Particle Swarm Optimization with Hierarchical Structure

Satoko Kinoshita Student Member (Osaka prefecture University, kinoshita07@eis.osakafu-u.ac.jp)

Atsushi Ishigame Senior Member (Osaka prefecture University, ishigame@eis.osakafu-u.ac.jp)

Keiichiro Yasuda Senior Member (Tokyo metropolitan University, yasuda@eei.metro-u.ac.jp)

Keywords : Optimization, Metaheuristics, Particle Swarm Optimization, Hierarchical Structure

A lot of optimization problems exist whenever we try to plan, operate and control the system. Meta-heuristics is paid to attention as one of the means for solving these problems. Meta-heuristics have been proposed based on models that imitate and simplify life and physics phenomena. Particle Swarm Optimization (PSO), originally inspired by the dynamics of the movement of flocks of birds or schools of fish, is one such method that offers a powerful approach for global search problems. PSO is designed based on the concept, “Good solutions have some similar structures (Proximate Optimality Principle)”. So, in PSO, when a particle finds a local optimal solution, all of the particles gather around it, and cannot escape from it. To overcome this weak point, we added hierarchical structure to Local-Best Model (Lbest Model) that is one of the models of PSO and propose a new PSO algorithm with hierarchical structure.

In the proposed method, particles are separated into some groups, and besides, in a group the particle of the best value are selected. Particles of the best value in each group form a higher layer, and other particles form a lower layer. Then, the velocity update type of Gbest Model are applied to particles in a higher layer, and the velocity update type of Lbest Model are applied to particles in a lower layer, and besides, w and c as weighting factor are used properly for higher layer by lower layer. In doing so, it aims for the realization of global search and local search. Also, we introduce a restricted distance L into particles in a higher layer. When they enter the distance L from g_{best} , the position before they are update are used. If a particle in a lower layer reaches value that is better than a particle in a higher layer, then the particle takes the place of the particle in a higher layer.

To show the effects of the proposed method whether particles can escape from a local optimal solution and find out the global optimal solution, we compare the proposed method with Lbest Model, CFM and LDIWM that is the technique of basic PSO. The

proposed method was applied to the five kinds of benchmark problem to compare the results of applying Lbest Model, CFM and LDIWM. Here, the number of dimension of searching $n=50$ and the iteration number is 10000. In numerical simulation, the obtained results are shown in Table 1. These results indicate the MEAN, BEST, and WORST values obtained by the same condition of 10 times trials. As Proposed Method 1 in Table 1, the value of w and c is different by a higher layer and a lower layer. As Proposed Method 2 in Table 1, the value of w and c is different in each group in a higher layer.

It may be seen from Table 1 that the proposed method returned better results than the other methods for almost all functions. So, it is thought that we improve the weak point of PSO that the particles gather around the local optimal solution by dividing particles in a higher layer and a lower layer.

Figure 1 shows Activity of each method. It is understood that the proposed method maintains activity from Figure 1 compared with the other method to the last minute. It is thought that this is remarkably appearance of the feature of Lbest Model.

Fig. 1. Activity of each method for Rastrigin Function

Table 1. Simulation Results

		Rastrigin	Rosenbrock	Schwefel	Griewank	2 ⁿ minima
Lbest-Model	Mean	90.8	43	4752.5	0	-3543.4
	Best	65.7	33.3	3934	0	-3662.2
	Worst	110.5	49	5290.7	0	-3435.9
LDIWM	Mean	54.2	61.3	3016.2	0	-3526.4
	Best	42.8	41.9	2013.5	0	-3633.9
	Worst	69.6	98.1	4066.4	0	-3407.7
CFM	Mean	136.2	34.7	7650.1	0	-3402
	Best	123.4	18.5	6139.2	0	-3549.1
	Worst	157.2	80.6	9279.5	0.1	-3181.5
Proposed Method 1	Mean	18.1	44.5	2349.2	0	-3574.5
	Best	14.9	39.4	1658.1	0	-3718.7
	Worst	25.1	84.6	2921.5	0	-3436
Proposed Method 2	Mean	16.2	40	2394.6	0	-3636.7
	Best	11	32.5	1776.6	0	-3860.1
	Worst	19.9	42	2724.1	0	-3464.2

階層構造を考慮した Particle Swarm Optimization

学 生 員 木下 聡子* 上級会員 石 亀 篤司*
上級会員 安田恵一郎**

Particle Swarm Optimization with Hierarchical Structure

Satoko Kinoshita*, Student Member, Atsushi Ishigame*, Senior Member, Keiichiro Yasuda**, Senior Member

This paper proposes a Particle Swarm Optimization (PSO) with hierarchical structure. In the proposed method, particles are separated into some groups, and besides, in a group particles are parted the particle of the best value from other particles. Particles of the best value in each group are applied to Gbest Model, and other particles are applied to Lbest Model. Then, the proposed method is validated through numerical simulations with several functions which are well known as optimization benchmark problems comparing to the conventional PSO methods.

