスに代表されるプロセス産業界においては、国際競争の激化の煽りを受けて、生産性の向上、省エネルギー・省力化など、品質向上と生産コストの低減が一層進められている。そのような現状において、制御システムが果たす役割もこれまで以上に重要視されてきている。とりわけ化学プロセスや石油精製プロセスなどにおいては、操業条件の変更（製品銘柄の変更など）、原料・環境の変化、あるいはシステムそのものがもつ非線形性などにより、対象とするシステムの特性が変化することが往々にして存在する。そのようなシステムに対して高精度な制御性を得るためには、本来、システムの特性に対応して制御システム（コントローラパラメータ）が自己調整されることが望ましい。その一つのアプローチとして、セルフチューニング制御⁽¹⁾があり、著者もこの考えに基づいたセルフチューニング PID 制御法^{(1)~(4)}を提案している。ところが、セルフチューニング制御法は、システムパラメータを逐次推定し、その推定値に基づいてコントローラパラ

メータを調整する方式に基づいており、計算コストやパラメータ推定の信頼性における問題点が指摘され、実用化の大きな妨げとなっている。これを解決するためには、パラメータ同定法の抜本的な改良が望まれるところではあるが、不必要なパラメータ同定を回避することにより、計算コストの削減やパラメータ同定の信頼性を、多少ではあるが向上させることができると考えられる。

ところで、プロセス全体の安全性（安定性）の維持や、コントローラパラメータのチューニングが十分でない箇所を特定することを目的として、制御性能を操業データから評価する研究が、近年盛んに行われている^{(5)~(9)}。制御性能を評価し、制御性能が十分に発揮されていなければ、所望の制御性が得られるように制御パラメータを調整するといった一連のプロセスが、実際の現場において必要とされている。この一連のプロセスを自動的に行うことが良いかどうかは別として、「評価」と「設計」を統合したアプローチは、現在、産業界における重要な課題の一つと考えられる。

そこで本論文では、モデリング性能を評価し、評価が悪い場合にシステム同定を行い、その推定値に基づいてコントローラパラメータを調整する方法を提案する。このとき、コントローラパラメータの調整に際しては、予め望ましい制御性能を与え、これを満足するように調整する。具体的には、著者が先に提案したセルフチューニング PID 制御

* 広島大学大学院教育学研究科
〒 739-8524 広島県東広島市鏡山 1-1-1
Graduate School of Education, Hiroshima University
1-1-1 kagamiyama, Higashi-Hiroshima, Hiroshima 739-8524

法⁽⁴⁾を基盤にし、その方法における一つの設計パラメータを、所望の制御性能が得られるように調整するものである。所望の制御性能を保持することができるということで、本論文で提案する制御法を、パフォーマンス・アダプティブPID制御法と呼ぶ。

2. パフォーマンス・アダプティブPID制御系

〈2・1〉 制御系の概要 セルフチューニング制御の基本構成は、Åström らによって提案されたが、システムパラメータを逐次推定し、その結果に基づいてコントローラパラメータを調整する方式 (Explicit 法) に基づいている⁽¹⁰⁾。本方式の場合、パラメータ同定を逐次行うため、計算コストが大きい上に、パラメータ推定の信頼性に乏しいことが実装の大きな障害となっている。その一方で、制御性能を向上させる上では、システム同定は不可欠なものである。このような状況から、本論文では以下のような観点に立ったPIDコントローラを設計する。

- (1) モデリング性能評価機構を設け、モデリング誤差が予め設定した基準を超えたときのみパラメータ同定を行う。
- (2) パラメータ同定を行った際は、その推定パラメータに基づいてPIDパラメータを変更する。
- (3) PIDパラメータの変更に際しては、制御性能 (制御誤差の分散と制御入力の変分の分散) を考慮する。

上述のように、常にPIDパラメータを調整するのではなく、予測誤差評価結果に基づいて、必要に応じてPIDパラメータを変更するものである。本論文で提案するパフォーマンス・アダプティブPID制御系の概要図をFig.1に示す。ここで、本制御系を簡単に説明する。モデリング性能評価機構 (Parameter Evaluation) において、モデル化誤差 η と予め設定した基準値を比較し、これを超えた場合に、パラメータ同定機構 (Parameter Identification) が機能し、新しく予測モデルを更新するとともに、パラメータ変換機構 (Parameter Converter) において、所望の制御性能 (σ_e) を考慮して、パラメータ推定値 $\hat{\theta}$ に基づいてPIDパラメータを生成する制御系となっている。なお、 γ は、モデル化誤差の基準値に相当するパラメータを示している。

