The Integrative Optimization by RBF Network and Particle Swarm Optimization

Satoshi Kitayama Member (Kanazawa University, kitagon@t.kanazawa-u.ac.jp)

Keiichiro Yasuda Member (Tokyo Metropolitan University, yasuda@eei.metro-u.ac.jp)

Koetsu Yamazaki Non-member (Kanazawa University, yamazaki@t.kanazawa-u.ac.jp)

Keywords : global optimization, RBF network, particle swarm optimization, response surface

This paper presents the integrative optimization system using the RBF (Radial Basis Function) network and Particle Swarm Optimization (PSO). Recently, many methods for global optimization have been proposed. The objective of these methods is to find a global minimum of non-convex function. However, many function calls are required, in general. We utilize the Response Surface Method (RSM) to approximate function space, in order to reduce the function calls. The RBF network that is one of the neural networks is utilized to approximate the function space. Then PSO is applied to the response surface. The integrative optimization system is shown in Fig. 1.

In general, the Gauss function is utilized as the basis function of RBF network. However an important parameter, which is the radius of Gauss function, is involved. The new equation to determine the radius is given as follows:

$$r = \frac{d_{\max}}{\sqrt[n]{n} \sqrt[m]{m}} \quad (1)$$

where r denotes the radius. n represents the number of decision variables, and m represents the number of sampling points. $d_{\max}$ denotes the maximum distance between sampling points.

The network output function to handle the constraints is also proposed. This function can be expressed as follows:

$$y_i = A \frac{\alpha_i + 1}{2} \left(\frac{a_i - a_{\min}}{a_{\max} - a_{\min}} + \alpha_i \right) + B \frac{\alpha_i - 1}{2} \left(\frac{f_{\max} - f_i}{f_{\max} - f_{\min}} - \alpha_i \right) \quad (2)$$

$$g_j(\mathbf{x}_i) \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n_{\text{con}} \rightarrow \alpha_i = -1 \quad (3)$$

$$g_j(\mathbf{x}_i) > 0 \quad \exists j \rightarrow \alpha_i = +1 \quad (4)$$

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^{n_{\text{con}}} \max[0, g_j(\mathbf{x}_i)] \quad (5)$$

for all sampling points $\mathbf{x}_i \quad i = 1, 2, \dots, p$

where $y_i \quad (i = 1, 2, \dots, p)$ represents the output of network output function. In Eq. (2), $f_{\max}$ and $f_{\min}$ represent the maximum and minimum value of the objective function at the sampling point in the feasible region, respectively. α_i is the parameter to distinguish the feasibility of sampling point $\mathbf{x}_i \quad (i = 1, 2, \dots, p)$. If $\mathbf{x}_i$ satisfies the feasibility, α_i is set as -1 . Otherwise, α_i is set as $+1$. $a_{\max}$ and $a_{\min}$ can be calculated from Eq. (5).

To examine the validity and efficiency of integrative optimization system, the optimum design of tension/compression spring is treated in this research. The decision variables are (1) the wire diameter $d (=x_1)$, (2) the mean coil diameter $D (=x_2)$, and (3) the number of turns of active coil $N (=x_3)$. All decision variables are continuous. The final result is shown in Table 1. From Table 1, the integrative optimization system proposed in this research works well. Especially, we have succeeded the reduction of function calls in comparison with the past researches.

Fig. 1. The integrative optimization system

Table 1. Comparison of results

	Arora	Coello	Ray	Hu	This research
$x_1 (d)$	0.053396	0.051480	0.050417	0.051466	0.055740
$x_2 (D)$	0.399180	0.351661	0.321532	0.351384	0.428503
$x_3 (N)$	9.185400	11.63220	13.97991	11.608659	8.971126
$g_1(\mathbf{x})$	0.000019	-0.002080	-0.001926	-0.003336	-0.018995
$g_2(\mathbf{x})$	-0.000018	-0.000110	-0.012944	-0.000110	-0.061039
$g_3(\mathbf{x})$	-4.123832	-4.026318	-3.899430	-4.026318	-3.752616
$g_4(\mathbf{x})$	-0.698283	-0.732123	-0.752034	-0.731324	-0.677171
$f(\mathbf{x})$	0.012730	0.012705	0.013060	0.012667	0.014606
Fun. calls	N/A	900000	1291	N/A	86
Ave. of $f(\mathbf{x})$	N/A	0.012769	0.013436	0.012719	0.016771
Worst of $f(\mathbf{x})$	N/A	0.012822	0.013580	N/A	0.018438

RBF ネットワークと Particle Swarm Optimization による 統合的最適化

正 員 北山 哲士* 正 員 安田恵一郎**
非会員 山崎 光悦*

The Integrative Optimization by RBF Network and Particle Swarm Optimization

Satoshi Kitayama*, Member, Keiichiro Yasuda**, Member, Koetsu Yamazaki*, Non-member

This paper presents a method for the integrative optimization system. Recently, many methods for global optimization have been proposed. The objective of these methods is to find a global minimum of non-convex function. However, large numbers of function evaluations are required, in general. We utilize the response surface method to approximate function space to reduce the function evaluations. The response surface method is constructed from sampling points. The RBF Network, which is one of the neural networks, is utilized to approximate the function space. Then Particle Swarm Optimization (PSO) is applied to the response surface. Proposed system consists of three parts. That is, (Part 1) Generation of the sampling points, (Part 2) Construction of response surface by RBF Network, (Part 3) Optimization by PSO. By iterating these three parts, it is expected that the approximate global minimum of non-convex function can be obtained with a few number of function evaluations. Through numerical examples, the effectiveness and validity are examined.

キーワード：大域的最適化, RBF ネットワーク, Particle Swarm Optimization, 応答曲面

Keywords : global optimization, RBF network, particle swarm optimization, response surface

1. はじめに

実際の設計現場では、限られた時間で優れた製品を作る必要がある。優れた製品を作るには、現状の製品を他社製品と比較・分析し、問題点や課題などを明らかにし、このような問題点や課題を克服するように製品設計を進めることが必要となる。一方、近年の急速な最適設計ソフトウェアの発達を考えれば、これらを活用して設計を行うことは一つの有力な方針である。多くのソフトウェアは数値計画法や発見的手法など、数多くの手法や機能が取り込まれているものの、日本の製品設計において、その活用度は低いという極めて興味深い調査報告がなされている⁽¹⁾。

文献(1)の報告において、①手法やツールを活用すべきか活用すべきではないかについての判断が系統立てて行われていない可能性があること、②製品設計において最適化を行った際の効果は認められていること、が指摘されている