キーワード：最適化，メタヒューリスティクス，Particle Swarm Optimization，階層構造

Keywords：Optimization, Metaheuristics, Particle Swarm Optimization, Hierarchical Structure

1. まえがき

近年，システムは大規模化・複雑化の一途をたどっており，システムの運用・計画に対する要求はますます高度になりつつある。システムの運用・計画は数理的には最適化問題を解くことに帰着される。その解法として従来用いられてきた数理計画法では求解困難となる場合があり，その対応策として様々な最適化アルゴリズムが提案されている。その中でも注目を集めているのが，最適性の保障はなくとも十分精度の高い解を探索可能なメタヒューリスティクスと呼ばれる手法である⁽¹⁾⁽²⁾。メタヒューリスティクスとは簡単なルールの下で発見的に得た情報の中で最良のものを取り入れて次の探索に活かしていく解探索アルゴリズムの総称である。代表的な手法として，焼きなまし法 (Simulated Annealing: SA)，タブサーチ (Tabu Search: TS)，遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA)，Particle Swarm Optimization (PSO) 等があり，これらは全て物理現象や生物学的な情報処理からヒントを得て考案されている。

PSO は，1995 年に J.Kennedy と R.Eberhart によって提案されたメタヒューリスティクスの一つである⁽³⁾。PSO は，単純

な計算の繰り返しから構成されているため，プログラムソースが簡単であることに加え，さまざまな最適化問題に適用可能な高い汎用性をも有している。しかし，変数は高次元で，かつ目的関数の多峰性が強く局所的最適解が多い場合には，Particle は局所的最適解に捕まってしまう大域的最適解を発見するのが困難になる場合がある。その対策として PSO を基にした様々なアルゴリズムが提案されている。

代表的なものとして，PSO に突然変異の概念を取り入れることで大域的な探索を目指した EPSO⁽⁴⁾や，自然淘汰の概念を取り入れ，より良質な解への収束性を高めた HPSO⁽⁵⁾，パラメータの値から収束性を見る Constriction Factor 法⁽⁶⁾，Particle をツリー状の階層型に配置する Hierarchical PSO⁽⁷⁾などがある。これらの手法はいずれも従来型 PSO を基盤としており，Particle の共有情報が *gbest* のみであるため局所的最適解への収束が起こりやすくなるという性質を突然変異や自然淘汰，パラメータの調整，Particle の階層化によって改善するものである。

本論文では，上記に述べた PSO の解探索における欠点を克服するため，PSO の一つのモデルである Local-Best Model に階層構造の概念を加えることで，大域的探索（多様化）性能と局所的探索（集中化）性能の適切なバランスの実現を目的とした新たな手法である階層型 PSO を提案する。

具体的には，まず Particle をグループ化する。各グループの中の最良値 (*lbest*) を選び上位層を形成する。残りの Particle は下位層とする。次に，上位層・下位層によって速度更新式を変え，上位層のパラメータをそれぞれ異なる値とする手法である。さらに，*gbest* への早い収束を抑えるた

* 大阪府立大学大学院工学研究科
電気・情報系専攻 電気情報システム工学分野
〒591-8531 大阪府堺市中区学園町 1-1
Graduate school of Engineering, Osaka Prefecture University
1-1, Gakuen-cho, Nakaku, Sakai, Osaka 599-8531

** 首都大学東京大学院理工学研究科
電気電子工学専攻 電子回路システム分野
〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1
Graduate school of Science and Engineering, Tokyo Metropolitan University
1-1, Minamiosawa, Hachioji-shi, Tokyo 192-0397

めに, *gbest* 周辺における上位層 Particle の更新抑制機能も導入している。

本論文では数値シミュレーションによって本提案手法の有効性を検証するとともに, グループの分け方による探索性能の比較や, 提案手法と類似した手法である参考文献(7)との性能比較, 距離 L の導入の有無による効果の検証も行っている。

以下, 第2章で Particle Swarm Optimization の基本概要と Local-Best Model について紹介し, 続く第3章では提案手法である階層型 PSO のアルゴリズムと, その概要および特徴について述べる。第4章では, ベンチマーク問題に本提案手法を適用し, 比較検討を行う。最後に第5章でその結果をまとめる。

2. Particle Swarm Optimization (PSO)

メタヒューリスティクスの一つである PSO は自然界における鳥や魚の群の動きからヒントを得た探索アルゴリズムである。PSO は非常に簡単なアルゴリズムであり, かつ基本的な算術演算しか使用していないにも関わらず, 非線形関数最適化問題を高速に解くことができる⁽³⁾。

鳥や魚の群としての行動にヒントを得た最適化手法であるため, 群の個体が個々に自由に行動するのではなく, 群全体で共有する情報と, 各個体自身が持つ情報に基づいて行動する。つまり, 鳥や魚の個体に対応付けられた Particle と呼ばれる複数の探索点は, 現在の“位置”(状態量)とそのときの“速度”の情報を持っており, この位置と速度の情報から次地点の各 Particle の位置が更新される。