〈2・2〉 システムの記述 まず、制御系を設計する上での記述モデルについて考察する。ここでは化学プロセスなどのプロセス系を対象とすることを考える。本来、化学プロセスは伝熱・対流・輻射などを考えれば高次遅れ系になるが、システムパラメータの数が増えると、それだけ不確かさを多く含むことになり、これが制御系設計に悪影響を及ぼすことが考えられる。このような状況から、プロセス系を扱う現場では、対象とするシステムを「一次遅れ+むだ時間」系として記述することが多く、ここでも次式を制御対象の記述モデル (詳細モデル) とする。

$$G(s) = \frac{K}{1+Ts} e^{-Ls} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 K 、 T 、および L は、それぞれシステムゲイン、時定数、むだ時間を表している。

図1 パフォーマンス・アダプティブPID制御系の概要図

Fig.1. Schematic figure of the proposed performance-adaptive PID control system.

さらに、むだ時間を一次パディ近似し、次式のような二次遅れ系 (設計用モデル) を考える。

$$G'(s) = \frac{K(1 - \frac{L}{2}s)}{(1+Ts)(1 + \frac{L}{2}s)} \dots\dots\dots (2)$$

むだ時間の有理式による近似は、むだ時間成分を陽にPIDパラメータによって補償することを目的としている。

次に、(2)式に対応した次式の離散時間モデルを考える。

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-1}B(z^{-1})u(t) + \chi(t)/\Delta \dots\dots\dots (3)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

であり、 $u(t)$ は制御入力、 $y(t)$ はシステム出力、ならびに $\chi(t)$ はモデル化誤差等を示すガウス性白色雑音である。また、 z^{-1} は時間遅れ演算子で、 $z^{-1}y(t) = y(t-1)$ を意味している。 Δ は差分演算子を表しており、 $\Delta := 1 - z^{-1}$ で定義される。(3)式はCARIMA(Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average)モデルであり、ステップ状の外乱や目標値点周りの定常項を除去する目的で、プロセス系に対して用いられている。

以上より、システムパラメータ K 、 T 、および L が与えられたとき、本論文では、これに基づいた(3)式を用いてPIDパラメータを算出する。

〈2・3〉 PIDコントローラ 次式で与えられるPID (比例・微分先行型PID) 制御則を考える。

$$\Delta u(t) = \frac{k_p \cdot T_s}{T_I} e(t) - k_p \left(\Delta + \frac{T_D}{T_s} \Delta^2 \right) y(t) \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 k_p 、 T_I 、 T_D は、それぞれ比例ゲイン、積分時間、および微分時間を表しており、 $e(t)$ は制御誤差で、次式で与えられる。

$$e(t) := r(t) - y(t) \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $r(t)$ はステップ状で与えられる目標値である。また、 T_s はサンプリング間隔である。目標値変更の際の制御

入力のカッキングを回避する目的で、(5) 式の PID 制御則を用いている。以下の考察を簡単にするために、(5) 式を次式として書き換える。

$$C(z^{-1})y(t) + \Delta u(t) - C(1)r(t) = 0 \dots\dots\dots (7)$$

ただし、

$$C(z^{-1}) := k_p \left\{ \left(1 + \frac{T_s}{T_I} + T_D T_s \right) - \left(1 + \frac{2T_D}{T_s} \right) z^{-1} + \frac{T_D}{T_s} z^{-2} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

PID 制御による制御性能は、(5) 式における PID パラメータ (k_p , T_I , T_D) に大きく左右される。ここでは、制御性能評価法との関連を考慮し、著者が先に提案している一般化最小分散制御 (GMVC) ⁽¹¹⁾ に基づいた PID パラメータ調整法 (GMV - PID) ⁽²⁾ を用いる。次節において、本手法を簡単に説明する。

〈2・4〉 PID パラメータの調整 Clarke らによって提案された GMVC の評価規範の一つの形が、次式として与えられる ⁽¹¹⁾。

$$J = E[\{P(z^{-1})y(t+1) + \lambda \Delta u(t) - P(1)r(t)\}^2] \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $P(z^{-1})$ は設計多項式であり、次式により設計する。

$$P(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= -2e^{-\frac{\rho}{2\mu}} \cos\left(\frac{\sqrt{4\mu-1}}{2\mu}\rho\right) \\ p_2 &= e^{-\frac{\rho}{\mu}} \\ \rho &:= T_s/\sigma \\ \mu &:= 0.25(1-\delta) + 0.51\delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

