Mutual Information Analyses of Neuron Selection Techniques in Synchronous Exponential Chaotic Tabu Search for Quadratic Assignment Problems

Tetsuo Kawamura Non-member (Tokyo Denki University, 09kme17@ms.dendai.ac.jp)

Yoshihiko Horio Non-member (Tokyo Denki University, horio@eee.dendai.ac.jp)

Mikio Hasegawa Non-member (Tokyo University of Science, hasegawa@ee.kagu.tus.ac.jp)

Keywords: mutual information, high-dimensional chaotic dynamics, chaotic neural network, QAP, tabu search

The tabu search was implemented on a neural network with chaotic neuro-dynamics. This chaotic exponential tabu search shows great performance in solving quadratic assignment problems (QAPs). To exploit inherent parallel processing abilities of analog hardware systems, a synchronous updating scheme, was proposed. However, several neurons may fire simultaneously with the synchronous updating. As a result, we cannot determine only one candidate for the 2-opt exchange from the many fired neurons. To solve this problem, several neuron selection methods, which select one specific neuron among the fired neurons, were proposed.

In this paper, we analyze the dynamics of the chaotic neural network with the neuron selection methods by means of the spatial and temporal mutual information. The dynamics of the chaotic neural network are high-dimensional and suffer from large external effects from the neuron selection methods and 2-opt exchanges. Therefore, evaluation methods for low-dimensional chaotic dynamical systems such as Lyapunov analysis and dimensional analysis are difficult to be applied. In addition, we assume an analog/digital hybrid hardware system. Therefore, analysis methods, which require high-precision and multi-channel measurements, are not suitable. In contrast, the mutual information uses binary variables only. Therefore, the mutual information is suitable for evaluation of the high-dimensional dynamics observed from hardware systems.

Dynamics from 3 neuron selection methods (Method A, B, and C) are evaluated through spatial and temporal mutual information. The average spatial mutual information MI_{sp} is given as

$$MI_{sp} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N MI_{ij}, \dots\dots\dots (1)$$

$$MI_{ij} = H(x_i(t_n)) - H(x_i(t_n) \setminus x_j(t_{n-1})), \dots\dots\dots (2)$$

where N is the number of neurons, MI_{ij} is the spatial mutual information of the i th neuron obtained from the j th neuron, $H(x_i(t_n))$ is entropy at time t_n , and $H(x_i(t_n) \setminus x_j(t_{n-1}))$ is

conditional entropy. The average temporal mutual information MI_{tmp} is given as

$$MI_{tmp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N MI_i, \dots\dots\dots (3)$$

$$MI_i = H(x_i(t_n)) - H(x_i(t_n) \setminus x_i(t_{n-1})), \dots\dots\dots (4)$$

where MI_i is the temporal mutual information of the i th neuron.

Figure 1 shows the relationship between MI_{sp} and the average gap from the optimum solution for Method A to C when we solve Nug 30 problem. In addition, results for the ordinary exponential chaotic tabu search are plotted as $U = 1$ in Fig. 1. From the figure, MI_{sp} of the Method B and C show low values. On the other hands, those of the Method A are distributed to higher values when the average gaps from the optimum solution are large. Since the solving performances of the Method B and C are superior to that of the Method A, MI_{sp} should be low. From further analyses, we also show that MI_{tmp} should take particular values, which depend on the instances, for good solving performance.

Fig. 1. Average spatial mutual information MI_{sp} vs. average gap from the optimum solution for Nug30.

二次割当問題のための同期更新指数減衰カオスタブーサーチのニューロン選択法の相互情報量による解析

非会員 河村 鉄夫* 非会員 堀尾 喜彦*
非会員 長谷川幹雄**

Mutual Information Analyses of Neuron Selection Techniques in Synchronous Exponential Chaotic Tabu Search for Quadratic Assignment Problems

Tetsuo Kawamura*, Non-member, Yoshihiko Horio*, Non-member, Mikio Hasegawa**, Non-member

The tabu search was implemented on a neural network with chaotic neuro-dynamics. This chaotic exponential tabu search shows great performance in solving quadratic assignment problems (QAPs). To exploit inherent parallel processing abilities of analog hardware systems, a synchronous updating scheme, where all the neurons in the network are updated at the same time, was proposed. However, several neurons may fire simultaneously with the synchronous updating. As a result, we cannot determine only one candidate for the 2-opt exchange from the many fired neurons. To solve this problem, several neuron selection methods, which select one specific neuron among the fired neurons, were proposed. These neuron selection methods improved the performance of the synchronous updating scheme. In this paper, we analyze the dynamics of the chaotic neural network with the neuron selection methods by means of the spatial and temporal mutual information. Through the analyses, the network solution search dynamics of the exponential chaotic tabu search with different neuron selection methods are evaluated.

