最適割当アルゴリズムを用いた 車両運用計画手法

正 員 安 部 恵 介 (三菱電機)

正 員 駒 谷 喜代俊 (三菱電機)

1. ま え が き

鉄道、バス、飛行機などの運行計画では、運行スケジュール（ダイヤ）の作成と、車両・乗務員の運用計画が基本となる。近年、鉄道システムにおいては、列車ダイヤ作成、異常時のダイヤ修正を行う運転整理などに対し、計算機技術の導入が図られてきた⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾。これに伴い、車両運用計画も計算機化することにより、総合的な列車運行計画システムの開発が望まれている。

車両運用計画に関しては、個々の線区の特徴に応じていろいろな手法が検討されている^{(4)~(6)}。一般に車両運用計画では、まず、ダイヤ改正時などに、車両の標準的な運行パターンを定めた基本運用（運行系統）が作成される。そして、毎日の車両運用計画はこの基本運用に実際の車両を割当てる形で行われる。基本運用を作成するための計算機支援方式の研究⁽⁴⁾⁽⁷⁾もなされているが、線区特有の種々の条件を考慮する必要がある。熟練者の経験に依存しているのが現状である。

本論文では、基本運用に基づいて実際の車両運用を決定する車両割当問題について論じる。従来の車両割当手法⁽⁵⁾⁽⁶⁾は、車種、検査条件などを考慮して車両の優先順位を定め、この順序で割当処理を行うという考え方を基本としている。しかし、各車両ごとに割当可能な運用を探索しているため、車両間の競合関係を考慮した割当処理を行うことが難しい。そのため人間の考慮している割当の望ましさや、割当を継続的に繰返す場合の実行可能性を保証できないなどの問題点がある。

そこで本論文では、一般的な割当問題の解法を車両割当問題に適用し、更に継続的な割当を行う多期間割

当の解法アルゴリズムを提案する。一般に割当問題に対しては、2部グラフの最小重み最大マッチングを求めるアルゴリズムによる効率的な解法が知られている。この最適割当アルゴリズムを車両割当問題に適用することにより、以下のような利点が得られる。

(1) 枝の重み付けにより、人間が考慮している割当の望ましさを反映させることができる。

また、2部グラフ作成部分と、最小重み最大マッチング構成部分という形で、対象線区に応じた条件設定と割当処理を分離することにより、

(2) 割当処理部分をグラフに対する効率的なアルゴリズムにより一般的な形で行うことができる。

(3) 割当の指定、削除などの特殊な条件を組み入れた処理を、グラフの枝の付加・除去・重み付けなどの簡単な操作で実行することができる。

一方、実際の車両運用は継続的に行われるものであり、車両割当においても何日か先の状況まで考慮する必要がある。この意味で、実際の車両割当は多期間にわたる割当問題となる。そこで、最適割当アルゴリズムを用いた多期間割当問題の解法を構成する。これは、各期の可能な割当を一つの節点で表し、各期ごとの割当の仕方により分枝する多期間割当木の探索を基本とする。探索は、各期のすべての実行可能な割当の中から最適なものを選択する横型探索と、多期間にわたる割当の系列を求める縦型探索により構成される。横型探索には最適割当アルゴリズムを適用している。また、割当不能な期が生じた場合には、前の期に戻って割当を修正するバックトラックを行う。このとき、2部グラフのDM分解を用いて、割当不能な状況を解消する可能性のある部分のみを効率的に探索できるようにしている。

また、割当2部グラフをグラフィック上に表示し、対話形式で車両割当の作成・修正を行えるシステムも開発した。これにより、バックトラックによっても割当不能な状況が解消されない場合に、人間による介入が可能となる。また、例外的な条件・状況への対

A Planning Method for Usage of Vehicles using the Optimal Assignment Algorithm. By Keisuke Abe, Member & Kiyotoshi Komaya, Member (Central Research Lab., Mitsubishi Electric Corporation).

安部 恵介：正 員，三菱電機（株）中央研究所
駒谷喜代俊：正 員，三菱電機（株）中央研究所

処や、よりきめ細かい判断に基づく割当などが可能となり、実用上有効である。

以下では、まず、車両運用計画の概要について述べ、車両割当問題の2部グラフによる定式化を示す。そして、多期間割当問題の解法アルゴリズムを説明し、最後に実際の路線データを用いた適用例により、本解法の有効性を検討するとともに、対話形システムの機能概要についても述べる。

2. 車両運用計画

列車運行計画は通常図1のように階層的に構成される⁽⁸⁾。まず、ダイヤ改正時などに基本的な列車運行計画が作成される。この基本計画の段階では、計画ダイヤとそれに基づく車両の基本運用計画が作成される。また、別途、車両工場の使用計画も作成され、これに応じた車両の検査計画なども立てられる。