σ は立ち上がり時間に相当するパラメータを示しており、 μ は応答の減衰特性に関連するパラメータで、 δ によって調整される。このとき、 $\delta = 0$ は二項展開形式モデルに相当する応答形状を示し、 $\delta = 1.0$ は Butterworth 形式モデルに相当する応答形状となる。一方、 λ は制御入力に対する重み係数を表している。ここで、 σ , δ , および λ は、制御性 (即応性, 安定性, 定常特性など) に大きな影響を与える。設計の見通しを良くするために、事前情報から σ は、概ね時定数とむだ時間の総和の $1/3 \sim 1/2$ 程度に設定し、 δ は、実用的観点から $0 \leq \delta \leq 2.0$ として設定する ⁽²⁾。 λ のみを、後で考察する方法によって調整するものとする。

(9) 式の評価規範の最小化により、次式による制御則が与えられる。

$$F(z^{-1})y(t) + \{B(z^{-1}) + \lambda\}\Delta u(t) - r(t) = 0 \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 $F(z^{-1})$ は、以下の Diophantine 方程式に基づいて計算される。

$$P(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1}) + z^{-1}F(z^{-1}) \dots\dots\dots (13)$$

$$F(z^{-1}) = f_0 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} \dots\dots\dots (14)$$

いま、(12) 式の第二項の係数多項式を定常項に置き換えた次式を考える。

$$F(z^{-1})y(t) + \{B(1) + \lambda\}\Delta u(t) - r(t) = 0 \dots\dots\dots (15)$$

ここで、新しく ν を次式として定義すると、

$$\nu := B(1) + \lambda \dots\dots\dots (16)$$

(15) 式は次式と書ける。

$$\frac{F(z^{-1})}{\nu}y(t) + \Delta u(t) - \frac{r(t)}{\nu} = 0 \dots\dots\dots (17)$$

このとき、(7) 式と (17) 式を比較すると、

$$C(z^{-1}) = F(z^{-1})/\nu \dots\dots\dots (18)$$

として、 $C(z^{-1})$ を設計すれば、GMVC に基づいて PID パラメータを計算することができる。すなわち、(7) 式と (17) 式から、PID パラメータは次式により計算される。

$$\left. \begin{aligned} k_p &= -\frac{1}{\nu}(f_1 + 2f_2) \\ T_I &= -\frac{f_1 + 2f_2}{f_0 + f_1 + f_2}T_s \\ T_D &= -\frac{f_2}{f_1 + 2f_2}T_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

以上により、GMVC - PID を設計することができる。なお、詳細は文献 (2) を参照されたい。先にも述べたように、GMVC においてユーザが決定する設計パラメータ λ を適切に設定することが非常に重要である。次節で考察する制御性能評価との関連に基づいて、この設計パラメータを設定することとする。

〈2・5〉 制御性能評価に基づく λ の調整 制御性能を評価する場合、対象とするシステム (プロセス) によって、評価方法が異なってくる。例えば、射出成型器や押出器のような熱プロセスにおいては、同じ工程が繰り返され、その工程の速度が生産性に大きく影響する。したがって、このような場合は、即応性 (目標値追従性) が要求される。一方、石油化学プロセスや石油精製プロセスにおいては、過渡状態とはにかく安定であることが大前提であり、定常特性が生産性を大きく左右する。そのため即応性よりも定常特性が重要視される。ここでは、後者の定常特性の評価に焦点を絞って考察を進める。

定常特性の評価として、文献 (5) では制御誤差の分散が扱われている。具体的には、最小分散制御により実現される制御誤差の分散を基準とした評価基準 (ベンチマーク) が与えられている。生産性 (例えば製品性状の均一化) を向上させるためには、制御誤差の分散を可能な限り小さくすることが重要である。この意味において、本評価基準は、

図2 λを変化させたときの制御性能の変容
(Trade-off 曲線)