ことは注目に値する。この調査結果は、最適化アルゴリズムを開発することは重要であることは認めながらも、むしろそれらを実務レベルで使いこなせるような統合的最適化システムの構築がなされていないことを指摘したものである。つまり、モデリングやシミュレーション技術と最適化技術を有機的に融合・結合した「統合的最適化システム」の構築が実現できれば、実務レベルにおいて最適化による大きな効果が期待できるということを示唆している。

文献(1)において、特に実験計画法の認知度や活用度が他の最適化手法や最適設計ソフトウェアと比較して、群を抜いている。実験計画法を用いた応答曲面法では、いくつかのサンプル点を直交表に割当て、サンプル点における関数の応答値から関数空間を近似する応答曲面を作成し、その応答曲面に対して最適化手法を適用するため⁽²⁾、実質的な関数評価回数はサンプル点の数だけであり、計算コストは極めて少ない。また、実務レベルの最適設計では関数形が設計変数の陽な形で表現できないことばかりではなく、実験データそのものから最適設計を行うことも多く、このような設計問題に対しては応答曲面法によるアプローチは極めて有効である。さらに近年、詳細な解析モデルに基づく衝突解析や数値流体解析などが実務レベルの製品設計に利用

* 金沢大学

〒920-1192 金沢市角間町

Kanazawa University

Kakuma-machi, Kanazawa, Ishikawa 920-1192

** 首都大学東京

〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1

Tokyo Metropolitan University

1-1 Minamiosawa, Hachioji-shi, Tokyo 192-0397

されるようになってきている。しかしながら、これらの解析に必要な計算負荷の重さを踏まえれば、従来の数値計画法などを構築された詳細モデルに直接的に適用して最適解を求めることは、計算コストの観点から現実的ではない。

上述のように、実験計画法による応答曲面法は非常に有効であるように思われるが、局所最適解が多数あるような多峰性関数を扱う場合、基本的には関数空間を二次多項式で近似するため、大域的最適解とは異なる局所最適解へ収束するなどの問題が含まれる。つまり、実験計画法に基づく応答曲面法の有効となるのは、比較的非線形性の弱い対象に限定されると考えるのが妥当であろう。

多項式を用いて近似することも可能であるが、その際にはいくつかの注意が必要である⁽³⁾。また有制約最適化問題の場合、制約条件は基本的に目的関数とは個別に近似するため、近似関数に対し、各種最適化手法を適用しても、得られる近似解が実行可能領域内にないという大きな問題が起り得る。このような場合は、①過去のサンプル点情報などをすべて破棄して再びサンプル点を変更し、応答曲面を再構築して最適化を行うといったことを繰り返す、②制約条件の近似精度を向上させるために、多くのサンプル点を配置する、などのことが行われるが、このようなアプローチは、計算コストが極めて少ないという応答曲面法の本来の利点を活かすことができなくなる。

一方、多峰性関数を近似する手法として、Kriging 法⁽⁴⁾や RBF (Radial Basis Function) ネットワークによる関数近似⁽⁵⁾などが挙げられる。RBF ネットワークは Kriging 法よりも計算が簡素であり、かつ計算量が少ない。また、いくつかの多峰性関数を対象とした数値実験の結果、関数近似の精度が他の近似手法よりも優れているという報告もなされている⁽⁶⁾。さらに近年の研究動向を考えれば⁽⁷⁾、RBF ネットワークを応答曲面の作成に用いることは重要であると考えられる。ただし、RBF ネットワークで問題となるのは、基底関数内に含まれるパラメータ（半径）の設定である。このパラメータを適切に設定しなければ、関数の近似精度は極めて悪化する。さらに Kriging 法と異なり、関数の近似精度を向上させるようなサンプル点の配置に関する指針がないなどの解決すべきいくつかの課題がある。

ここで文献(1)で指摘された点を踏まえ、RBF ネットワークを応答曲面作成に用いた際の最適化に関する課題についてまとめておこう。

(P1) 過去の探索履歴情報をすべて活用した、一般的かつ柔軟な統合的最適化システムの構築。すなわち実験計画法に基づく応答曲面法のように、応答曲面の最適解が実行可能領域内になかった場合も、サンプル点とその応答値、

もしくは実験データ等すべての情報を活用すること。

(P2) 基底関数内に含まれるパラメータ設定に関する一つの指針の提案。すなわち、パラメータの推奨式の提案。

(P3) 有制約最適化問題を対象とする際の制約条件の取扱いに対する明確な記述。

(P4) 大域的最適化に合致したサンプル点の追加方法。

そこで本論文では、上記の課題について汎用的かつ統合的最適化システムの提案を行う。RBF ネットワークで作成された応答曲面の大域的最適解探索には、メタヒューリスティクスの一つである Particle Swarm Optimization (PSO)⁽¹⁴⁾を適用する。(P2)に関しては過去に提案されているパラメータ決定式の検討を行い、そこから得られた知見を基に新たなパラメータ決定の推奨式を提案する。また(P3)に関してはネットワーク出力関数と称する、サンプル点の実行可能性の有無を判別する関数を提案する。

さらに(P4)に関しては、近似最適解[†]の精度向上を狙いつつ、局所最適解へ陥ることを防ぐようなサンプル点配置方法を提案する。応答曲面法を活用した実務レベルでの最適設計では、近似大域的最適解が得られれば問題はないが、仮に近似大域的最適解が得られなくとも、次善の近似局所最適解が少ないサンプル点数や実験回数から得られることは実務レベルで大きな意義を持つため、このようなサンプル点配置方法は重要である。数値計算例を通じて提案する統合的最適化システムの有効性を検討する。

2. 本論文で対象とする問題とシステムの概要

〈2・1〉 問題設定 本論文では以下の問題を対象とする。

$$f(\mathbf{x}) \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i=1,2,\dots,n \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad j=1,2,\dots,ncon \quad \dots\dots\dots (3)$$

(1)式は多峰性を許容した最小化すべき目的関数であり、 $\mathbf{x}$ は設計変数ベクトルである。(2)式の x_i^L と x_i^U はそれぞれ

図1 提案するシステムの概要
Fig. 1. Overview of proposed system

[†] 本論文で近似（局所的もしくは大域的）最適解とは、応答曲面の最適解を指し、単一目的関数の最小化（もしくは最大化）問題において、厳密な局所的もしくは大域的最適解ではないものの、その解で目的関数を評価した際でも十分に満足できる解を意味する。最適満足解と捉えることも可能であるが、最適満足解という言葉は文献(8)で用いられているため、本論文では近似（局所的もしくは大域的）最適解と呼ぶことにする。

設計変数ベクトルに直接的に課せられる下限値および上限値であり、側面制約条件と呼ばれ、 n は設計変数の数を表す。また $g_j(\mathbf{x})$ は挙動制約条件であり、 n_{con} はその数を表す。以下では挙動制約条件のみを単に制約条件と呼ぶことにする。