キーワード：相互情報量，高次元カオスダイナミクス，カオスニューラルネットワーク，二次割当問題，タブーサーチ

Keywords: mutual information, high-dimensional chaotic dynamics, chaotic neural network, QAP, tabu search

1. はじめに

タブーサーチ⁽¹⁾をニューラルネットワークを用いて実現する方法が提案されている^{(2)~(4)}。この方法では、カオスニューロンモデルの不応性により指数的に減衰するタブーサーチを実装し、カオスニューラルネットワークのカオスダイナミクスで2-opt交換アルゴリズムを駆動する。この時、カオスニューロンの発火によって2-opt交換の対象を決定する。この指数減衰カオスタブーサーチは、巡回セールスマン問題や二次割当問題(QAP)⁽⁵⁾の解法において優れた性能を示す⁽²⁾⁽⁴⁾。

我々は、問題サイズ10のQAPを解く指数減衰カオス

タブーサーチを、実数の扱いが可能なアナログ集積回路を核とした、300次元のアナログ/ディジタル混成ハードウェアプロトタイプシステムとして実装した⁽⁶⁾。また、実験により、プロトタイプハードウェアシステムが優れた性能を有していることを確認した。現在では、10,000個のカオスニューロンを用いた30,000次元のシステムが実現可能であり⁽⁷⁾、今後のハードウェアの小型化、高次元化により、さらに大規模な組合せ最適化問題への応用が可能と考えられる。

さらに、指数減衰カオスタブーサーチをハードウェアにより並列的に動作させるため、全てのニューロンの状態を同時に更新する同期更新方式を提案した⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。従来の非同期更新方式のカオスタブーサーチでは、アナログ回路を核としたハードウェアの利点である並列処理が困難であり、サイズの大きいQAPを解く場合、ニューロン一つ一つを逐時的に状態更新するのに多くの時間を要する。これに対し、同期更新方式では、複数のニューロンの並列処理により高速化が可能になる上、実行時間がQAPの問題サイズに依存しなくなる。しかし、同期更新方式では、複数個のニューロンが同時に発火する可能性がある。このため、2-opt交

* 東京電機大学 大学院 工学研究科
〒101-8457 東京都千代田区神田錦町 2-2
Graduate School of Engineering, Tokyo Denki University,
2-2, Chiyoda-ku, Tokyo, 101-8457

** 東京理科大学 工学部 電気工学科
〒102-0073 東京都千代田区九段北 1-14-6
Department of Electrical Engineering, Tokyo University of
Science
1-14-6, Kudankita, Chiyoda-ku, Tokyo, 102-0073

換の候補をニューロンの発火状態から一意に決定する事ができない。そこで、発火した複数個のニューロンの情報から 2-opt 交換を行う対象を一つに決定するためにニューロン選択法を提案した⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。この文献(9)の手法を本論文では「ニューロン選択法 A」と呼ぶ。また、このニューロン選択法 A の性能をさらに向上させるために、ハードウェア化を念頭に置いた多数のニューロン選択法を考案し、それらの性能を調査した。その結果、最も解法能力が高かったニューロン選択法を本論文では「ニューロン選択法 B」と呼ぶ。この手法については文献(14)で報告した。さらに、ハードウェアを考慮に入れた実験により、これらのニューロン選択法の有効性を確認した⁽¹¹⁾。しかしながら、ニューロン選択法 B は結果としてヒューリスティック解法としては直感に反した方策となっており、この方法の高い解法能力にはシステムのダイナミクスが深く関わっていると考えられるものの、どのようなダイナミクスが解法能力に寄与しているか未だ分かっていない。

ところで、本論文で扱う指数減衰カオスタブーサーチには多数の調整パラメータが存在し、これらのパラメータ値が取り得る範囲も広い。システムが高い解法能力を持つためには、これらのパラメータ値を適当な値にチューニングする必要がある。従って、そのままハードウェア実装を行うと、広いパラメータレンジに対応した可変ハードウェアを作る必要があり、回路規模が大きくなる、パラメータの設定精度が悪化するなどの不都合が生じる。もし、どのようなダイナミクスが有効であるかが分かれば、同等のダイナミクスを発生させるようにネットワークパラメータ値の範囲を限定することが可能となる。これにより、回路パラメータの可変範囲をあらかじめ絞り込むことが可能となる。その結果、ハードウェアをより小型化・高速化でき、より大規模な問題に適用する事が可能になると考えられる。

そこで本論文では、ニューロン選択法を用いた同期更新指数減衰カオスタブーサーチの解探索ダイナミクスを、相互情報量解析により評価する。

相互情報量を用いる第 1 の理由は、本研究で対象とするハードウェアシステムは大規模で次元が非常に高く、低次元カオスシステムで用いられるリアプノフスペクトラムやフラクタル次元解析などの手法が適用できないが、相互情報量は高次元カオスニューロダイナミクスによる時空間的な情報の動きを定量化できるためである。さらに、ハードウェアシステムから多チャンネルのアナログ信号をカオスダイナミクスの解析に必要と考えられる高い精度で観測するのは困難であり、離散値のみを用いる相互情報量が有効であると考えられるためである。

相互情報量を用いた第 2 の理由は、相互情報量には同期更新指数減衰カオスタブーサーチシステムの解探索ダイナミクスが反映されていると考えられるからである。本論文で対象とするシステムでは、個々のニューロンの発火に基づいて 2-opt 交換を行うことにより解を探索する。すなわち、ニューロン選択法中の時空間的な発火ダイナミクスと