基本計画に基づいて毎日の実際の列車運行計画を立てる実施計画では、当日の運転計画として実施ダイヤが作成される。また、実施ダイヤに対し、車両基地側で検査条件などを考慮して実際の車両を割当てる車両運用計画を作成する。また、これに伴う基地内の作業計画なども作成する必要がある。

事故・故障などによる異常時には運転整理と呼ばれるダイヤ変更が行われ、これに伴い基地側での運用計画や作業計画も修正する必要がある。

上記のように、列車運行計画は主として、列車の運行スケジュールであるダイヤの作成・修正と、これに対する車両の運用計画により構成される。車両運用計画としては、基本計画時の基本運用の作成、実施計画時の車両割当および異常時の計画修正がある。

列車ダイヤは各列車の運行スケジュールを定めたものであり、始発駅から終着駅へ至るルートと各駅の着発時刻を定めている。始発駅から終着駅へ至る一つの列車運行をトリップと呼ぶことにする。一般には複数のトリップが同一車両により運行される。同一車両に

より運行される一連のトリップの集合を運用（運行系統）と呼ぶ。基本運用計画とは、車両の検査条件、設備条件などを考慮して、列車ダイヤを構成するすべてのトリップをまかなうような、上記の運用の集合を作成するものである。実施計画の車両割当は、検査・清掃などの種々の条件を考慮して実際の車両を運用に割当てるものである。また、運転整理によりダイヤ変更が行われた場合には、それに伴い車両の運用も変更する必要がある。

このように車両運用計画は運用の作成とそれに対する実際の車両の割当という二つの要素から構成されており、両者は相互に関連している。以下では、車両割当問題の解法について論じる。なお、効率的・体系的な車両割当を可能とすることは、基本運用計画、運転整理などで運用の作成・修正を行う際にも、実際の車両の割当可能性を検証するうえで有効である。

3. 車両割当問題の定式化

(3.1) 割当可能条件 一般に車両には、各種の法定検査による走行距離や走行時間の制限が定められている。臨時検査や各種清掃などの指定もある。車両の割当に際しては、これらの検査・清掃条件および運用の開始・終了地点、運用に使用可能な車種などの条件を考慮する必要がある。これらの制約は対象線区に応じて様々であるが、一般的な形として以下のような変数で表現される。

(1) 走行距離に関する制約

$D(j)$: 車両 j の走行可能距離の上限（検査に対する法定走行距離などで決る。）

(2) 場所に関する制約

$P_s(j)$: 車両 j の許容な初期位置の集合（通常は、車両の初期状態の位置であるが、回送による移動も含めた場合に一般化しておく。）

$P_e(j)$: 車両 j の許容な最終位置の集合（検査を行う場合などに制限を受ける。）

(3) 時間に関する制約

$T(p, j)$: 車両 j の最終位置が場所 p である場合に場所 p への到着時刻の上限

(4) 車種の制約

$Type(i)$: 運用 i に使用可能な車種（編成両数なども含む）の集合

ここで、

$D_0(j)$: 車両 j の初期状態における走行距離

$P_0(j)$: 車両 j の初期状態における位置

$N_i(j)$: 車両 j の車種

$D_u(i)$: 運用 i の走行距離

図1 列車運行計画の構成

Fig. 1. Configuration of train operation planning.

$P_{us}(i)$ ($P_{ue}(i)$) : 運用 i の開始 (終了) 位置
 $T_{us}(i)$ ($T_{ue}(i)$) : 運用 i の開始 (終了) 時刻
 とすると、車両 j が運用 i に割当可能であるための条件は次のように定式化される。

$$\left. \begin{aligned} D_v(j) + D_u(i) &\leq D(j) \\ P_{us}(i) &\in P_s(j) \\ P_{ue}(i) &\in P_e(j) \\ T_{ue}(i) &\leq T(P_{ue}(i), j) \\ N_i(j) &\in \text{Type}(i) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

3.2 最適割当アルゴリズムの適用

(1) 割当問題 一般に n 個の資源を m 個の用途に割当てる問題は、次の 2 部グラフ G により表現される。

$$G = (S, T; E)$$

$S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$: 点の集合, (s_i は資源 i に対応)

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$: 点の集合, (t_i は用途 i に対応)

$E = \{e(s_i, t_j) \mid \text{資源 } i \text{ は用途 } j \text{ に割当て可能}\}$

実行可能な割当は 2 部グラフ G におけるマッチングに対応し、割当問題の解は最大マッチングにより与えられる。また、割当コストを考える場合、最小重み最大マッチング問題 (最適割当問題) となる。