〈2・2〉 システムの概要 本論文で提案する統合的最適化システムの概要を図 1 に示す。提案するシステムは、図 1 に示すように、サンプル点から解析シミュレーションや実験により応答値を求め、それから RBF ネットワークにより応答曲面を構築し、応答曲面の大域的最適解を探索するために PSO を適用する。上記のことを繰り返すことにより、与えられた問題の近似最適解を、可能な限り少ないサンプル点数や実験回数で求めるシステムである。終了条件としては様々なものが考えられるが、本論文で提案する統合的最適化システムでは、サンプル点の数が最大サンプル点数に到達した時点で、システムの繰り返しを終了するようにしている。以降、3 章において、RBF ネットワークを用いた応答曲面作成方法を記述し、4 章において、応答曲面の最適解を求める PSO について説明する。5 章において、制約条件を考慮したサンプル点の配置方法について解説する。

3. RBF ネットワーク

RBF ネットワークはフィードフォワード型の 3 層型のネットワークである⁽⁹⁾。中間層素子数を m 、中間層と出力層の重みを w_i 、ネットワークの出力を $O(\mathbf{x})$ とすると、ネットワークの出力は

$$O(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m w_j h_j(\mathbf{x}) \quad (4)$$

で与えられる。(4)式中において $h_j(\mathbf{x})$ は基底関数を表し、一般に中間層の非線形出力関数に次式のガウス関数が用いられている。

$$h_j(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)^T(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)}{r_j^2}\right) \quad (5)$$

(5)式において、 $\mathbf{x}_j$ と r_j はそれぞれ j 番目の基底関数の中心と半径である[†]。RBF ネットワークはガウス関数の重ね合わせにより関数を近似する。図 2 左に二変数の場合のガウス関数、同図右に応答曲面の様子を示す。

〈3・1〉 RBF ネットワークにおける学習 RBF ネットワークにおける学習用データ $\mathbf{x}_i$ と対になる教師データを y_i

[†] (5)式は、サンプル点 $\mathbf{x}_j$ の上に基底関数の中心を置くことを意味している。一般的に表現するのであれば、

$$h_j(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{c}_j)^T(\mathbf{x} - \mathbf{c}_j)}{r_j^2}\right)$$

となり、 $\mathbf{c}_j$ が基底関数の中心となる。基底関数の中心も応答曲面の精度に影響を与えるが、応答曲面の精度自体は、基底関数の中心の影響よりも、半径の影響が大きいことが知られているため、本論文では、一般的に広く用いられている方法、すなわち、基底関数の中心をサンプル点に置く方法を用いて、半径の決定について議論を進めるものとする。

図2 ガウス関数と応答曲面の様子

Fig. 2. Gauss function and response surface

($i=1,2,\dots,p$) とする。このとき、ネットワークの出力値と教師データの誤差の二乗和を考え、さらに一部の素子だけが過剰に反応するのを避け、ノイズの影響を出来る限り小さくするため、重みに対する抑制項を加えた次式で定義されるエネルギー E を最小にする。

$$E = \sum_{i=1}^p (y_i - O(\mathbf{x}_i))^2 + \sum_{j=1}^m \lambda_j w_j^2 \rightarrow \min \quad (6)$$

(6)式中の λ_j は、Weight Decay と呼ばれるパラメータであり、 $\lambda_j = 1.0 \times 10^{-2}$ 程度の小さな値が推奨されている⁽¹⁰⁾。RBF ネットワークの学習とは、(6)式を満足するように、重みベクトル $\mathbf{w}$

$$\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T \quad (7)$$

を決定することである。ここで、次の行列を定義する。

$$H = \begin{bmatrix} h_1(\mathbf{x}_1) & h_2(\mathbf{x}_1) & \cdots & h_m(\mathbf{x}_1) \\ h_1(\mathbf{x}_2) & h_2(\mathbf{x}_2) & \cdots & h_m(\mathbf{x}_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_1(\mathbf{x}_p) & h_2(\mathbf{x}_p) & \cdots & h_m(\mathbf{x}_p) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_m \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_p)^T \quad (10)$$

(6)式のエネルギー最小化より、最終的に(7)式の重みは、

$$\mathbf{w} = (H^T H + A)^{-1} H^T \mathbf{y} \quad (11)$$

と表すことができる。さらに(11)式において

$$A = H^T H + A \quad (12)$$

とおけば、RBF ネットワークの学習とは、 A^{-1} を求めることに帰着される。

このように RBF ネットワークの学習は、基底関数の中心と半径を固定すれば、単に逆行列を求める問題に帰着できるので、学習は非常に早いという特徴を有している。(半径やパラメータ λ_j についても最小化するという考えに基づき、最適な半径や λ_j の値を勾配によって求めることも可能であるが、このときは RBF ネットワークの学習が単に逆行列の計算では済まなくなり、計算も複雑になる⁽¹¹⁾。)

さらにその性能を特徴付けるものとして、追加学習と忘

却が存在する。関数近似の手法としてよく知られた階層型ニューラルネットワークと、その学習法として誤差逆伝播法を用いた場合、一般にサンプル点が追加されるたびにすべてのサンプル点を用いた学習（非線形最適化）を再度実行しなければならないが、RBF ネットワークの場合は、単純に行列計算のみで学習できるという利点を有しているため、高速な追加学習が可能である。サンプル点の追加及び忘却についての詳細は文献(12)を参照されたい。

〈3・2〉 サンプル点の追加の意義 サンプル点を追加するということは、最適化の過程で新しく得られたデータを追加することで、ネットワークの精度、すなわち応答曲面の精度の向上を狙うことを意味し、はじめから必要以上のサンプル点を用意する必要がないという点において意義が大きい。

〈3・3〉 基底関数の追加の意義 基底関数を追加は、初期的に与えた基底関数の数で応答曲面の精度が十分でないと判断される場合に行われる。新しい基底関数に適切な追加により、最適化すべき対象に応じた精度の高い応答曲面を適応的に形成できる可能性があるという点において意義が大きい。

〈3・4〉 基底関数の半径式について 基底関数の半径は、応答曲面の精度に影響を与える重要なパラメータである。基底関数に一律な半径を与える方法がいくつか提案されている⁽¹⁰⁾⁽¹³⁾。著者らが行ったいくつかの数値実験によれば、文献(10)で提案されている半径式を用いた場合、低次元の場合には比較的良好的な近似最適解を得ることができたが、次元が増加した場合には近似最適解を得ることが困難となることを検証している。そこで本論文では、文献(10)で提案されている半径式を検討することにより、新たな半径式を提案する。