〈2・1〉 Global-Best Model (Gbest Model) PSO の最も基本的なモデルとして知られているのが Gbest Model である。各 Particle はこれまでの探索での自身の最良の位置情報 (*pbest*) と群全体で共有する最良の位置情報 (*gbest*) をもとに, 前回の移動方向ベクトル, *pbest* 方向及び *gbest* 方向へ3つのベクトルが張る空間内を探索するように次式に従い, 位置を更新する。以下に各 Particle の位置と速度の更新式を示す。

$$v_{ij}^{k+1} = w \times v_{ij}^k + c_1 \times \text{rand}_1()_{ij} \times (pbest_{ij}^k - x_{ij}^k) + c_2 \times \text{rand}_2()_{ij} \times (gbest^k - x_{ij}^k) \quad (1)$$

$$x_{ij}^{k+1} = x_{ij}^k + v_{ij}^{k+1} \quad (2)$$

ここで, x, v は Particle の位置と速度, w は速度に対する重み係数, c_1, c_2 は係数, rand は 0~1 の一様乱数である。また添え字の ij, k はそれぞれ Particle 番号, ベクトル変数の成分, 反復回数を示す。各 Particle の次の速度を決定する(1)式は右辺第1項は現在の速度に重み w を乗じた速度ベクトル(移動ベクトル)である。右辺第2項, 第3項はそれぞれ *pbest*, *gbest* と現在の位置との差に重み c_1, c_2 を乗じ, さらに乱数を乗じることで多様性を持たせており, これらは, 各 Particle の現在の位置から *pbest*, *gbest* の方向へ向かうベ

クトルである。これらの合成ベクトルが各 Particle の次の速度を決定し, (2)式によって次の点へと移動する。以降同様の手順を繰り返して行い, 各 Particle は *pbest*, *gbest* を更新しながら解空間を探索し, 最終的に予め設定した反復回数だけ探索を繰り返した時点の *gbest* を最適解として得る。

〈2・2〉 Local-Best Model (Lbest Model) Lbest Model とは, Particle をいくつかのグループに分け, グループの中での最良の情報 (*lbest*) と各 Particle の最良の情報 (*pbest*) をもとに目的関数の最良値を目指して速度, 位置が更新される。Gbest Model と比べ収束が遅く, 探索にある程度時間を費やすが, 多峰性のある問題や設計変数の次元数が大きい問題に適していると考えられている。以下に速度更新式を示し, 探索の様子を Gbest Model と対比させて図1, 図2に示す。図1では全ての Particle が *gbest* を目指しているのに対し, 図2ではグループごとに異なった *lbest* を目指している。

$$v_{ij}^{k+1} = w \times v_{ij}^k + c_{1i} \times \text{rand}_1()_{ij} \times (pbest_{ij}^k - x_{ij}^k) + c_{2i} \times \text{rand}_2()_{ij} \times (lbest_j^k - x_{ij}^k) \quad (3)$$

位置更新式は Gbest Model と同じ(2)式で表され, 現在の位置に速度更新式(3)で得た速度を加えたものである。

図1 Gbest Model の概念図

Fig. 1. Basic concept of Gbest Model

図2 Lbest Model の概念図

Fig. 2. Basic concept of Lbest Model

3. 提案手法

〈3・1〉 階層構造を有する PSO Gbest Model はパラメータに依存するものの、共有情報が *gbest* ただひとつであるため、収束性（集中化）が強いことが知られている。*gbest* が更新されると各 Particle は急速に *gbest* 付近に集まり、更なる解の探索を行う。しかし、その収束性の強さゆえに目的関数によっては局所解へ陥りやすい傾向にあり、解空間を十分に広く探索できないことがある。つまり、Particle の集中化が強くなり、大域的探索が低下する傾向にある。これに対し Lbest Model の場合は、共有情報が数個の Particle 間に限定されるので、Gbest Model に比べて大域的探索（多様化）能力が高い反面、局所的探索（集中化）能力は劣ると考えられる。しかし、“良い解同士は何らかの似通った構造を持っている”という近接最適性の原理⁽²⁾⁽⁸⁾に基づく、最適解は局所解の周辺に存在する可能性が高いといえる。つまり、Lbest Model そのままでは局所的探索能力が低い、最適解を見つける能力が低いと考えられる。

そこで、本提案手法では大域的探索の高い Lbest Model に、Particle を上位層・下位層に分ける階層構造を加えることによって、大域的探索（多様化）と局所的探索（集中化）の適切なバランスの実現を図っている。探索開始時には、大域的探索を行い局所解に捕まる可能性を低減させ、探索が進むごとに局所的探索を行うようにすることで、もし局所解に捕まったとしても局所解周辺に存在するであろう最適解を見つけるために、局所解周辺を探索できるようにする意図がある。

具体的には、Particle をいくつかのグループに分割し、そのグループの中で最良値を持つ Particle を上位層を選び、その他の Particle を下位層とし、上位層の Particle には Gbest Model の速度更新式を、下位層の Particle には Lbest Model の速度更新式を適用する。さらに重み係数である w , c を上位層と下位層で使い分けることによって大域的探索と局所的探索の両立を目指している。Particle は最終的には同じ解に集まるようになるが、その過程において各 Particle は、Gbest Model, Lbest Model の特徴を併せ持つより多様な探索を行うと考えられる。