Fig. 2. Trade-off curve indicated by changing λ

有効な制御性能評価の目安となっている。しかし、その一方で、もともと最小分散制御では、制御入力に何らかの制約が課せられていないために、制御入力の分散（あるいは、制御入力の差分の分散）が大きくなり、実用面での問題が指摘されている^{(7)~(9)}。化学プロセスにおいては、生産性（製品性状など）を向上させることが重要であるが、コスト削減、あるいは省エネルギー化の問題も十分に考慮する必要がある。したがって、ランニングコストを十分に抑えながら、生産性を向上させることが最も重要であると考えられる。このような理由から、制御誤差の分散と制御入力の分散（あるいは、制御入力の差分の分散）の双方を考慮した評価基準が化学プロセスの制御性能評価として相応しく、これまでに、文献(7)(8)において考察されている。そこで、本論文では、GMV-PIDにおけるλを、制御誤差と制御入力の差分の分散（以降は、簡単のために制御入力の分散という。）の双方に基づいて調整することを考える。GMV-PIDにおいて、λを変化させたとき、Fig.2のような trade-off 曲線⁽⁶⁾⁽⁸⁾が得られる。縦軸は定常状態での制御誤差信号の分散 $E[e^2(t)]$ 、横軸は制御入力の分散 $E[(\Delta u(t))^2]$ を示している。

Fig.2から明らかなように、λを変化させることで、制御誤差の分散と入力の分散とが変化する。このとき、λの決定が重要であるが、ここでは、制御誤差の分散をユーザが指定し、それを満足する中で、制御入力の分散が小さくなるように、λを決定することを考える。ここでは、予め設定した制御誤差の分散を1.0とすると、Fig.2で示す '+' の点がこれに相当する。

〈2・6〉 システム同定 セルフチューニングコントローラの設計においては、通常、逐次型最小2乗法を用いて、システムパラメータを逐次推定している。ここでも同様に、逐次型最小2乗法を用いるが、パラメータ同定の信頼性を多少ではあるが向上させるために、以下の点を考慮する。

- (1) 予め設定したモデル化誤差の範囲を超えたときのみ、現時刻から遡った N ステップの入出力データに対して、逐次型最小2乗法を適用する。
- (2) 可能な限り推定するパラメータの個数を少なくする。

まず、(1) 式の詳細モデルに対応した次式の離散時間モデルを考える。

$$\alpha(z^{-1})y(t) = z^{-(d+1)}\beta(z^{-1})u(t) + \xi(t)/\Delta \quad \dots\dots\dots (20)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \alpha(z^{-1}) &= 1 + \alpha_1 z^{-1} \\ \beta(z^{-1}) &= \beta_0 + \beta_1 z^{-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 $\xi(t)$ はモデル化誤差を示しており、平均0、分散 σ_ξ^2 のガウス性白色雑音とする。また、 d はむだ時間を表している。通常、プロセス系ではむだ時間を正確に把握することが難しく、この d を予め想定される範囲内 ($d = d_m, d_m + 1, \dots, d_M$) で順に変化させ、推定誤差が最も小さくなる d を、むだ時間の推定値 ($\hat{d}(t)$) として決定する。なお、(21) 式の α_1 、 β_0 、および β_1 は、次式の逐次型最小2乗法により推定する。

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) \\ &+ \frac{\Gamma(k-1)\psi(k-1)}{1 + \psi^T(k-1)\Gamma(k-1)\psi(k-1)} \varepsilon(k) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(k) &= \Gamma(k-1) \\ &- \frac{\Gamma(k-1)\psi(k-1)\psi^T(k-1)\Gamma(k-1)}{1 + \psi^T(k-1)\Gamma(k-1)\psi(k-1)} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\varepsilon(k) := \Delta y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)\psi(k-1) \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\hat{\theta}(k) := [\hat{\alpha}_1(k), \hat{\beta}_0(k), \hat{\beta}_1(k)]^T \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\begin{aligned} \psi(k-1) &:= [-\Delta y(k-1), \Delta u(k-d-1), \\ &\quad \Delta u(k-d-2)]^T \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k &= t-N+1, t-N+2, \dots, t-1, t \\ &= d_m, d_m+1, \dots, d_M \end{aligned}$$

次に、システムパラメータの推定値 ($\hat{T}$, $\hat{K}$, $\hat{L}$) は、次式により計算する¹²⁾。

$$\hat{T}(t) = -T_s / \log(-\hat{\alpha}_1(t)) \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\hat{K}(t) = \frac{\hat{\beta}_0(t) + \hat{\beta}_1(t)}{1 + \hat{\alpha}_1(t)} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\hat{L}(t) = \left\{ \frac{\hat{\beta}_1(t)}{\hat{\beta}_0(t) + \hat{\beta}_1(t)} + \hat{d}(t) \right\} \cdot T_s \quad \dots\dots\dots (29)$$

〈2・7〉 パフォーマンス・アダプティブPIDコントローラ これまでに考察してきた個々の手続きを統合し、パフォーマンス・アダプティブPIDコントローラを構築する。そのアルゴリズムは以下の通りである。