文献(10)で提案されている半径式は次式で表される。

$$r = \frac{d_{\max}}{\sqrt[n]{mn}} \quad (13)$$

(13)式において、 $d_{\max}$ はサンプル点間の最大距離であり、 m はサンプル点数を表している。すなわち、中間層素子数とサンプル点数を同一としている。また、すべての基底関数に対して一律な半径値を適用している。

ここで水準数を K とし、サンプル点を等間隔 Δd に配置した全数組合せ実験計画を考える。このときサンプル点間の最大距離は

$$d_{\max} = \sqrt{n}(K-1)\Delta d \quad (14)$$

となる。二次元の場合における上述のサンプル点の配置を図3に示す。

このとき、総サンプル点数 m と水準数 K の関係は

$$m = K^n \quad (15)$$

で与えられるため、(14)式および(15)を(13)式に代入すると

$$r = \frac{d_{\max}}{\sqrt[n]{nm}} = \frac{\sqrt{n}(K-1)\Delta d}{\sqrt[n]{nK^n}} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt[n]{n}} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \Delta d \quad (16)$$

図3 二次元におけるサンプル点の配置

Fig. 3. Sampling distribution in two dimensions

が得られる。ここで r と Δd の比を考えると、(16)式は次のように変形できる。

$$\frac{r}{\Delta d} = n^{\frac{n-2}{2n}} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \quad (17)$$

(17)式において $K \rightarrow \infty$ とする。これは関数空間内に無限のサンプル点を等間隔に配置するということを意味しており、理想的なサンプル点配置である。このとき、 $n=1$, $n=2$ のときはある値（すなわち 1）へ収束するが、 $n \geq 3$ となったとき、 n の値に応じて個別の値に収束することが判る。すなわち、(13)式を用いた場合に次元が増加するにつれて近似最適解を得ることが困難となった理由の一つとして、次元の増加とともに、 r と Δd の比が個別の値に収束することが考えられる。

そこで(13)式および今までの議論から得られた知見を基に、近似最適解を得るための半径式の十分条件を挙げてみると次のようになると思われる。

(R1) 設計変数の数、すなわち次元を考慮できること。

(R2) サンプル点数を考慮できること。

(R3) サンプル点間の距離を考慮できること。

(R4) サンプル点数の増加に伴い、次元の大きさに依存せず、ある同じ値に収束すること。

これらの項目を満足する式として、本論文では以下の半径式を提案する。

$$r = \frac{d_{\max}}{\sqrt[n]{n^2 m}} \quad (18)$$

RBF ネットワークによる応答曲面は図2に示した通り、局所的連続型多峰性関数となるため、その大域的最適解探索には PSO を適用する。

4. Particle Swarm Optimization

PSO は、個々の探索点 (Particle) が持つ最良解情報 (p -best) と、その探索点から構成される集団 (Swarm) が持つ最適解情報 (g -best) を過去の探索履歴情報として活用することで、連続変数の多峰性関数の近似大域的最適解を求める手法である⁽¹⁴⁾。PSO では各探索点が「位置」と「速度」を持ち、各探索点の位置と速度を探索履歴情報を用いて更新しながら、近似大域的最適解の探索を行う。以下の記述では、 t 回目の探索における探索点 d の位置を $\mathbf{x}_d^t$ 、速度を $\mathbf{v}_d^t$ とする。また p_d^t は探索点 d が t 回目までの探索において探索した最

良解 (p -best) を表し、 p_g は t 回目までの探索において得られた群れ全体の最良解 (g -best) を表す。

以下では基礎的なアルゴリズムのみを示す。詳細は文献(14)を参照されたい。

〈4・1〉 基本アルゴリズム

(STEP1) 探索点数, 最大探索回数を決める。 $t=1$ とする。

(STEP2) 各探索点に対して, ランダムに初期位置 x_d^t と初期速度 v_d^t を決める。

(STEP3) 各探索点に対して, 関数値を計算する。

(STEP4) p_d^t と p_g を求める。

(STEP5) 各探索点の位置と速度を次式により更新する。

$$x_d^{t+1} = x_d^t + v_d^{t+1} \quad (18)$$

$$v_d^{t+1} = wv_d^t + c_1r_1(p_d^t - x_d^t) + c_2r_2(p_g - x_d^t) \quad (19)$$

なお(19)式において, r_1 と r_2 は[0,1]の乱数であり, 射影された直交座標軸ごとに異なる乱数を用いる。また, c_1 と c_2 はパラメータであり, 本論文では,

$$c_1 = c_2 = 2 \quad (20)$$

とした。また w は慣性項と呼ばれるもので, 次式に従い探索回数 t に応じて線形に減少するように設定した。

$$w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{t_{\max}} \times t \quad (21)$$

(21)式中の $w_{\max}$ と $w_{\min}$ は慣性項の最大値と最小値であり, 本論文では $w_{\max}=0.9$, $w_{\min}=0.4$ とした。

(STEP6) 探索回数 t が最大探索回数以下なら $t=t+1$ として, STEP3 へ戻る。そうでなければ, 探索を終了する。

5. サンプル点の配置とネットワーク出力関数

応答曲面法を用いた最適化において, 重要な要素の一つとして, サンプル点の配置方法がある。理想的には関数空間内にサンプル点を等間隔に配置することが望ましいが, (15)式からも分かるように, このような配置法では次元の増加に伴い極めて多くのサンプル点を必要とする。少ないサンプル点数で近似最適解を得るためには, 応答曲面の最適解近傍に多くのサンプル点を配置して精度の向上をはかる一方で, 局所的最適解へ陥らないようサンプル点の疎な部分にもサンプル点を適切に配置する必要がある。さらに疎密がなくなるよう工夫することが望ましい。そこで本論文では制約条件を考慮した以下のようなサンプル点の配置方法を提案する。

〈5・1〉 応答曲面の最適解近傍の作成 応答曲面の最適解 $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)^T$ 周辺の関数の近似精度を向上させ, 近似最適解を得るために $\tilde{x}$ の近傍を作成し, その近傍内にサンプル点を追加する。さらに多峰性関数を対象とする場合は, $\tilde{x}$ の近傍外にもサンプル点を追加することにより, 局所的最適解への捕捉を防ぐ必要がある。本論文では各設計変数の側面制約条件を利用して近傍を作成する。具体的には, $\tilde{x}$ を中心として, 以下の式により近傍の大きさ l_i を決め, $\tilde{x}$ の近傍を作成する。

図4 応答曲面の最適解近傍

Fig. 4. The neighborhood of optimum of response surface

$$l_i = \frac{1}{count + 1} (x_i^U - x_i^L) \quad (22)$$

(22)式中の $count$ はパラメータであり, 1 以上の整数とする。 $count$ 値の初期値は許容される計算コストや実験回数により, 設計者が任意に変更できるパラメータである。二次元の場合の例を図4に示す。