PSO の階層化の考え方は文献(7)に提案されているが、その手法はツリー構造の階層化に基づき探索を行わせる形式である。図3に文献(7)の概念図を示す。

図3 文献(7)の概念図

Fig. 3. Basic Concept of reference(7)

図3より、Particle は階層の中で上下で動くこととなり、上の Particle と、その下に繋がっている Particle との目的関数値を比較する。階層の中における隣の Particle とは比較することはなく、上下関係でのみの比較となる。そのため、一番下の層にある Particle が現在の *gbest* よりも最良値であった場合でも、ひとつ上の層に上がるのみになり、一気に *gbest* にはなれない。しかし、本提案手法は図3に示すツリー構造である文献(7)とは異なり、まずいくつかのグループをつくり、グループの中で最良値の Particle を上位層、その他の Particle を下位層の Particle とする。以下に、数式で上位層と下位層の選び方を示す。

$$f(lbest) = \min(Fmbest) \dots\dots\dots (4)$$

この際、 $Fmbest$ は $f(pbest_i)$ をグループごとにベクトル化したものである。(4)式に示すように、グループの中で最小値を持っているものを上位層の Particle として選び、残りの Particle は下位層とする。このため、下位層の Particle が現在の *gbest* より良い値をとった場合、その下位層の Particle は直接 *gbest* になることができる。よって、本提案手法は、文献(7)とは情報伝達形式が本質的に異なることになる。以下に本提案手法の速度更新式を示す。

① 上位層の Particle

$$v_{ij}^{k+1} = w_h \times v_{ij}^k + c_{1h} \times \text{rand}_1(0_{ij}) \times (pbest_j^k - x_{hij}^k) + c_{2h} \times \text{rand}_2(0_{ij}) \times (gbest_j^k - x_{hij}^k) \dots\dots\dots (5)$$

② 下位層の Particle (*lbest* はグループごとに異なる)

$$v_{ij}^{k+1} = w_l \times v_{ij}^k + c_{1l} \times \text{rand}_3(0_{ij}) \times (pbest_{ij}^k - x_{lij}^k) + c_{2l} \times \text{rand}_4(0_{ij}) \times (lbest_j^k - x_{lij}^k) \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 x_h は上位層の Particle の位置、 x_l は下位層の Particle の位置を示す。位置更新の際、ある下位層の Particle が自分の属するグループの *lbest* よりも良い値をとった場合、(4)式からもわかるように、その下位層の Particle は次の探索から自分の属するグループの最良値として上位層の Particle に選ばれ、新たな *lbest* となる。つまり、各グループの中で *lbest* が更新される度に、上位層を構成する Particle が変わることになる。図4に階層型 PSO の概念図を示す。

図4 階層型 PSO の概念図

Fig. 4. Basic concept of hierarchical PSO

提案手法のアルゴリズムを以下に簡単に示す。

[提案手法のアルゴリズム]

Step1 : [初期化]

各 Particle の初期位置を実行可能領域内にランダムに設定し、初期速度もランダムに設定し、Particle をいくつかのグループに分ける。

Step2 : [評価]

各グループの中で最良値を持つ Particle を上位層に選び、その他の Particle を下位層と設定する。

Step3 : [速度の更新]

上位層の Particle には(5)式, 下位層の Particle には(6)式の数値更新式を適用する。

Step4 : [位置の更新]

(2)式を用いて、位置を更新する。

Step5 : [終了判定]

探索回数が設定回数に到達すれば終了とし、そうでなければ Step2 へ行く。

〈3・2〉 パラメータについての検討

パラメータの設定によって多様化・集中化の状況が異なり、PSO の探索性能が向上する可能性がある。前述の提案手法におけるパラメータは、 $w_h=0.3$, $c_h=1.75\sim 0.5$, $w_l=0.1995$, $c_l=1.9955$ とした。 w は上位層, 下位層ともに小さな値となっている。これは、速度の重みを小さくすることによって Particle の進む幅を小さくし、近傍を詳しく探索させることを意図したものである。また、上位層の c の値を 1.75 から 0.5 に減少させるのは、徐々に $pbest$, $gbest$ への移流力を弱くすることで、探索が進むにつれて Particle に有望と思われる領域を集中的に探索させる為である。このパラメータを上位層のみに用いたのは、下位層の Particle は各グループの $lbest$ の周りを探索するため、上位層である $lbest$ の位置更新がゆっくり進めば、下位層の Particle は上位層の Particle の周りを詳細に探索するものと予想したためである。ここで、グループの探索特性に更なる多様性を持たせる為に、上位層の Particle の速度更新式において、パラメータ設定をグループごとに変える手法についても検討を行った。Particle 数は 50 とし、グループを 5 つ考えることにする。その際、パラメータは、 $w_{h1}=0.3$, $c_{h1}=1.75\sim 0.5$, $w_{h2}=0.1995$, $c_{h2}=1.9955$, $w_{h3}=0.9\sim 0.4$, $c_{h3}=2$, $w_{h4}=0.729$, $c_{h4}=1.4955$, $w_{h5}=0.75$, $c_{h5}=1.4955$ とした。これらの設定は、上記の上位層・下位層のパラメータに加え、LDIWM⁽⁸⁾, CFM⁽⁸⁾, RIWM⁽⁸⁾からヒントを得たものである。LDIWM においては、徐々に w の値が小さくなるため、探索回数を重ねるごとに Particle の速度が減少していき、回数を重ねるごとに詳細な探索が期待できる。CFM, RIWM では、 w の値がある程度大きな一定値となっており、 $gbest$, $pbest$ よりも速度に重点を置き探索するため、不安定な状態を作