解の探索ダイナミクスには密接な関係がある。本論文で用いる空間相互情報量と時間相互情報量には時空間的な発火情報が含まれているので、これらはシステムの解探索ダイナミクスの 1 つの尺度として適している。しかし、その一方で、相互情報量は探索ダイナミクスの間接的な指標ではない。

そこで、解探索ダイナミクスが直感的に理解しやすい方法で、ニューロン選択法 B とほぼ同等である「ニューロン選択法 C」を比較対象として用いる。つまり、解探索ダイナミクスが分かっているニューロン選択法 C とニューロン選択法 A 及び B を相互情報量を用いて比較する。これにより、もしあるニューロン選択法の相互情報量の特性が解探索ダイナミクスが分かっているニューロン選択法 C と同じであれば、その選択法を用いたシステムの解探索ダイナミクスも、ニューロン選択法 C と同等の解探索ダイナミクスであると結論づけることができると考えられる。

2. 二次割当問題 (QAP)

QAP は NP 困難な組合せ最適化問題の 1 つである⁽⁵⁾。問題サイズ N の QAP は、 $N \times N$ の 2 つの行列、すなわち、 N 個の要素の内の 2 つの要素 i と j の距離から成る行列 A と、行列 A の要素とは独立な N 個の要素間の相互関係を表現する行列 B で定義される⁽⁵⁾。QAP の解は、行列 A を定義する N 個の要素に対応する N 個のインデックスと、行列 B を定義する N 個の要素に対応する要素を持つ順列 p で表現できる⁽¹³⁾(式(1))。

$$\begin{aligned} \text{index} &: 1, 2, \dots, i, \dots, N \\ p &: \{p(1), p(2), \dots, p(i), \dots, p(N)\} \\ &\dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

QAP のコスト関数 $F(p)$ は、式(1)の p に対して次式で与えられる。

$$F(p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} b_{p(i)p(j)} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 a_{ij} は行列 A の (i, j) 番目の要素、 $b_{p(i)p(j)}$ は行列 B の $(p(i), p(j))$ 番目の要素を示す。QAP はコスト関数 $F(p)$ が最小となる順列 p のインデックスと要素の組合せを求める問題である。

3. 同期更新指数減衰カオスタブーサーチ

問題サイズ N の場合、 $N \times N$ 個のカオスニューロンから成るニューラルネットワークを用いる⁽³⁾。各ニューロンは下記に示す式(3)から(5)のように、3つの内部状態を持つ。よって、カオスニューラルネットワーク全体の次元数は $3N^2$ となる。次に、2-opt 交換アルゴリズムの動作の例を Fig. 1 に示す。ネットワーク中の (i, j) 番目のニューロンが発火した場合、順列 p の要素 i が、index j に割当てられる。これと同時に、要素 $p(j)$ が index $q(i)$ に割当てられる。これらの要素の交換を、それぞれ、“ (i, j) の割当

Fig. 1. The schematic of the 2-opt exchange of elements in the permutation $\mathbf{p}$. In the 2-opt exchange, the (i, j) -assignment and the $(p(j), q(i))$ -assignment occurs when the (i, j) th neuron fires.

て”および“(p(j), q(i)) の割当て”と呼ぶ⁽³⁾。この様に、2つの要素を互いに交換することにより、より良い解を探索するヒューリスティックアルゴリズムを 2-opt 交換アルゴリズムと呼ぶ⁽¹²⁾。

非同期更新方式では、ネットワーク中の (1, 1) 番目のニューロンから (N, N) 番目のニューロンを、順次一つずつ更新する⁽²⁾⁽³⁾。この非同期更新では、一つのニューロンを更新している間は他のニューロンの状態更新ができないため、アナログハードウェアシステムの利点である並列処理に適していない。

そこで、同時に全てのニューロンを更新する同期更新方式が提案された⁽¹⁰⁾。この同期更新方式では、全てのニューロンを並列的に同時に更新することで、実行時間が QAP の問題サイズに依存しなくなるという利点がある。

同期更新指数減衰カオスタブーサーチで用いるカオスニューラルネットワーク中の (i, j) 番目のニューロンのダイナミクスは次のように表される⁽⁹⁾。

$$\xi_{ij}(t+1) = \beta(F_1(t) - F_{ij}(t)) \dots \dots \dots (3)$$

$$\eta_{ij}(t+1) = k_f \eta_{ij}(t) - \alpha_\eta X_{p(j)q(i)}(t) + R \dots \dots \dots (4)$$

$$\zeta_{ij}(t+1) = k_r \zeta_{ij}(t) - \alpha_\zeta x_{ij}(t) + R \dots \dots \dots (5)$$

$$y_{ij}(t+1) = \xi_{ij}(t+1) + \eta_{ij}(t+1) + \zeta_{ij}(t+1) \dots \dots \dots (6)$$