〈5・2〉 サンプル点の追加 応答曲面を k 回作成したとき, k 回目の応答曲面の最適解を $\tilde{x}^k$ とし, 過去の応答曲面の最適解で, 最も良い目的関数値を与えるものを $\tilde{x}_G$ とする。制約条件を満足するかどうか判定された後, 制約条件を満足している場合については, $f(\tilde{x}^k) < f(\tilde{x}_G)$ は検討されることになる。このとき, 以下の4つの場合を考えながら, サンプル点を追加する。以下では, $\tilde{x}_G$ の近傍を R_G , $\tilde{x}^k$ の近傍を R_L とする。また図5内で $\tilde{x}_G$ を●で, $\tilde{x}^k$ を▲で表す。

CASE 1: (図5(a)) $\tilde{x}^k$ が制約条件を満足しないが, R_G 内に存在する場合: このときは

$$count = count + 1 \quad (23)$$

として近傍 R_G を変更する。そして, 変更された R_G 内と R_G の外でサンプル点が疎な領域にそれぞれ, サンプル点をランダムに q 個追加する。これは $\tilde{x}_G$ の精度向上と局所的最適解への捕捉を防ぐことを期待して行う。

CASE 2: (図5(b)) $\tilde{x}^k$ が制約条件を満足せず, かつ R_G 内に存在しない場合: このときは R_G はそのままにしておき, R_G 内と R_G の外でサンプル点が疎な領域にそれぞれ, サンプル点をランダムに q 個追加する。これはこの時点で近似最適解を求めることが期待できないため, サンプル点の追加により $\tilde{x}_G$ の精度向上を狙う。

CASE 3: (図5(c)) $\tilde{x}^k$ が制約条件を満足し, かつ R_G 内に存在する場合: このときは R_G の近傍を(23)式により変更し, 変更した R_G 内と R_G の外でサンプル点が疎な領域にそれぞれ, サンプル点をランダムに q 個追加する。これは $\tilde{x}_G$ の精度向上と局所的最適解への捕捉を防ぐことを期待して行う。

CASE 4: (図5(d)) $\tilde{x}^k$ が制約条件を満足するが, R_G 内に存在しない場合: このときは R_G の大きさはそのままにしておき, 新たに $\tilde{x}^k$ の近傍 R_L を作成する。そして R_G 内と R_L 内にそれぞれ, サンプル点をランダムに q 個追加する。これはたとえ近似大域的最適解が得られなくとも, 近似局所的最適解を得ることを期待して行う。

本論文で提案するサンプル点配置方法は大域的探索と局所的探索を組み合わせたものであり, たとえ近似大域的最適解を得られなくとも, 近似局所的最適解が得られればよ

図5 サンプル点配置の方法

Fig. 5. Sampling distribution on proposed method

図6 サンプル点配置のアルゴリズム

Fig. 6. The algorithm for sampling distribution

という立場に立つものである。また、 R_L についても CASE1～CASE4 の場合を考えるので、サンプル点配置に関するアルゴリズムは図6のようになる。

〈5・3〉 疎な領域の判定 サンプル点の疎な領域の判断は、次のようにして行う。

- (1) R_G 外にランダムに多数の点を発生。
- (2) 既存のサンプル点とランダムに発生させた点の距離の総和を計算。
- (3) 距離の総和が最大となる点を疎な領域の点とする。

これを一定数 q になるまで繰り返す。

〈5・4〉 サンプル点の追加数 サンプル点追加方法において、応答曲面の近傍内外にサンプル点を少しずつ追加すると、応答曲面は凹凸の極めて激しいものとなり、結果的に近似最適解を得ることが困難となる場合が起こりうる。そのため、近似最適解を得るためには、応答曲面の近傍内外に追加するサンプル点は複数個であることが望ましい。そこで、与えられた問題の設計変数の数に応じて、以下のようにサンプル点を追加する数 q を決めた。

$$q = \text{int}(n/2) \quad (24)$$

なお、(24)式の int は四捨五入の関数を表す。

〈5・5〉 ネットワーク出力関数 制約条件の取扱いは応答曲面を用いた最適化において最も重要な要素である。はじめに述べたとおり、実験計画法を用いて応答曲面を作成する場合、目的関数と制約条件を個別に二次近似しているため、応答曲面の最適解は実行可能領域内にある可能性は低いと考えるべきである。そこで、制約条件をペナルティ関数として扱う方法が考えられるが、ペナルティ関数におけるペナルティ係数の決定や更新方法には、多くの試行錯誤を要することが知られている⁽⁸⁾。

そこで本論文では、実行可能領域内にあるサンプル点に対しては -1 を、実行可能領域外にあるサンプル点に対しては $+1$ を割当て、実行可能性の有無を判別させる。そして、実行可能領域内にあるサンプル点に対しては、目的関数値を反映するようネットワークに常に -1 以下の数値を出力させ、一方で実行可能領域外にあるサンプル点に対しては、制約条件の違反量を反映させるよう常に $+1$ 以上の数値を出力させるネットワーク出力関数と称する関数を用いる。

サンプル点 x_i ($i=1,2,\dots,p$) に対し、ネットワーク出力関数は次式にて与えられる。

$$y_i = A \frac{\alpha_i + 1}{2} \left(\frac{a_i - a_{\min}}{a_{\max} - a_{\min}} + \alpha_i \right) + B \frac{\alpha_i - 1}{2} \left(\frac{f_{\max} - f_i}{f_{\max} - f_{\min}} - \alpha_i \right) \quad (25)$$

ただし、

$$g_j(x_i) \leq 0 \quad \forall j=1,2,\dots,n_{\text{con}} \rightarrow \alpha_i = -1 \quad (26)$$

$$g_j(x_i) > 0 \quad \exists j \rightarrow \alpha_i = +1 \quad (27)$$

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^{n_{\text{con}}} \max[0, g_j(x_i)] \quad (28)$$

ここで、(25)式の右辺第1項は制約条件に関する項であり、 $a_{\max}$ と $a_{\min}$ はそれぞれ(28)式の最大値と最小値を表す。一方、右辺第2項は目的関数に関する項であり、 f_i は実行可能領域内に存在するサンプル点 x_i の目的関数値を表し、 $f_{\min}$ と $f_{\max}$ はそれぞれ、実行可能領域内に存在するサンプル点に対する目的関数の最小値と最大値を表す。また A と B は各項に対する重み係数である (ただし A, B はともに1以上の実数)。