- 1° ヒストリカルデータ（プロセスの操業データ）に基づいて、制御誤差の分散と制御入力の分散を計算する。
- 2° 逐次型最小2乗法によりシステムパラメータを計算する。また、推定誤差 $\varepsilon(t)$ の標準偏差 σ_ε を算出する。

3° 推定パラメータを用いて、 λ を変化させて PID コントローラ (GMV - PID) を設計する。このとき、それぞれの λ に対応した制御誤差の分散 ($E[e^2(t)]$) と制御入力分散 ($E[(\Delta u(t))^2]$) を計算する。ただし、それぞれの分散の計算は、 H_2 ノルムを用いて計算する (付録参照)。

4° 予め設定した制御誤差の分散 (σ_e^2) を満足する中で、制御入力分散が最も小さくなるポイントを算出し、これに対応する λ 、ならびに PID パラメータを算出し、PID パラメータを変更する。

5° $t = t + 1$

6° 2° で計算したシステムパラメータを用いて、次式により予測誤差 $\eta(t)$ を計算する。

$$\eta(t) := \Delta y(t) - \hat{\theta}^T(t)\psi(t-1) \dots\dots\dots (30)$$

ただし、 $\hat{\theta}(t)$ と $\psi(t-1)$ は、(25) 式と (26) 式と同様の形で与えられる。

7° 次式の関係満足するときは 2° へ、そうでない場合は、5° へ戻る。

$$|\eta(t)| \geq \gamma \sigma_e \dots\dots\dots (31)$$

ここで、最小二乗法のもつ性質から、予測誤差が近似的に正規分布に従うという前提において、 γ は統計的観点から 3.0~5.0 程度を目安として設定する。

以上により、モデリング性能評価に基づいて PID パラメータが調整されるパフォーマンス・アダプティブ PID コントローラを設計することができる。ここで、本提案手法は、モデリング性能の評価基準 ((31) 式) と PID パラメータ算出のための基準 ((9) 式) の 2 つの基準を有している。まず、モデリングが良好であるかどうか (31) 式により評価 (判定) され、改めてシステム同定を行う場合は、(9) 式の評価との関連に基づいて PID パラメータが算出されることに注意されたい。なお、1° ~ 4° の手続きは、PID パラメータの初期チューニングの際にも利用することができる。

3. 数値例

本論文で提案したパフォーマンス・アダプティブ PID 制御法の有効性を、数値例により定量的に評価する。

まず、PID パラメータの初期チューニングの際に本手法を適用することを想定し、以下のような数値例を考える。

[例 1]

制御対象が次式で与えられるとする。

$$G(s) = \frac{0.5}{1+100s} e^{-45s} \dots\dots\dots (32)$$

(32) 式をサンプリング間隔 $T_s = 10.0[s]$ で離散化し、モデル化誤差として平均 0、分散 0.001 のガウス性白色雑音を付加したモデルを制御対象とする。

この制御対象に対して、提案手法を適用する。このときの制御結果を、Fig.3 に示す。ただし、最初の 1000[step] においては、 $k_p = 3.56$ 、 $T_I = 100.0$ 、 $T_D = 49.5$ の PID パラメータによる制御が行われており、その 1000 ステップ間の入出力データを用いて、 $t = 1000[\text{step}]$ の時点で、先に示し

図 3 提案手法による制御結果 ($\sigma_e^2 = 0.09$)

Fig. 3. Control result using the proposed control scheme in the case of $\sigma_e^2 = 0.09$.

図 4 λ を変化させたときの制御性能の変容 (Trade-off 曲線)

Fig. 4. Trade-off curve indicated by changing λ .

たアルゴリズムの 1° ~ 4° が適用されるものとする。なお、 $d_m = 4$ 、 $d_M = 8$ 、 $\sigma_e^2 = 0.09$ 、 $p_1 = -1.53$ 、 $p_2 = 0.59$ と設定した。また、3° において、 λ は $0.0 \leq \lambda \leq 10.0$ の間を、0.01 刻みで変化させた。さらに、 $t = 1000$ における trade-off 曲線を Fig.4 に示す。ただし、‘*’印は最初の 1000 ステップにおける制御性能 (制御誤差と制御入力分散) を示している。また、‘+’は、本アルゴリズムによって特定した点 (制御性能) を示している。このとき、 $\lambda = 0.05$ が算出された。なお、 $\lambda = 0.0 \sim 0.03$ の間は制御系が不安定となり、制御性能を計算することができなかった。 $\lambda = 0.04$ においては、安定限界に近い応答を示しており、制御誤差の分散が大きくなっていることが分かる。