$$x_{ij}(t+1) = f(y_{ij}(t+1)) \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 $\xi_{ij}(t+1)$ は離散時刻 $t+1$ におけるコストのゲインに対応する内部状態項、 $F_1(t)$ は現在のコスト、 $F_{ij}(t)$ は (i, j) 割当てを行った場合のコスト、 β はゲインのスケールパラメータ、 $\eta_{ij}(t+1)$ は $(p(j), q(i))$ 割当てのタブー効果に対応する内部状態項、 $\zeta_{ij}(t+1)$ は (i, j) 割当てによるタブー効果に対応する内部状態項、 $\alpha_\eta, \alpha_\zeta$ はタブー効果のスケールパラメータ、 k_r, k_f はタブー効果の減衰パラメータ、 R は正の外部バイアス、 $y_{ij}(t+1)$ は内部状態の総和、 $x_{ij}(t+1)$ はニューロンの出力であり、 $X_{p(j)q(i)}(t)$ は $(p(j), q(i))$ 割当てが行われたときに “1” となり、それ以外では “0” となる 2 値補助変数である。 $f(\cdot)$ はニューロンの単調増加で連続な非線形出力関数であり、次のように表される。

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x/\epsilon)} \dots \dots \dots (8)$$

ここで、 ϵ は正の定数で、ハードウェアに実装された特性を近似するため $\epsilon = 0.03$ とした。なお、以下で述べるシミュレーション実験では、アナログハードウェア中のダイナミカルノイズによる影響を考慮するため、式 (4) と式 (5) の代わりに次式を用いる、

$$\eta_{ij}(t+1) = k_f \eta_{ij}(t) - \alpha_\eta X_{p(j)q(i)}(t) + R + \epsilon_1 \dots \dots \dots (9)$$

$$\zeta_{ij}(t+1) = k_r \zeta_{ij}(t) - \alpha_\zeta x_{ij}(t) + R + \epsilon_2 \dots \dots \dots (10)$$

ここで、 ϵ_1 と ϵ_2 はダイナミカルノイズに対応するノイズ項である。

4. ニューロン選択法

同期更新方式では、問題サイズ N の場合、 $N \times N$ 個のニューロンの内部状態を同時に更新する。この際、更新後の内部状態値が 0 以上のとき、ニューロンは発火したと定義する。この様に全てのニューロンを同時に更新すると、複数個のニューロンが同時に発火する可能性がある。ニューラルネットワークを用いたタブーサーチでは、発火したニューロンに対応する 2-opt 交換を実行するため、複数のニューロンが同時に発火した場合、2-opt 交換の候補を一意に決定することができない。そこで、発火した複数個のニューロンの中から 2-opt 交換対象を一つだけ選択する方法として、以下に示すニューロン選択法 A と B が提案された⁽⁹⁾⁽¹⁴⁾。また、シミュレーション実験において比較対象として用いるニューロン選択法 C も以下に示す。

〈4・1〉ニューロン選択法 A 本論文では、文献 (9) で提案された方法を「ニューロン選択法 A」と呼ぶ。以下で述べるようにこの手法は、並列的に作成した複数の順列候補の内、最小コストを与える順列を最終的に採用するという理解しやすい手法である。すなわち、ニューロン選択法 A を用いたシステムの解探索ダイナミクスでは、主に局所的な探索が行われていると考えられる。この方式をまとめると以下ようになる。

- a) 同期更新により、同時に全てのニューロンの内部状態を更新する。
- b) 発火したニューロンの中で、内部状態 $y_{ij}(t+1)$ の値が大きい順にニューロンに順位を付ける。
- c) 順位 1 のニューロンを用いて、現在の順列 $\mathbf{p}_{current}$ の要素に対して、仮の 2-opt 交換を行う。この結果、得られた順列を $\mathbf{p1}$ とする。順列 $\mathbf{p1}$ に対するコスト $F(\mathbf{p1})$ を求める。ただし、仮の 2-opt 交換では、実際のニューロンの内部状態等には一切影響を与えないとする。
- d) 次に、順位 2 のニューロンを用いて、現在の順列 $\mathbf{p}_{current}$ の要素に対して、仮の 2-opt 交換を行う。この順列を $\mathbf{p2}$ とし、順列 $\mathbf{p2}$ に対するコスト $F(\mathbf{p2})$ を求める。
- e) 以下同様に、順位 U (U はパラメータ) まで繰り返す。
- f) b) から e) により、 $\mathbf{p1}, \mathbf{p2}, \dots, \mathbf{pU}$ のそれぞれに対するコスト $F(\mathbf{p1}), F(\mathbf{p2}), \dots, F(\mathbf{pU})$ が得られ

る。これらの中で最小のコストを与えるニューロンを実際に発火したと見なし、“ $p_{current}$ に対して” 実際に 2-opt 交換を行う。この時、その他のニューロンは発火したと見なさない。

〈4・2〉 ニューロン選択法 B 同期更新指数減衰カオスタブサーチの解探索能力をさらに向上させるため、次のようにニューロン選択法の改良が行われた⁽¹⁴⁾。これを本論文では「ニューロン選択法 B」と呼ぶ。この方式は優れた解法性能を有していることが示されているが⁽¹¹⁾、アドホックに作られた方法であり、作成した複数の順列候補の内、最小コストを与える順列を採用するのではなく、その順列の作成に用いた 2-opt 交換をそのまま元の順列に適用する点が直感的には理解困難なアルゴリズムである。これを以下に示す。