この式の意味であるが、(26)式および(27)式から実行可能性を判断するパラメータ α_i により、すべてのサンプル点に対する実行可能性の有無を判別する。 i 番目のサンプル点がすべての制約条件を満足した場合、(25)式右辺 2 項のみが有効となり、目的関数値が正規化された状態でネットワークの出力となる。一方、 i 番目のサンプル点がどれか一つでも制約条件を満足しない場合、(25)式の右辺第 1 項のみが有効となり、さらに(28)式より挙動制約条件の違反量がペナルティとして与えられ、ネットワークの出力として与えられる。ネットワーク出力関数は結果的には制約条件を陰にペナルティ関数として扱っていることになるが、通常のパナルティ法と比べてとき、ペナルティ係数の決定が必要ないという利点を含むと共に、目的関数値と制約条件値をそれぞれ個別にネットワークの出力に反映させることができるという利点を有している。ネットワーク出力関数を用いて応答曲面を作成すれば、側面制約条件と目的関数から構成される事実上の無制約最適化問題を解くことに帰着されるため、PSO の適用は妥当であると考えられる。

6. 統合的最適化システムとその特徴

本論文で提案する統合的最適化システムの流れを以下に記述する。

(STEP1) 最大サンプル点数（関数評価回数）を決める。

(STEP2) サンプル点とその応答値から、ネットワーク出力関数の計算。

(STEP3) RBF ネットワークによる応答曲面の構築。

(STEP4) PSO を用いた応答曲面の最適解の探索。

(STEP5) (22)式による応答曲面の最適解近傍の作成。

(STEP6) 〈5・2〉節で述べた CASE1～CASE4 に応じて、サンプル点を追加。

(STEP7) サンプル点数が最大サンプル点数以下なら STEP3 へ戻る。そうでなければ、終了。

なお提案システムでは、サンプル点数と中間層素子数（＝基底関数の数）は同じとしており、サンプル点の追加があるごとに、基底関数も追加している。

本論文で提案する統合的最適化システムは以下の点で大きな特徴を有している。

- (1) 過去のサンプル点情報をすべて活用できる点。
- (2) 限られたサンプル点の中から、近似最適解を見つけることができる点。
- (3) 精度の高い近似最適解を得るためには、どの辺りにサンプル点を追加すればよいのかを、自動的に提示できる点。製品設計を考えた場合、今までは経験や勘に頼って行われていたことが、系統的・定量的に行うことができる。当然のことながら、経験や勘といったものも、数値化できれば、サンプル点として追加できるため、極めて柔軟なシステム構成である。
- (4) 実務レベルの最適設計では、許容できる解析シミュレーションもしくは実験回数は限られており、少ない解析シミュレーションもしくは実験の回数で精度の高い近似最

適解を求めたい場合は、(22)式の *count* の初期値を比較的大きくとればよく、一方で多くの解析シミュレーションもしくは実験回数が許される場合は、*count* の初期値は小さくとればよい。設計者の意思と計算コストのバランスで任意に設定できるパラメータ *count* を導入している。

7. 数値計算例

数値計算例を通じて、提案する統合的最適化システムの有効性を検証する。なお、著者らの数値実験の経験に基づいて、(25)式の A と B の設定は共に 10 とした。また(6)式のパラメータ λ_j は、数値計算を通じて $\lambda_j = 1.0 \times 10^{-3}$ とし、(22)式の *count* の初期値は 1 とした。

〈7・1〉 多峰性関数最適化問題への適用 本論文で提案した半径式の有効性を検討するため、次の多峰性関数の最小化問題を考える。

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{10} (x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i) \rightarrow \min \quad \text{.....(29)}$$

$$-5 \leq x \leq 5 \quad \text{.....(30)}$$

大域的最適解は $\mathbf{x}_G = (-2.9035, -2.9035, \dots, -2.9035)^T$ であり、目的関数値は $f(\mathbf{x}_G) = -391.661$ である。

この問題を 4 章で記述した PSO で直接的に求解した。探索点数 (Particle 数) を 20、最大探索回数を 500 とし、10 回の試行を行った結果、8 回は目的関数値および各設計変数値の誤差が 0.1% 以下の精度で大域的最適解を見つけることができ、残りの 2 回は目的関数値が -377.5200 となり、次善の局所的最適解を発見できた。表 1 に 10 回の試行の詳細な結果を示す。なお表 1 の試行では、探索過程における目的関数値の評価は(29)式を用いて厳密に行っている。

一方、提案する統合的最適化システムでは、初期的に 50 のサンプル点をランダムに配置し、最大サンプル点数（目的関数の評価回数）を 400 点として、大域的最適解の探索を行った。サンプル点の追加数 q は 5 である。なお、PSO の探索点数を 20、最大探索回数を 300 とした。(18)式を用いて 10 回試行したときの結果を表 2 に、また(13)式を用いて 10 回試行したときの結果を表 3 にそれぞれ示す。

なお表 2 および表 3 の各試行では、サンプル点に対してのみ(29)式を用いて目的関数値を評価し、これらのサンプル点情報を用いて RBF ネットワークにより目的関数の応答曲面を構築し、この応答曲面に対して PSO を適用し、最適化を行っている点に注意されたい。

表 2 より、10 回試行した中で 1 回のみ近似大域的最適解が得られているが、残りの試行ではすべて次善の近似局所的最適解が得られている。一方、表 3 より、(13)式を用いたときの結果は、近似大域的最適解を見つけることができず、また近似局所的最適解の精度も悪いことがわかる。

以上のことから、本論文で提案した(18)式の有効性が確認できる。また、提案したサンプル点配置方法が適切であったため、比較的精度の高い次善の近似局所的最適解が得られたものと考えられる。さらに、目的関数の評価回数 (Function call) としての計算コストは 20 分の 1 以下に軽減

表 1 PSO による直接探索の結果

Table 1. The result of direct search by PSO

Trial No.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	obj.
1	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-391.6600
2	-2.9036	-2.9036	-2.9036	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	2.7468	-2.9035	-2.9035	-377.5200
3	-2.9046	-2.9027	-2.9021	-2.9038	-2.9032	-2.9047	-2.9015	-2.9043	-2.9029	-2.9049	-391.6600
4	-2.9036	-2.9035	-2.9036	-2.9036	-2.9035	-2.9035	-2.9036	-2.9035	-2.9036	-2.9036	-391.6600
5	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-391.6600
6	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9036	-2.9035	2.7468	-2.9036	-2.9035	-2.9035	-377.5200
7	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-391.6600
8	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-391.6600
9	-2.9036	-2.9034	-2.9036	-2.9036	-2.9034	-2.9036	-2.9035	-2.9035	-2.9036	-2.9036	-391.6600
10	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-2.9035	-391.6600

表 2 (18)式を用いたときの結果

Table 2. The result using Eq. (18)