Fig.3 と Fig.4 より、提案手法を適用したことで、制御誤差および制御入力の双方が、効果的に抑えられていることが分かる。なお、 $t = 1000[\text{step}]$ でのパラメータ同定により、 $\sigma_e = 0.0314$ 、 $\hat{T} = 99.22$ 、 $\hat{K} = 0.500$ 、 $\hat{L} = 50.00$ であり、算出された PID パラメータは、 $k_p = 5.80$ 、 $T_I = 69.68$ 、および $T_D = 15.88$ であった。さらに、1500[step] から 2000[step] 間の制御誤差の分散は、0.1054 であり、最初に指定した望ましい制御誤差の分散 ($\sigma_e^2 = 0.09$) に、概ね近い値となっている。

図5 提案手法による制御結果 ($\sigma_e^2 = 0.25$)

Fig.5. Control result using the proposed control scheme in the case of $\sigma_e^2 = 0.25$.

次に、同様のシミュレーションを、 $\sigma_e^2 = 0.25$ として行った結果を、Fig.5 に示す。なお、 σ_e^2 を除いた設計パラメータは、先と同じ値に設定した。

予め設定する σ_e^2 を大きくすると、制御誤差の分散が大きくなり、逆に trade-off 関係によって、制御入力の分散が抑えられていることが分かる。なお、1500[step] から 2000[step] 間の制御誤差の分散は、0.2543 であり、設定した制御性能が得られていることが分かる。なお、この場合の PID は、 $k_p = 2.44$, $T_I = 69.13$, $T_D = 15.84$ であった。 T_I と T_D は、先の結果とほぼ同じ値となっており、指定する制御性能を変化させると λ が変化し、それに対応して k_p のみが変わることが分かる。これは、(16) 式と (19) 式の関係からも明らかである。以上により、PID パラメータの初期チューニングにおける、提案手法の有効性が確認された。

次に、システムの変動する場合を想定して、以下のような数値例について考察する。

[例 2]

対象とするシステムが、次式で与えられるものとする。

$$G(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ls} \dots\dots\dots (33)$$

ただし、2500[step] までは、[例 1] と同様の特性をもち、2501[step] 以降 5000[step] まで、システムゲインと時定数が以下のように変化し、むだ時間は変化しないものとする。

$$\left. \begin{aligned} T &= 100 - \frac{50(t - 2500)}{2500} \\ K &= 0.5 + \frac{2.5(t - 2500)}{2500} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

時定数は最終的に 1/2 倍となり、システムゲインは 6 倍となる。ここでも同様に、(33) 式をサンプリング間隔 $T_s = 10.0[s]$ で離散化し、モデル化誤差として平均 0、分散 0.0001 のガウス性白色雑音を付加したモデルを考える。

この制御対象に対して提案手法を適用する。ただし、最初の 1000[step] においては、[例 1] の場合と同様、 $k_p = 3.56$, $T_I = 100.0$, $T_D = 49.5$ の PID パラメータによる制御が行われており、 $t = 1000[step]$ 以降において、提案したパ

図6 提案手法による制御結果 ($\gamma = 3.0$)

Fig.6. Control result using the proposed control scheme in the case of $\gamma = 3.0$.

図7 図6に対応したPIDパラメータ調整結果

Fig.7. Trajectories of PID parameters corresponding to Fig.6

フォーマンス・アダプティブPID制御法が適用される。なお、 $d_m = 4$, $d_M = 8$, $\sigma_e^2 = 0.04$, $p_1 = -1.53$, $p_2 = 0.59$ と設定し、 3° における λ は、ここでも $0.0 \leq \lambda \leq 10.0$ の間を、0.01 刻みで変化させた。さらに、 7° の γ は 3.0 とし、パラメータ同定に用いたデータ数は、 $N = 200$ とした。このときの制御結果を Fig.6 に、また PID パラメータの調整結果を Fig.7 に示す。Fig.6 と Fig.7 から分かるように、 $t = 1000[step]$ での変更も含めて、4 回の PID パラメータ調整が行われている。このとき、 λ は、0.22($t = 1500$), 0.58($t = 3243$), 1.03($t = 4657$), 1.38($t = 4814$) と算出された。なお、1000[step] 以降の制御誤差の分散は 0.0348 であり、予め設定した制御性能を発揮していた。この結果より、システム変動に対して適切に PID パラメータが調整され、良好な制御結果が得られていることが分かる。

次に、 7° の γ を 5.0 としたときの制御結果を Fig.8 に、またそのときの PID パラメータ調整結果を Fig.9 に示す。 γ を大きくしたことで、PID パラメータの調整が、 $t = 1000[step]$ と $t = 3636[step]$ の 2 回のみであった。 λ はそれぞれ、0.22 と 1.35 であった。1000[step] 以降の制御誤差の分散は 0.0419 であり、先に比べて性能が若干劣化する

図 8 提案手法による制御結果 ($\gamma = 5.0$)

Fig.8. Control result using the proposed control scheme in the case of $\gamma = 5.0$.