- a), b), c) 手順 a) から c) はニューロン選択法 A と同じ。
- d) 次に、順位 2 のニューロンを用いて、“順列 $p1$ の要素に対し” 仮の 2-opt 交換を行う。この順列を $\tilde{p}2$ とし、順列 $\tilde{p}2$ に対するコスト $F(\tilde{p}2)$ を求める。
- e) 以下同様に、順位 U まで繰り返す。
- f) b) から e) により、 $p1, \tilde{p}2, \dots, \tilde{p}U$ のそれぞれに対するコスト $F(p1), F(\tilde{p}2), \dots, F(\tilde{p}U)$ が得られる。これらの内最小のコストを与えるニューロンのみを発火したと見なし、“ $p_{current}$ に対して” 実際に 2-opt 交換を行う。

〈4・3〉 ニューロン選択法 C 本論文では、ニューロン選択法のダイナミクスを検討するに当たり、比較対象として以下に示す「ニューロン選択法 C」を用いる。

- a), b), c), d), e) 手順 a) から e) はニューロン選択法 B と同じ。
- f) b) から e) により、 $p1, \tilde{p}2, \dots, \tilde{p}U$ のそれぞれに対するコスト $F(p1), F(\tilde{p}2), \dots, F(\tilde{p}U)$ が得られる。これらの内最小コストを与える順列 $\tilde{p}i (1 \leq i \leq N)$ を更新後の順列として扱う。すなわち $p_{current}$ を $\tilde{p}i$ で置き換える。

ニューロン選択法 A と B では、交換後の順列は、現在の順列 $p_{current}$ に対して、実際の 2-opt 交換を一度だけ行った順列となる。それに対し、ニューロン選択法 C では、最小コストを与える順列 $\tilde{p}i$ を更新後の順列とするため、 $p_{current}$ から 2-opt 交換を i 回行った順列となる。よって、 i が大きいほど、 $p_{current}$ とは大きく異なった順列となる可能性があり、解空間を広く探索すると考えられる。このため、ニューロン選択法 C を比較対象とした。

5. カオスニューラルネットワークにおける相互情報量

前章で述べたニューロン選択法 A から C を用いた指数減衰カオスタブサーチの解探索ダイナミクスを評価するため、本章で述べる空間相互情報量と時間相互情報量の 2 種類の相互情報量を用いる。解析対象とするカオスニューラルネットワークは、1 章で述べたように高次元である上、

ニューロン選択法や 2-opt 法による外部入力の影響が大きい。そのため、通常低次元のカオス力学系で用いられるリアプノフスペクトル解析や次元解析などの評価手法を適用する事が困難である。また、ハードウェアシステムを前提としているため、高精度で多チャンネルのアナログ値を必要とする手法も適していない。これに対し、相互情報量の計算には二値化されたニューロンの出力のみを用いるため、比較的高次元の系や実験系のダイナミクスを評価するのに適していると考えられる。また、ニューロン選択法による時空間的な発火ダイナミクスと、カオスタブサーチによる解の探索ダイナミクスには密接な関係がある。一方、空間相互情報量と時間相互情報量にはニューロンの時空間的な発火情報が含まれているので、これらの相互情報量はシステムの解探索ダイナミクスの 1 つの尺度として適していると考えられる。

相互情報量は、ある 2 つの事象 P, Q において、一方を知ることにより他方についてどれくらい情報が得られるかを表す量である。相互情報量が大きな値であれば P あるいは Q から受けた情報が多いことを示し、小さければその逆を示す。

〈5・1〉 空間相互情報量の算出方法 空間相互情報量は自身の状態変化に関する相互情報量だけでなく、他のニューロン間の相互情報量を考慮したネットワーク全体の相互情報量である。平均空間相互情報量は以下に与えられる。

$$MI_{sp} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N MI_{ij} \dots\dots\dots (11)$$

$$MI_{ij} = H(x_i(t_n)) - H(x_i(t_n) \setminus x_j(t_{n-1})) \dots (12)$$

$$= \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 P(x_i(t_n)_k, x_j(t_{n-1})_l) \times \log_2 \frac{P(x_i(t_n)_k, x_j(t_{n-1})_l)}{P(x_i(t_n)_k)P(x_j(t_{n-1})_l)} \dots\dots (13)$$

ここで、 MI_{sp} は全ニューロンの平均空間相互情報量、 N はニューロン数、 MI_{ij} は j 番目のニューロンから得られる i 番目のニューロンについての空間相互情報量、 $H(x_i(t_n))$ は時刻 t_n でのエントロピー、 $H(x_i(t_n) \setminus x_j(t_{n-1}))$ は条件付エントロピー、 $P(x_i(t_n)_k)$ は t_n のときの i 番目のニューロンの k 番目の事象の生起確率（ここではニューロンの発火か非発火の 2 つの事象を扱うため $k = 1, 2$ ）、 $P(x_i(t_n)_k, x_j(t_{n-1})_l)$ は同時生起確率である。