り出し多様な探索を行うことが期待できる。以下に、パラメータによって位置更新がどのように変わるかを示した概念図を図 5 に示す。図 5 より速度の影響が大きい場合と、 $gbest$, $pbest$ の影響が大きい場合では Particle の進む方向が異なってくるのがわかる。このように上位層の Particle ごとにパラメータを変えることによって探索速度、探索領域が変わり、より詳細な探索ができると予想した。

(a) 速度の影響が大きい場合

(a) The influence of the velocity is large

(b) $gbest, pbest$ の影響が大きい場合

(b) The influence of $gbest$ and $pbest$ is large

図 5 パラメータによる位置更新の概念図

Fig. 5. Basic concept of location update by parameter

さらに、 $gbest$ の付近を詳しく探索させる為に距離 L による領域制限を導入している。これは、 $lbest$ が $gbest$ からある距離 L の範囲の中に入ると、更新される前の $lbest$ の値を用いるというものである。この操作の導入により、 $gbest$ への早期収束を防止している。 L は現在の探索回数がある回数まで達すると $L=0$ となるように線形的に減少させた。ある程度は幅広く探索させたいが、 $gbest$ の付近も詳しく探索させたいため、 $L=0$ となった後はその値を維持する。つまり(5),(6)式での探索のみが行われる。このようにすることによって、 $L=0$ になった後は $gbest$ の周りを更に詳しく探索させるように意図した。探索開始時の L の値は試行錯誤的に求め、以下のように設定した。

$$L = (x_i^{\max} - x_i^{\min}) \times 0.3 \dots\dots\dots (7)$$

$x_i^{\max}$, $x_i^{\min}$ は各次元の探索可能領域の上下限值である。この他、速度の過剰増加を抑えるためのパラメータとして以下に示す速度上限 $v^{\max}$ を用いた⁽⁹⁾。

$$v_i^{\max} = 0.5(x_i^{\max} - x_i^{\min}) \dots\dots\dots (8)$$

4. シミュレーション

本論文では、数値シミュレーションのベンチマーク問題⁽⁸⁾として、Rastrigin 関数、Rosenbrock 関数、Schwefel 関数、Griewank 関数、2ⁿminima 関数を用いる。以下に式を示す。

[Rastrigin 関数]

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos 2\pi x_i + 10) \quad -5 \leq x_i \leq 5 \quad \dots\dots\dots (9)$$

[Rosenbrock 関数]

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2 \right) \quad -5 \leq x_i \leq 5 \quad \dots\dots\dots (10)$$

[Schwefel 関数]

$$f(\mathbf{x}) = 418.9829n + \sum_{i=1}^n \left\{ -x_i \sin \sqrt{|x_i|} \right\} \quad -500 \leq x_i \leq 500 \quad \dots\dots\dots (11)$$

[Griewank 関数]

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n (x_i - 100)^2 - \prod_{i=1}^n \cos \left(\frac{x_i - 100}{\sqrt{i}} \right) + 1 \quad -50 \leq x_i \leq 50 \quad \dots\dots\dots (12)$$

[2ⁿminima 関数]

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i) \quad -2 \leq x_i \leq 2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

それぞれの表において太字はその関数における最良値を示す。表 1 には、数値シミュレーションするにあたって用いた提案手法 1~7 までの 1 グループあたりの Particle 数、グループ数、全 Particle 数を載せた。

表 2 では、100 次元で 10000 回探索を 10 回試行した際の、Particle のグループの分割方法を変えた場合の結果を比較している。Particle 数を 50 とし、提案手法 1 は Particle を 2 グループに分け、1 グループの Particle 数が 25 である場合、提案手法 2 は Particle を 5 グループに分け、1 グループの Particle 数が 10 である場合、提案手法 3 は Particle を 10 グループに分け、1 グループの Particle 数が 5 である場合の 3 ケースを考えた。それぞれ距離 L を導入している。表 2 を見ると、手法 1 により得られた解が最も良く、その次に手法 2、最後に手法 3 となっている。これは、階層化を行うにあたって、ひとつのグループの中にある Particle は多い方がより効果ができることを示していると考えられる。また、手法 1 は Schwefel 関数、2ⁿminima 関数において良い結果を得ており、これらの関数は、最適解の周辺に局所解が存在しない関数であるため、探索の早い段階において最適解付近の解探索がなされなければ、局所解に収束する可能性がある。よって、手法 1 は手法 2・3 に比べ、大域的探索の傾向がでていると考えられる。また手法 2 は、Rastrigin 関数、Rosenbrock 関数において多くの良い解を得ており、最適解の近くに局所解をもつ関数に有効であると考えられ、3 つの手法の中で