Trial No.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	obj.
1	-2.7623	-2.7805	-2.7640	-2.8303	-2.9424	-2.8213	-2.8106	-2.7930	-2.8085	-2.7635	-389.7069
2	-2.8524	-2.8425	2.6796	-2.8160	-2.7823	-2.9739	-2.7512	-2.7777	-2.8726	-2.8843	-378.1116
3	2.7138	-2.8840	-2.8454	-2.9078	-2.8551	-2.8602	-2.8841	-2.8358	-2.8360	-2.9336	-377.1960
4	-2.8524	-2.9185	-2.8435	2.7837	-2.8695	-2.8336	-2.8380	-2.8282	-2.8020	-2.8518	-376.9069
5	-2.8536	-2.7847	-2.9344	-2.7463	-2.8912	-2.9147	-2.7912	2.8028	-2.8285	-2.7898	-376.2542
6	-2.8190	-2.8861	-2.8024	-2.8897	2.6924	-2.9117	-2.7344	-2.8194	-2.7718	-2.8310	-376.2203
7	-2.8450	2.5675	-2.7754	-2.8766	-2.9082	-2.7117	-2.8155	-2.8464	-2.8758	-2.9087	-375.9480
8	-2.8833	-2.7546	2.6533	-2.7995	-2.8178	-2.7881	-2.8311	-2.8475	-2.7560	-2.8093	-375.8559
9	-2.9019	-2.7840	-2.8226	-2.9112	-2.7974	-2.9385	-2.8698	2.4440	-2.8650	-2.9299	-375.7169
10	-2.8507	-2.7236	-2.8252	-2.7762	-2.8525	2.7506	-2.7361	-2.7757	-2.9535	-2.8264	-375.6618

表 3 (13)式を用いたときの結果

Table 3. The result using Eq. (13)

Trial No.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	obj.
1	1.5045	-1.8374	-1.8852	-2.4623	-1.5170	-2.3714	-2.7282	-1.6251	-2.7724	-2.6230	-292.6395
2	-1.5905	-2.5437	-2.8244	-2.7952	-1.7898	1.9684	-2.3267	0.3350	-3.6641	-3.5344	-271.4917
3	-2.1514	2.6340	-1.7315	-3.0507	-2.6273	0.0400	-1.9598	1.5126	-2.7562	-2.3907	-271.3480
4	0.8041	-3.6182	-2.5834	-1.9136	-2.8467	1.3314	-1.1767	-2.4806	-2.3718	-0.8407	-236.5562
5	-3.0656	-3.2653	-0.2044	-1.1958	-2.0281	-0.7261	-2.3301	-2.2350	-2.0990	-0.8688	-231.2747
6	-2.6299	-0.0391	-3.0429	-1.3986	-2.9273	-1.7380	1.4367	-2.0069	1.9879	-1.1464	-228.5180
7	-2.3720	2.9123	-0.1929	-0.5237	-0.7224	-2.4464	-2.7909	-2.3716	-0.9818	-1.7721	-214.2784
8	-3.5936	-0.0851	-1.7776	-4.3128	-2.5860	-3.1855	-2.8813	-2.9421	-0.3266	1.0602	-201.4445
9	-3.3598	-2.2500	-0.1503	-3.0571	2.2442	-1.8064	-2.5341	-2.7056	-2.8542	-4.8294	-196.3173
10	0.8513	0.2513	-1.8624	0.0213	-1.7711	-1.1894	-1.0846	-1.8482	-2.0505	0.4015	-135.2547

できており、統合的最適化システムの有効性の一端を確認することができる。

〈7・2〉 コイルの重量最小化問題 文献(15)のコイルバネの重量最小化問題を考える。設計変数はワイヤの直径 d 、コイルの平均直径 D 、コイルの巻数 N であり、図 8 のように各設計変数を置き換えると、最適設計問題は以下のよう

$$f(\mathbf{x}) = (2 + x_3)x_1^2x_2 \rightarrow \min \quad (31)$$

$$g_1(\mathbf{x}) = 1 - \frac{x_2^3x_3}{71785x_1^4} \leq 0 \quad (32)$$

$$g_2(\mathbf{x}) = \frac{4x_2^2 - x_1x_2}{12566(x_2x_1^3 - x_1^4)} + \frac{1}{5108x_1^2} - 1 \leq 0 \quad (33)$$

図 8 コイル重量の最適設計問題

Fig. 8. Optimum design of tension/compression spring

$$g_3(\mathbf{x}) = 1 - \frac{140.45x_1}{x_2^2x_3} \leq 0 \quad (34)$$

$$g_4(\mathbf{x}) = \frac{x_1 + x_2}{1.5} - 1 \leq 0 \quad (35)$$

表 4 結果の比較

Table 4. Comparison of results

	Arora ⁽¹⁵⁾	Coello ⁽¹⁷⁾	Ray ⁽¹⁶⁾	Hu ⁽¹⁸⁾	This research
$x_1 (d)$	0.053396	0.051480	0.050417	0.051466	0.055740
$x_2 (D)$	0.399180	0.351661	0.321532	0.351384	0.428503
$x_3 (N)$	9.185400	11.63220	13.979915	11.608659	8.971126
$g_1(x)$	0.000019	-0.002080	-0.001926	-0.003336	-0.018995
$g_2(x)$	-0.000018	-0.000110	-0.012944	-0.000110	-0.061039
$g_3(x)$	-4.123832	-4.026318	-3.899430	-4.026318	-3.752616
$g_4(x)$	-0.698283	-0.732123	-0.752034	-0.731324	-0.677171
$f(x)$	0.012730	0.012705	0.013060	0.012667	0.014606
Function call	N/A	900000	1291	N/A	86
Average of $f(x)$	N/A	0.012769	0.013436	0.012719	0.016771
Worst of $f(x)$	N/A	0.012822	0.013580	N/A	0.018438

$$0.05 \leq x_1 \leq 2.00 \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$0.25 \leq x_2 \leq 1.30 \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$2.00 \leq x_3 \leq 15.0 \quad \dots\dots\dots (38)$$

この最適化問題は高々3変数の問題であるが、実行可能領域内の最適解を見つけることが相当に困難な問題であること、さらには多峰性が激しいため、非常に多くの計算を必要とすることが知られている⁽¹⁶⁾。そのため多点探索型最適化手法のベンチマーク問題として、これまでもよく用いられている^{(16)~(18)}。

本論文では、サンプル点の上限値を 150 とし、初期的に側面制約条件内にランダムに 30 点のサンプル点を配置した。サンプル点の追加数 q は 2 である。なお、PSO のパラメータは、探索点数を 30、最大探索回数を 200 とした。他の代表的な研究結果と比較するため、11 回試行に対する結果を表 4 に示す。なお表 1, 2, 3 の試行と同様に、提案する統合的最適化システム (This research) では、サンプル点情報のみを用いて RBF ネットワークによりネットワーク出力関数を用いて応答曲面を構築し、この応答曲面に最適化を行っているのに対して、その他の手法では探索過程における目的関数値の評価はすべて厳密に行っていることに注意されたい。