〈5・2〉 時間相互情報量の算出方法 時間相互情報量は自身の過去と現在の状態に対する相互情報量である。平均時間相互情報量を以下に示す⁽¹⁵⁾。

$$MI_{tmp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N MI_i \dots\dots\dots (14)$$

$$MI_i = H(x_i(t_n)) - H(x_i(t_n) \setminus x_i(t_{n-1})) \dots (15)$$

$$= \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 P(x_i(t_n)_k, x_i(t_{n-1})_l) \times \log_2 \frac{P(x_i(t_n)_k, x_i(t_{n-1})_l)}{P(x_i(t_n)_k)P(x_i(t_{n-1})_l)} \dots\dots (16)$$

ここで, MI_{tmp} は全ニューロンの平均時間相互情報量, MI_i はニューロン i における時間相互情報量である。

6. シミュレーション実験

数値シミュレーションで複数の QAP を解き, 優れた解の探索が行われるときにどのようなダイナミクスが寄与しているかを評価する。以下では, 解の探索能力とネットワークダイナミクスの関係を 5 章で述べた 2 つの相互情報量を用いて検討する。

数値シミュレーションでは QAP Library⁽⁵⁾ のベンチマーク問題として, Rou20, Tai20a, Had20, Lipa20b, Tho30, Nug30 問題について行い, 全ての問題で同等の相互情報量特性を確認した。本論文では, 誌面の都合上, 典型的な例として Had20, Lipa20b, Nug30 問題のシミュレーション結果を示す。Lipa20b 問題は特定のパラメータで必ず最適解に到達することが確認されている問題, Had20 問題はニューロン選択法による解法性能の差が小さい問題, Nug30 問題は解法性能の差が大きい問題である。カオスニューラルネットワークのパラメータは $\alpha_c = 1.0$ および $R = 0.1$ と固定し, α_η , β , k_r , k_f は $\{0.1, 0.3, 0.4, 0.5, 0.65, 0.7, 0.75, 0.9, 0.95, 1.0\}$ の中からそれぞれ選択した。さらに, 各問題間で共通のネットワークパラメータを用いて比較を行うため, 各問題に対して良好な最適解到達率と平均誤差率を与えるパラメータを 20 通り選び出し, これらをパラメータセットとし, 以下のシミュレーションで用いた。ここで, 最適解到達率 AR は次のように定義される。

$$AR = \frac{ON}{100} \times 100 \quad [\%] \dots \dots \dots (17)$$

ここで, ON は最適解が得られたトライアル数である。なお, シミュレーション実験ではネットワークの初期値をランダムな発火パターンとして 100 トライアルずつ実施した。さらに平均誤差率 AG は,

$$AG = \frac{\sum_{n=1}^{100} EM_n}{100} \times 100 \quad [\%] \dots \dots \dots (18)$$

とする。ここで, EM_n は n 番目のトライアルで得られた最良解と最適解との誤差である。

また, 各パラメータセットにおいて, ニューロン選択数を $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ と変化させた。ただし, $U = 1$ の場合は, 常に内部状態値が最も大きいニューロンを選択するため, 文献⁽⁹⁾ と等価な手法となる。さらに, 式 (9) および (10) 中の ϵ_1 と ϵ_2 は, それぞれ独立で振幅が ± 0.04 の一様乱数を用いる。また, 各パラメータセットにおいて, 1 トライアルを 10,000 イタレーションとする。ここで 1 イタレーションとは, 同期更新を行い実際の交換を 1 回行う事と定義する。

初めに, 各ニューロン選択法の解法性能の評価を行う。カオスニューラルネットワークのパラメータは Table 1 を用い, ニューロン選択数を $U = 5$ とした。各ニューロン選択法の最適解到達率 AR と平均誤差率 AG を Table 2 と 3 にそれぞれ示す。なお, 表中で $U=1$ は常に内部状態値が最も

Table 1. Values of the network parameters used in the simulations with the chaotic neural network.

Instance	α_η	β	k_r	k_f
Had20	0.1	0.7	0.7	0.7
Lipa20b	0.1	0.3	0.9	0.9
Nug30	0.1	0.7	0.7	0.7

Table 2. Arrival rate for the optimal solution AR .

Instance	$U=1$	Method A	Method B	Method C
Had20	9	41	50	50
Lipa20b	100	100	100	100
Nug30	14	0	53	56

Table 3. Average gap from the optimum solution AG .

Instance	$U=1$	Method A	Method B	Method C
Had20	0.326	0.222	0.189	0.194
Lipa20b	0.000	0.000	0.000	0.000
Nug30	0.248	1.174	0.119	0.114

Fig. 2. Average spatial mutual information MI_{sp} vs. average gap from the optimum solution AG for Had20.