は最も局所的探索の傾向がでていると考えられる。手法 3 においては、全ての関数において 3 つの手法の中で良くも悪くもない値を得ており、大域的探索・局所的探索のどちらの傾向も強く表れていない手法であると考えられる。なお、30 次元、50 次元でのシミュレーションにおいても同じ傾向が見られた。手法 1 と手法 2 においては、その性能差はわずかであるが、今後グループごとに関係を持たせることを考え、本提案手法では手法 2 である Particle を 5 グループに分ける手法を用いている。

表 3 では、距離 $L=0$ となる際の探索回数の検証を行っている。Particle 数を 50 とし、50 次元で 10000 回探索を 10 回試行し、提案手法において探索回数が 5000 回、6000 回、7000 回、8000 回の比較を示している。表 3 より、多峰性・単峰性の関数に関わらず 6000 回のときに良い値を多くとてることがわかる。これより、最大探索回数の 6 割の回数で $L=0$ となるように設定した。

表 4 では、距離 L 導入の有無による効果の検証のため、 L 導入なしの提案手法 4 と L 導入有りの提案手法 5 の比較を示している。Particle 数を 50 とし、100 次元で 10000 回探索を 10 回試行している。表 4 を見ると、提案手法 5 が良い値を最も多くとており、距離 L を導入した方が有効であることが確認できた。

表 5 では、参考文献(7)との比較を行った。Particle 数 30 (参考文献(7)では 31) とし、50 次元で 10000 回探索を 10 回試行している。表 5 より提案手法が良い値を多くとてているが、シミュレーション時間は参考文献(7)の方が本提案手法よりも約 3 倍早い。これは、文献(7)と比べて提案手法は探索をする度に Particle を上位層と下位層に分け、gbest と上位層の Particle の距離を計算することが原因と考えられる。よって、多少時間はかかっても良い解を求めるのならば、本提案手法が有効であり、精度は劣るが少ない計算量で解を求める場合は参考文献(7)が有効である。

表 6 では、上位層・下位層でパラメータが異なる提案手法 6 と上位層のパラメータがグループごとで異なる提案手法 7 の結果を比較している。Particle 数 50 とし、50 次元で 10000 回探索を 10 回試行している。表 6 より、提案手法 7 が良い値を多くとてているのがわかる。これより、上位層のパラメータをグループごとに分けることによって、優れた結果が得られているところから、提案手法 6 と比較して、大域的探索（多様化）と局所的探索（集中化）のバランスが改善されていると考えられる。

また、表 6 においては Lbest Model と従来法である LDIWM、CFM との比較も行っている。Lbest Model でのパラメータは、 $w=0.9 \sim 0.4$ 、 $c_1=c_2=2$ としている。LDIWM は w を変化させることにより群れの特性を多様化から集中化へ徐々に変化させる PSO である。つまり、初期段階では大域的探索を行い、良い解が存在する領域を推定し、その後徐々にその周りを集中的に局所的探索するように群れのダイナミクスを制御するものである。 $c_1, c_2=2$ と設定され w は以下の(14)式により単調減少する。

$$w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{\text{iter}_{\max}} \times \text{iter} \quad (14)$$

ここで、 $\text{iter}_{\max}$ は最大探索回数であり、 iter は現在の探索回数を示す。 $w_{\max}$, $w_{\min}$ は、それぞれ 0.9, 0.4 と設定される。CFM は群れの安定性解析に基づいて群れの発散を制御するようにパラメータを決定した PSO である。群れに弱い集中化の特性を持たせるため、 $w=0.729$, $c_1=c_2=1.4955$ と設定される。

表 6 における比較については、図 6～10 でそれぞれの関数における提案手法と LDIWM, CFM の活性度の比較も行っている⁽¹⁰⁾。活性度は Particle の状態空間での挙動を評価するために提案された指標であり、次式で定義される⁽⁸⁾。

$$Act = \sqrt{\frac{1}{DN} \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^N v_{ij}^2} \quad (15)$$

PSO の探索は、個々の Particle が探索空間を動き回ることによって実現されているため、各 Particle の 2 乗平均速度が群の活性度として与えられている。活性度が一定範囲にとどまることは、個々の Particle の速度が一定範囲にとどまることと等価となり、PSO の安定性の評価ができる。

図 6～10 より、LDIWM は関数によって活性度の収束に偏りがあり収束の仕方が探索回数を重ねるごとに早くなっており、CFM はすぐに収束している。それに比べて提案手法は探索回数を重ねても、活性度を最後まで維持していることがわかる。関数によって活性度の値や、形状が違うが、これは、関数が多峰性か単峰性か、関数の形状によるものと考えられる。多峰性関数である(9), (11), (12), (13)式においては、活性度は探索序盤では急激に下がるが、その後徐々に緩やかに下がっている。単峰性関数である(10)式においては回数を重ねても下がることはなく、むしろ上昇している。また、本提案手法が活性度を最後まで維持しているのは、