表 4 より、大域的最適解は得られなかったものの、従来の研究報告に比べれば極めて少ない計算コスト (目的関数の評価回数: Function call) で近似局所最適解を得られており、本論文で提案した統合的最適化システムの有効性の一端を確認できたものと考えられる。

8. おわりに

本論文では最適化問題を直接的に解くのではなく、関数空間を近似する応答曲面を構築・更新しつつ、近似最適解を求めることで、解析シミュレーション回数もしくは実験回数を激減させ得る新たな統合的最適化システムを提案した。応答曲面構築に用いた RBF ネットワークでは、応答曲面の精度に大きな影響を与える半径式について既存の式を検討することにより、新たな半径式を提案した。またサン

プル点配置方法においては、局所最適解への捕捉を防ぎつつ、精度の高い近似最適解を得られるような方法を提案した。さらに制約条件の取扱いでは、ネットワーク出力関数と称する判別関数を新たに提案し、制約条件を含むより一般的な最適化問題への適用を可能とした。

本論文は文献(1)で指摘された課題、すなわち統合的最適化システムの構築という点を考慮した一つの解決策であり、実務レベルの重要な課題の一つである目的関数の評価回数 (Function call) としての計算コストの軽減を実現した。数値計算例では、目的関数 (評価関数) が設計変数の陽な形で表現されている問題を扱ったが、実務レベルにおいては目的関数を設計変数に関して陽に表すことが困難な場合や、いくつかの実験データを直接用いて最適設計を行うことも多いため、最適化の実用化の観点から観れば提案した統合的最適化システムの有用性は高いと考えられる。

最後に、貴重な資料およびご意見をいただいた中山弘隆先生 (甲南大学)、荒川雅生先生 (香川大学)、山川宏先生 (早稲田大学) に謝意を表する。

(平成 19 年 6 月 6 日受付, 平成 19 年 10 月 24 日再受付)

文 献

- (1) K. Fujita and T. Matsuo: "Survey and Analysis of Utilization of Tools and Methods in Product Development", *Trans. of JSME*, Vol.72-C, No.713, pp.290-297 (2006) (in Japanese)
藤田喜久雄・松尾崇宏:「製品開発における手法やツールの活用状況の調査と分析」, 日本機械学会論文集 C 編, **72**, 713, pp.290-297 (2006)
- (2) R. H. Myers and D. C. Montgomery: "Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments", Wiley Interscience (1995)
- (3) 山川 宏編:「最適設計ハンドブック」, 朝倉書店, pp.162-170 (2003)
- (4) D. J. Joones, M. Schonlau, and W. J. Welch: "Efficient Global Optimization of Expensive Black-Box Functions", *J. of Global Optimization*, Vol.13, pp.455-492 (1998)
- (5) M. F. Hussain, R. R. Barton, and S. B. Joshi: "Metamodeling: Radial Basis Functions, versus Polynomials", *European J. of Operational Research*, Vol.138, pp.142-154 (2002)
- (6) R. Jin, W. Chen, and T. W. Simpson: "Comparative Studies of Metamodeling Techniques under Multiple Modelling Criteria", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.23, pp.1-13 (2001)
- (7) A. A. Mullur and A. Messac: "Extended Radial Basis Functions for Metamodeling: A Comparative Study", ASME/IDETC/CIE2005, Paper No. DETC2005-85041, in CD-ROM (2005)
- (8) 志水清孝:「システム最適化理論」, コロナ社 (1976)
- (9) M. Maruyama: "Learning Networks Using Radial Basis Function - New Approach for The Neural Computing", *Trans. of the Institute of Systems, Control, and Information Engineers*, Vol.36, No.5, pp.322-329 (1992) (in Japanese)
丸山 稔:「Radial Basis Function を用いた学習ネットワーク —ニューロコンピューティングに対する新しいアプローチ」, システム制御情報学会論文誌, **36-5**, pp.322-329 (1992)
- (10) H. Nakayama, M. Arakawa, and R. Sasaki: "Simulation Based Optimization Using Computational Intelligence", *Optimization and Engineering*, Vol.3, pp.201-214 (2002)
- (11) 坂和正敏・田中雅博:「ニューロコンピューティング入門」, 森北出版 (1997)
- (12) M. J. L. Orr: "Introduction to Radial Basis Function Network", <http://anc.ed.ac.uk/~mjo/rbf.html>
- (13) S. Haykin: "Neural Networks: A Comprehensive Foundation", Macmillan College Publishing Company, pp.236-284 (1994)
- (14) S. Kitayama and K. Yasuda: "A Method for Mixed Integer Programming

Problems by Particle Swarm Optimization”, *T. IEE Japan*, Vol.125-C, No.5, pp.813-820 (2005) (in Japanese)

北山哲士・安田恵一郎：「Particle Swarm Optimization による混合整数計画問題の解法」, 電学論, **125-C**, 5, pp.813-820 (2005)

- (15) J. S. Arora : “Introduction to Optimum Design”, McGraw-Hill, New York (1989)
- (16) T. Ray and P. Saini : “Engineering Design Optimization Using Swarm with an Intelligent Information Sharing among Individuals”, *Engineering Optimization*, Vol.33, pp.735-748 (2001)
- (17) C. A. Coello Coello : “Use of a Self-Adaptive Penalty Approach for Engineering Optimization Problems”, *Computers in Industry*, Vol.41, pp.113-127 (2000)
- (18) X. H. Hu, R. C Eberhart, and Y. H. Shi : “Engineering Optimization with Particle Swarm”, *IEEE Swarm Intelligence Symposium*, pp.53-57 (2003)

北 山 哲 士

(正員) 2002 年 3 月早稲田大学大学院 理工学研究科 機械工学専攻機械工学専門分野博士後期課程退学。同年 4 月金沢大学工学部助手, 2005 年 10 月講師, 現在に至る。構造最適設計ならびに大域的最適化手法の開発・研究に従事。博士 (工学)。

安 田 恵 一 郎

(正員) 1989 年 3 月北海道大学大学院 工学研究科電気工学専攻博士課程修了。同年 4 月東京都立大学工学部助手, 1991 年 4 月同大工学部助教授。現在, 同大学大学院理工学研究科 教授。システム最適化手法ならびに電力システム工学の研究に従事。工学博士。

山 崎 光 悦

(非会員) 1976 年 3 月金沢大学院工学研究科機械工学専攻修士課程修了。1985 年 6 月金沢大学工学部助教授, 1994 年 7 月同大工学部教授。現在に至る。構造最適設計ならびに非線形応答を伴う最適設計の研究に従事。工学博士。