大きいニューロンを選択する手法, Method A はニューロン選択法 A, Method B はニューロン選択法 B, Method C はニューロン選択法 C を示す。Table 2 と 3 の結果より, ニューロン選択法 B と C は常に内部状態値が最も大きいニューロンを選択する手法やニューロン選択法 A よりも優れた解法性能を持つことが分かる。

次に, 各ニューロン選択法に対する平均空間相互情報量と式 (18) より求めた平均誤差率 AG との関係を Had20, Lipa20b および Nug30 について, それぞれ Fig. 2 から 4 に示す。Fig. 2 から 4 に示す結果より, 良好な結果を示すパラメータセットに対しては, 平均空間相互情報量は全体的に低いことが分かる。また, Fig. 4 より, 特にニューロン選択法 A に関して明らかのように, 平均誤差率が悪い場合, 平均空間相互情報量が高い値までばらつくことが分かる。これに対し, ニューロン選択法 B と C に関しては, 平均空間相互情報量の分布には差は見られず, さらにニューロン選択法 A の分布とは異なる。

次に, 各ニューロン選択法に対する平均時間相互情報量と

Fig. 3. Average spatial mutual information MI_{sp} vs. average gap from the optimum solution AG for Lipa20b.

Fig. 4. Average spatial mutual information MI_{sp} vs. average gap from the optimum solution AG for Nug30.

平均誤差率 AG との関係は Had20, Lipa20b, Nug30 に対して、それぞれ Fig. 5 から 7 に示す。Fig. 5 から 7 より、最適解が得られた時 ($AG = 0$) には、平均時間相互情報量はある特定の値を示していることが分かる。このことから、性能が良い時は平均時間相互情報量は問題に依存した特定の値になると考えられる。例えば、Fig. 6 において、 $AG = 0$ に対して、平均時間相互情報量が 0.01, 0.04 や 0.08 付近に集中している。ところで、Fig. 5 から 7 より、平均空間相互情報量と同様に、ニューロン選択法 B と C の平均時間相互情報量は同じ傾向である。一方、ニューロン選択法 A に関してはこれらと異なり、Fig. 7 に示すように、平均誤差率が悪い場合は平均時間相互情報量が高い値までばらつくことが分かる。

以上をまとめると、ニューロン選択法 A は、解法性能がニューロン選択法 B や C よりも悪く、平均空間相互情報量と平均時間相互情報量は共に高い値までばらつく。これに対し、ニューロン選択法 B と C は、良い特性の場合には平均空間相互情報量は全体的に低く、さらに、平均時間相互情報量が問題に依存した特定の値を示す。これらから、相

Fig. 5. Average temporal mutual information MI_{tmp} vs. average gap from the optimum solution AG for Had20.

Fig. 6. Average temporal mutual information MI_{tmp} vs. average gap from the optimum solution AG for Lipa20b.

Fig. 7. Average temporal mutual information MI_{tmp} vs. average gap from the optimum solution AG for Nug30.

互情報量を尺度とした場合、ニューロン選択法 B の解探索ダイナミクスはニューロン選択法 C のそれと同等であり、主に局所的な探索を繰り返すニューロン選択法 A のダイナミクスとは異なることが分かる。すなわち、ニューロン選択法 B を用いたシステムの解探索ダイナミクスは、ニューロン選択法 C を用いたシステムと同様に、解空間を広くかつ局所的には深く探索するダイナミクスであると推測される。すなわち、このような解探索ダイナミクスによりニューロン選択法 B が高い解法性能を得ていると考えられる。

7. ま と め

ニューロン選択法を用いた同期更新指数減衰カオスタブサーチの解探索ダイナミクスを評価するため、平均空間相互情報量および平均時間相互情報量を用いた解析を行った。この際、解探索ダイナミクスが明らかなニューロン選択法 C を比較対象とし、相互情報量を 1 つの尺度として用いることで、ニューロン選択法 A および B の解探索ダイナミクスを評価した。その結果、解法性能が悪いニューロン選択法 A では平均空間相互情報量と平均時間相互情報量は共に高い値までばらつき、性能が高いニューロン選択法 B と C の平均空間相互情報量は全体的に低い値を示した。また、ニューロン選択法 B と C の平均時間相互情報量は特定の値に集中する傾向が見られた。これらの結果から、平均空間相互情報量と平均時間相互情報量が共に比較的低く、平均時間相互情報量が問題に依存したある特定の値に近い場合に良い結果が得られることが定性的に分かった。また、ニューロン選択法 B と C の平均空間相互情報量と平均時間相互情報量は共に同じ傾向を示し、ニューロン選択法 A とは異なる傾向を示した。このことから、ニューロン選択法 B と C の解探索ダイナミクスは、主に局所的な探索を繰り返すニューロン選択法 A の解探索ダイナミクスとは異なることが分かった。従って、これまで解探索ダイナミクスが不明であったニューロン選択法 B は、ニューロン選択法 C と同様に、解空間を広くかつ局所的に深く探索するダイナミクスを持つと考えられる。

今後は、相互情報量による解析を他の最適化手法にも適用して比較をし、得られた特徴を活かした有効なカオスタブサーチの実現法を検討する。また、より明確な解析をするため、サロゲート法による検証や相互情報量と他の評価指標の併用なども検討する。

謝 辞

本研究の一部は、日本学術振興会の最先端研究開発支援プログラム、及び、科研費基盤研究 (B)(203000085) の援助により行なわれた。

(平成 22 年 7 月 23 日受付, 平成 22 年 11 月 20 日再受付)