表 1 提案手法

Table 1. The Proposed method

	Number of particle a group	Number of group	Number of all particles
Proposed Method 1	25	2	50
Proposed Method 2	10	5	50
Proposed Method 3	5	10	50
Proposed Method 4	10	5	50
Proposed Method 5	10	5	50
Proposed Method 6	10	5	50
Proposed Method 7	10	5	50

表 2 グループ分けによる比較

Table 2. Comparison of grouping

		Rastrigin	Rosenbrock	Schwefel	Griewank	2 ⁿ minima
Proposed Method 1	Mean	126.9	111.4	5450.8	0	-7225.4
	Best	104.6	83.3	4362.5	0	-7380.9
	Worst	144.4	189.4	6612.9	0	-7041.6
Proposed Method 2	Mean	126	96.6	5766.1	0	-7055.7
	Best	95	90.6	4948.3	0	-7296
	Worst	173.3	143.3	7047.1	0	-6758.8
Proposed Method 3	Mean	111.3	112.3	5970.7	0	-6965.2
	Best	83.7	89.7	5076.1	0	-7126.4
	Worst	138.8	146.3	7165.6	0	-6787.1

Lbest Model の概念を取り入れている為、グループごとに異なる範囲を探索することができるという特徴が顕著に表れたものであると考えられる。これより提案手法は、Particle がすぐに 1 箇所に集まることなく、幅広い範囲を探索していることがわかる。このことから提案手法においては、大域的探索（多様化）と局所的探索（集中化）の適切なバランスが実現されていることがわかる。

表 3 探索回数による比較

Table 3. Comparison of search frequency

		Rastrigin	Rosenbrock	Schwefel	Griewank	2 ⁿ minima
iter=5000	Mean	29.7	50.3	2353	0	-3546.2
	Best	27	38.6	1875.3	0	-3690.4
	Worst	33.9	93.4	2724.7	0	-3464.2
iter=6000	Mean	15	44.5	2349.2	0	-3574.5
	Best	10	39.4	1658.1	0	-3718.7
	Worst	20.9	84.6	2921.5	0	-3436
iter=7000	Mean	19.8	57.5	2400.4	0	-3563.2
	Best	14	38.9	1737.1	0	-3662.2
	Worst	30.1	95.8	3316.3	0	-3436
iter=8000	Mean	19.7	47.3	2461.6	0	-3571.7
	Best	14	40.5	2013.5	0	-3690.4
	Worst	26.9	93.6	2961	0	-3379.4

表 4 距離導入の比較

Table 4. Comparison of introduction of distance

		Rastrigin	Rosenbrock	Schwefel	Griewank	2 ⁿ minima
Proposed Method 4	Mean	202.1	124.7	7941	0	-6682.5
	Best	124.4	87.6	5863	0	-6815.4
	Worst	258.7	193	12673	0.1	-6447.8
Proposed Method 5	Mean	148	101.1	5766.1	0	-7055.7
	Best	106.8	85.9	4948.3	0	-7296
	Worst	192.3	145	7047.1	0.3	-6758.8

表 5 参考文献との比較

Table 5. Comparison of reference

		Rastrigin	Rosenbrock	Schwefel	Griewank	2 ⁿ minima
Reference(7)	Mean	74.2	52.3	6220.3	0	-3509.5
	Best	51.7	39.8	5033.7	0	-3690.4
	Worst	98.5	97.2	7858.1	0	-3379.4
Proposed Method	Mean	24.9	46.1	2459.8	0	-3518
	Best	12.9	37.8	2169.7	0	-3690.4
	Worst	37.8	93.6	2980.9	0.1	-3379.4

表 6 パラメータ設定における比較

Table 6. Comparison of setting of parameter

		Rastrigin	Rosenbrock	Schwefel	Griewank	2 ⁿ minima
Lbest-Model	Mean	90.8	43	4752.5	0	-3543.4
	Best	65.7	33.3	3934	0	-3662.2
	Worst	110.5	49	5290.7	0	-3435.9
LDIWM	Mean	54.2	61.3	3016.2	0	-3526.4
	Best	42.8	41.9	2013.5	0	-3633.9
	Worst	69.6	98.1	4066.4	0	-3407.7
CFM	Mean	136.2	34.7	7650.1	0	-3402
	Best	123.4	18.5	6139.2	0	-3549.1
	Worst	157.2	80.6	9279.5	0.1	-3181.5
Proposed Method 6	Mean	18.1	44.5	2349.2	0	-3574.5
	Best	14.9	39.4	1658.1	0	-3718.7
	Worst	25.1	84.6	2921.5	0	-3436
Proposed Method 7	Mean	16.2	40	2394.6	0	-3636.7
	Best	11	32.5	1776.6	0	-3860.1
	Worst	19.9	42	2724.1	0	-3464.2

図 6 Rastrigin 関数の活性度
Fig. 6. Activity of Rastrigin Function

図 8 Schwefel 関数の活性度
Fig. 8. Activity of Schwefel Function

図 7 Rosenbrock 関数の活性度
Fig. 7. Activity of Rosenbrock Function

図 9 Griewank 関数の活性度
Fig. 9. Activity of Griewank Function

図 10 2^n minima 関数の活性度
Fig. 10. Activity of 2^n minima Function

5. あとがき

本論文では従来の PSO の速度更新式を上位層と下位層で変更した階層型 PSO を提案し、解空間における大域的探索を可能にするように探索性能の向上を図った。また、5 つのベンチマーク問題を用いた数値シミュレーションによりその有効性について検証した。