図 9 図 8 に対応した PID パラメータ調整結果

Fig.9. Trajectories of PID parameters corresponding to Fig.8

るものの、設定した制御性能を概ね満足している結果が得られた。 γ を変えることで、システム変動あるいはモデル化誤差に対する感度を調整することができる。すなわち、 γ を小さくすると感度が上がり、パラメータ調整の頻度が増加する。一方で、 γ を大きくすると感度が小さくなり、パラメータ調整の頻度は減少する。

最後に、比較のために、提案した手法の $1^\circ \sim 4^\circ$ のみを適用した制御結果 ($\gamma = 5.0$) を Fig.10 に、文献 (2) で提案したセルフチューニング PID 制御法による制御結果を Fig.11 に示す。そのときの PID パラメータ調整結果を Fig.12 に示す。なお、セルフチューニング PID 制御法はパラメータ同定に基づいて、PID パラメータを逐次調整するものである。また、設計パラメータである λ は、 $\lambda = 0.20$ として固定し、逐次型最小 2 乗法には忘却係数を導入し、これを 0.98 とした。

まず、Fig.10 においては、システム変動に対して PID パラメータを調整しなかったことにより、最後に制御系が不安定に陥っている。これにより、オンラインでモデリング性能を評価し、PID パラメータを変更することの有効性が認められる。なお、1000[step] 以降の PID パラメータは、 $k_p = 1.9458$, $T_I = 67.6249$, および $T_D = 16.4162$ であっ

図 10 提案手法のうち $1^\circ \sim 4^\circ$ のみを適用した制御結果

Fig.10. Control result using the proposed control scheme where only the procedure from [step1] to [step4] is employed.

図 11 セルフチューニング PID 制御法による制御結果

Fig.11. Control result using the self-tuning PID control scheme.

図 12 図 11 に対応した PID パラメータ調整結果

Fig.12. Trajectories of PID parameters corresponding to Fig.11

た。一方、Fig.11 では、オンラインでパラメータ同定を行ったものの、 λ を固定したことにより、制御性が保持されないばかりか、この場合も最終的には不安定な制御系となっ

ていることが分かる。また、PID パラメータが逐次調整されているために、微小ではあるが変化している。PID パラメータを逐次調整すること、またそれにより PID パラメータが変化することは、計算コストや信頼性の面で実装化の大きな妨げとなる。この点に着目すれば、本論文で提案したパフォーマンス・アダプティブ PID 制御法の有効性が顕著に認められる。

4. 結 言

本論文では、PID パラメータの調整法として、モデリング性能評価に駆動して PID パラメータを調整するパフォーマンス・アダプティブ PID 制御法を提案した。本手法の主たる特徴は、以下のようにまとめられる。

- (1) モデリング性能を評価し、この評価結果に基づいてシステム同定、ならびに PID パラメータ調整が行われる。
- (2) 予め設定した制御性能（制御誤差の分散）を実現するように、可調整パラメータである λ （制御入力項にかかる重み係数）が自動調整される。

(1) の特徴は、必要に応じてシステム同定と PID パラメータ調整が行われることを意味しており、従来法であるセルフチューニング PID 制御法に比べて、計算コストならびに信頼性の面で優れていると言える。一方、(2) の特徴は、制御性能評価と制御系の再構築（PID パラメータの再調整）を融合する、ひとつの形を示している。これにより、「Plan・Do・See・Check」を一連とした制御システムを構築することができる。しかしながら、これまでのセルフチューニング PID 制御法と同様に、提案手法による制御性能が、パラメータ同定精度に大きく依存している。同定区間を設けたり、推定パラメータの数を極力減らすなどの工夫はしたもの、この点については本論文においても残されたままとなっている。これについては、今後の課題として、さらに考察を重ねる予定である。

最後に本研究は、平成 17・18 年度日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究（B）（課題番号 17360199）、ならびに平成 17 年度日本学術振興会特定国派遣プログラムの支援を受けて行ったものである。とくに、特定国派遣プログラムにおいては、アルバータ大学 Sirish L. Shah 教授に有益な助言を賜った。ここに記して感謝の意を表する。