文 献

- (1) E. Taillard: "Robust tabu search for the quadratic assignment problems", *Parallel Computing*, Vol.17, pp.443-455

- (1991)
- (2) M. Hasegawa, T. Ikeguchi, and K. Aihara: "A novel chaotic search for quadratic assignment problems", *European Journal of Operational Research*, Vol.139, pp.543-556 (2002-6)
- (3) M. Hasegawa, T. Ikeguchi, and K. Aihara: "Exponential and chaotic neurodynamical tabu searches for quadratic assignment problems", *Control and Cybernetics*, Vol.29, No.3, pp.773-788 (2000-9)
- (4) M. Hasegawa, T. Ikeguchi, and K. Aihara: "Solving large scale traveling salesman problems by chaotic neurodynamics", *Neural Networks*, Vol.15, pp.271-283 (2002)
- (5) R. E. Burkard, S. E. Karisch, and F. Rendl: "QAPLIB - A quadratic assignment problem library", <http://www.opt.math.tu-graz.ac.at/qaplib/>
- (6) Y. Horio and K. Aihara: "Analog computation through high-dimensional physical chaotic neuro-dynamics", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol.237, pp.1215-1225 (2008-7)
- (7) Y. Horio, K. Aihara, and O. Yamamoto: "Neuron-synapse IC chip-set for large-scale chaotic neural networks", *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol.14, No.5, pp.1393-1403 (2003-9)
- (8) K. Tanaka, Y. Horio, and K. Aihara: "A modified algorithm for the quadratic assignment problem using chaotic-neuro-dynamics for VLSI implementation", in *Proc. Int. Joint Conf. on Neural Networks*, pp.240-245 (2001-7)
- (9) N. Yokota, Y. Horio, and K. Aihara: "A synchronous exponential chaotic tabu search for quadratic assignment problems", in *Proc. Int. Workshop on Nonlinear Circuit and Signal Processing*, CD-ROM (2008-3)
- (10) N. Yokota, Y. Horio, and K. Aihara: "A modified synchronous exponential chaotic tabu search for quadratic assignment problems", *IEICE Technical Report*, Vol.NLP107, No.561, pp.49-54 (2008-3) (in Japanese)
横田直人・堀尾喜彦・合原一幸:「二次割り当て問題のための同期更新指数減衰カオスタブサーチの改良」, *信学技報*, Vol.NLP107, No.561, pp.49-54 (2008-3)
- (11) T. Kawamura and Y. Horio: "Evaluation of neuron selection techniques for synchronous exponential chaotic tabu search for quadratic assignment problems", *IEICE Technical Report*, Vol.NLP109, No.269, pp.67-71 (2009-11) (in Japanese)
河村鉄夫・堀尾喜彦:「二次割り当て問題のための同期更新指数減衰カオスタブサーチに用いるニューロン選択法の性能評価」, *信学技報*, Vol.NLP109, No.269, pp.67-71 (2009-11)
- (12) S. Lin: "Computer solutions of the traveling salesman problem", *Bell System Tech. J.* 44, pp.2245-2269 (1965)
- (13) F. Hillier and M. Michael: "Quadratic assignment problem algorithms and the location of indivisible facilities", *Management Science*, Vol.13, No.1, Series A, Sciences, pp.42-57 (1966-9)
- (14) A. Shirakuma, Y. Horio, and K. Aihara: "An improved neuron selection technique in an exponential chaotic tabu search hardware system for large-scale quadratic assignment problems", in *Proc. Int. Workshop on Nonlinear Circuit and Signal Processing*, CD-ROM (2009-3)
- (15) O. Masanao and K. Yuba: "Associative memory and amount of mutual information in a chaotic neural network introducing function typed synaptic weights", in *Proc. of the 9th International Conference on Neural Information Processing ICONIP'02*, Vol.4, pp.1617-1622 (2002-11)

河 村 鉄 夫 (非会員) 1985 年生。2009 年 3 月東京理科大学工学部第一部電気工学科卒業。2009 年 4 月東京電機大学大学院工学研究科電気電子工学専攻入学。現在、修士課程に在籍。組合せ最適化問題、複雑系コンピューティングの研究に従事。

堀 尾 喜 彦（非会員） 1982 年慶應義塾大学工学部電気工学科卒業。1987 年同大学院博士課程修了。同年東京電機大学工学部助手。2000 年同教授。1992 年～1994 年 米国コロンビア大学客員教授。工学博士。非線形集積回路，複雑系コンピューティングの研究に従事。

長谷川 幹 雄（非会員） 1995 年東京理科大学基礎工学部電子応用工学科卒。2000 年同大学院博士課程了。1997 年より 2000 年まで日本学術振興会特別研究員（DC1）。2000 年郵政省通信総合研究所（現在：独立行政法人情報通信研究機構）入所。2007 年東京理科大学工学部第一部電気工学科講師。2010 年同准教授。博士（工学）。カオス，ニューラルネットワーク，組合せ最適化，ユビキタスマバイルネットワーク，コグニティブ無線ネットワークに関する研究に従事。IEEE，電子情報通信学会各会員。