本論文で得られた知見を以下に示す。

(1) 階層型 PSO は従来の PSO に比べ、多次元変数をもつ多峰性関数に対して探索能力が飛躍的に改善されている。

(2) 上位層と下位層において速度更新式を変更し、さらにパラメータも変更することで大域的探索を可能にした。

(3) グループごとに上位層のパラメータを変更することによって更なる探索能力の向上が図れた。

今後の課題としては、階層型 PSO におけるより有効なパラメータ設定法の解明や、制約条件付問題への適用、また実システムでの有効性の検証などが挙げられる。

(平成 21 年 4 月 23 日受付, 平成 21 年 7 月 28 日再受付)

文 献

- (1) K. Yasuda : "Evolutionary Computation and Metaheuristics", *T. IEE Japan*, Vol.122-C, No.3, pp.320-323 (2002-3) (in Japanese)
安田恵一郎 : 「進化論的計算手法とメタヒューリスティクス」, 電学論 C, **122**, 3, pp.320-323 (2002-3)
- (2) 柳浦睦憲・茨木俊秀 : 「組み合わせ最適化—メタ戦略を中心として—」, 朝倉書店 (2001)
- (3) J. Kennedy and R. Eberhart : "Swarm Intelligence", Morgan Kaufmann Publishers (2001)
- (4) V. Miranda and N. Fonseca : "EPSO-Evolutionary Particle Swarm Optimization, a New Algorithm with Applications in Power Systems", IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition 2002, pp.745-750 (2002)
- (5) S. Naka, S. Toune, T. Genji, T. Yura, Y. Fukuyama, and S. Tokuyama : "Distribution State Estimation Considering Practical Equipment in Distribution Systems", *T. IEE Japan*, Vol.120-B, No.12, pp.1566-1573 (2000) (in Japanese)
仲 成規・藤根 栄・元治 崇・由良俊樹・福山良和・高山信一 : 「実システム機器の特性を考慮した配電系統状態推定方式の検討」, 電学論 B, **120-B**, 12, pp.1566-1573 (2000)
- (6) M. Clerc and J. Kennedy : "The Particle Swarm-Explosion, Stability, and Convergence in a Multidimensional Complex Space", *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, Vol.6, No.1, pp.58-73 (2002-2)

- (7) Stefan Janson and Martin Middendorf : "A Hierarchical Particle Swarm Optimizer and Its Adaptive Variant", *IEEE Trans. on SMC*, part B, Vol.35, No.6, pp.1272-1282 (2005)
- (8) 相吉英太郎・安田恵一郎 編著 : 「メタヒューリスティクスと応用」, 電気学会;オーム社
- (9) S. Hiraoka, T. Okamoto, and E. Aiyoshi : "Improvement of Particle Swarm Optimization Based on the Repetitive Search Guideline", *IEEJ Trans. on EIS*, Vol.128-C, No.7, pp.1143-1153 (2008-7) (in Japanese)
平岡創土・岡本 卓・相吉英太郎 : 「繰り返し型探索指針による Particle Swarm Optimization の改良」, 電学論 C, **128**, 7, pp.1143-1153 (2008-7)
- (10) K. Yasuda and A. Ishigame : "Nonlinear Programming Algorithm -From the Practical Viewpoint-", *The Journal of ISCIE*, Vol.50, No.9, pp.344-349 (2006) (in Japanese)
安田恵一郎・石亀篤司 : 「非線形アルゴリズム—実用的観点から—」, システム制御情報学会誌, Vol.50, No.9, pp.1-7 (2006)

木 下 聡 子

(学生員) 1985 年 11 月 6 日生。2008 年 3 月大阪府立大学工学部電気電子システム工学科卒業。同年 4 月大阪府立大学大学院工学研究科電気・情報系専攻博士前期課程入学, 現在に至る。主としてメタヒューリスティクスによる最適化に関する研究に従事。

石 亀 篤 司

(上級会員) 1963 年 9 月 9 日生。1989 年 3 月大阪府立大学大学院工学研究科電気工学専攻博士前期課程修了。同年 4 月同大学工学部助手, 1997 年 4 月同大学大学院工学研究科講師, 2007 年 10 月同准教授, 現在に至る。1995 年 8 月～1996 年 7 月米国コーネル大学客員研究員。システム最適化, 電力系統の解析・制御に関する研究に従事。博士 (工学)。電気設備学会, 計測自動制御学会, システム制御情報学会, IEEE などの会員。

安 田 恵 一 郎

(上級会員) 1960 年 9 月 10 日生。1989 年 3 月北海道大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。同年 4 月東京都立大学工学部助手。1991 年 4 月同大学助教授, 2006 年 10 月首都大学東京理工学研究科教授となり, 現在に至る。システム最適化ならびに電力システム工学の研究に従事。工学博士。計測自動制御学会, IEEE の会員。