（平成 18 年 9 月 19 日受付，平成 19 年 5 月 7 日再受付）

文 献

- (1) 大松 繁・山本 透編：「セルフチューニングコントロール」，コロナ社（1996）
- (2) 山本 透・兼田雅弘：「一般化最小分散制御則に基づくセルフチューニング PID 制御器の一設計」，システム制御情報学会論文誌，Vol.11，No.1，pp.1-9（1998）
- (3) T. Yamamoto and S.L. Shah: "Design and Experimental Evaluation of a Multivariable Self-Tuning PID Controller", *IEE Proc. of Control Theory and Applications*, Vol.151, No.5, pp.645-652（2004）
- (4) 山本 透・藤井憲三：「実用化に向けたセルフチューニング制御系の設計」，電学論，123-D，9，pp.979-984（2003-9）

- (5) T.J. Harris: "Assessment of Closed Loop Performance", *J. Canadian J. of Chemical Engineering*, Vol.67, pp.856-861（1989）
- (6) B. Huang and S.L. Shah: "Performance Assessment of Control Loops: theory and applications", *Springer-Verlag*, London（1999）
- (7) M.J. Grimble: "Controller Performance Benchmarking and Tuning using Generalised Minimum Variance Control", *Automatica*, Vol.38, pp.2111-2119（2002）
- (8) B. Huang: "A Pragmatic Approach Towards Assessment of Control Loop Performance", *Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol.17, pp.589-608（2003）
- (9) 加納 学・山下善之：「プロセス制御系の制御性能評価と監視」，計測と制御，Vol.44，No.2，pp.125-129（2005）
- (10) K.J. Åström, U. Borisson, L. Ljung, and B. Wittenmark: "Theory and Applications of Self-Tuning Regulators", *Automatica*, Vol.13, No.5, pp.457-476（1977）
- (11) D.W. Clarke and P.J. Gawthrop: "Self-tuning control", *IEE Proc. of Control Theory and Applications*, Vol.126, No.6, pp.633-640（1979）
- (12) R. Wood, S. Shah, R. Miller: "Adaptive Predictive Control Employing On-Line Time Delay Estimation", *Advances in Instrumentation and Control*（1995）

付 録

まず、定常状態において次式の関係を得る。

$$e(t) = -\frac{1}{T(z^{-1})}\xi(t) \cdots \cdots \cdots \text{(付 1)}$$

$$\Delta u(t) = -\frac{C(z^{-1})}{T(z^{-1})}\xi(t) \cdots \cdots \cdots \text{(付 2)}$$

ただし、 $T(z^{-1})$ は次式により定義される。

$$T(z^{-1}) := \Delta\alpha(z^{-1}) + z^{-(d+1)}\beta(z^{-1})C(z^{-1}) \cdots \cdots \cdots \text{(付 3)}$$

このとき、制御誤差 $e(t)$ と制御入力 $\Delta u(t)$ の分散は、 H_2 ノルム $\|\cdot\|_2$ を用いて、次式により計算することができる。

$$E[e^2(t)] = \left\| -\frac{1}{T(z^{-1})} \right\|_2^2 \cdot \sigma_\xi^2 \cdots \cdots \cdots \text{(付 4)}$$

$$E[(\Delta u(t))^2] = \left\| -\frac{C(z^{-1})}{T(z^{-1})} \right\|_2^2 \cdot \sigma_\xi^2 \cdots \cdots \cdots \text{(付 5)}$$

なお、 H_2 ノルムはシステムパラメータの推定値とそれに基づいて計算した PID パラメータを用いて計算する。また、実際には、 σ_ξ は未知であるので、アルゴリズムの 2° で算出する σ_e に代えて計算する。

山 本 透（正員） 1961 年 8 月 29 日生。1987 年 3 月徳島

大学大学院工学研究科修士課程（情報工学専攻）修了。大阪大学基礎工学部助手，岡山県立大学情報工学部助教授，広島大学教育学部助教授などを経て，2005 年 4 月広島大学大学院教育学研究科技術・情報教育学講座教授となり現在に至る。制御系設計の高度化と知能化に関する研究に従事。2006 年 3 月～9 月日本学術振興会特定国派遣研究員（アルバータ大学化学・材料工学科）。2003 年電気学会進歩賞，ならびに計測自動制御学会技術賞を受賞。工学博士。IEEE，計測自動制御学会，システム制御情報学会などの会員。