$c(i, j)$: 資源 i を用途 j に割当てるときのコスト
 とすると、問題は次のように定式化される。

$$\min \sum_{e(s_i, t_j) \in M_{\max}} w(s_i, t_j)$$

ここで、

$M_{\max}$: G の最大マッチングの集合

$w(s_i, t_j)$: 枝 $e(s_i, t_j)$ の重み

$$(w(s_i, t_j) = c(i, j))$$

である。最適割当問題は $V = S \cup T$ とすると $O(|V|^3)$ の計算量で解くことができる⁽⁹⁾。

(2) 2 部グラフの Dulmage-Mendelsohn 分解

2 部グラフのマッチングにおける諸性質を検討するには DM (Dulmage-Mendelsohn) 分解⁽⁹⁾を用いると便利である。2 部グラフ G の既約成分への分解とその上の半順序構造を G の DM 分解と呼ぶ。また、2 部グラフ G の最大マッチングに含ませることができるような枝を有効辺と呼び、どの最大マッチングにも含まれない枝を無効辺と呼ぶ。このとき次の定理⁽¹⁰⁾が成り立つ。

定理。 $G_i = G(S_i, T_i)$ が 2 部グラフ $G = G(S, T; E)$ の既約成分であるとき、有効辺の全体の集合は $U(E \cap (S_i \times T_i))$ であり、無効辺の全体の集合は $\bigcup_{i \neq j} E \cap (S_i \times T_j)$ である。

定理より、2 部グラフの最大マッチングを構成する有効辺は、各既約成分中の枝の集合の中のみ存在す

図 2 2 部グラフの DM 分解

Fig. 2. An example of DM decomposition of a bipartite graph.

るから、異なる既約成分間にもたがえる枝 (無効辺) は割当の対象から除外して考えることができる。これは割当処理を各既約成分ごとに分割して行うことができることを意味する。また、2 部グラフの DM 分解は、資源割当問題においては、各資源と用途を割当に関して競合関係にあるグループへ分割することに対応している。

図 2 に 2 部グラフの DM 分解の例を示す。図で $G(+)$ ($G(-)$) は半順序構造における最大元 (最小元) である。また、無効辺の集合は $\{(s_2, t_4), (s_2, t_5), (s_3, t_7), (s_5, t_7)\}$ である。

(3) 車両割当問題の 2 部グラフ表現 上記の最適割当アルゴリズムを適用するためには、車両割当問題を表現する 2 部グラフを作成する必要がある。2 部グラフの点は割当てすべき車両と運用に対応しており、割当可能な場合のみ両者は枝で結ばれる。

なお、以下では車両がどの運用にも割当てられない状態すなわち予備状態も一つの運用とみなし、車両数と運用数を等しくする。これにより、2 部グラフの左右の点の数は等しくなり、すべての車両が割当可能な場合には完全マッチングが得られる。

このとき n 個の車両を m 個の運用 ($n \geq m$: すべての運用をまかなうだけの車両があることを前提とする) に割当てる車両割当問題に対し、前述の割当可能条件により、次の 2 部グラフ $G = (S, T; E)$ が作成される。

$S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$: 点の集合, (s_i は車両 i に対応)

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$: 点の集合,

(t_i は運用 i に対応; $m < i \leq n$ は予備に対応)

$E = \{e(s_i, t_j) \mid i, j \text{ は (1) 式を満たす}\}$

(4) 枝の重み付け 車両割当の評価指標は対象線区の特徴に応じて様々であるが、それらのうちの多くは枝の重み付けにより表現することができる。一般

的な評価指標として次のようなものがある。

(1) 車両の有効利用を図るために、検査までの走行距離、走行時間を検査条件の上限になるべく近づける。

(2) 全車両の走行距離の均等化を図る。

また、上記の点を考慮して、あらかじめ各車両の走行距離の予定が立てられている場合には、

(3) 各車両の実走行距離を予定になるべく近づけることになる。

4. 多期間車両割当アルゴリズム

〈4.1〉多期間車両割当問題 列車運行は1日だけでなく、半永久的に続くものであるから、車両割当においても当日のみでなく、翌日以降の状況についても考慮する必要がある。一般には、何日分(例えば、1か月分)かの車両割当計画を作成することにより、継続的な運用の実行可能性を保証し、更に検査予定の作成などに利用する方法がとられる。

一般に、車両の運用の形態は様々であり、一日を通して運行される運用や、午前、午後に分れる運用、場合によっては複数日にまたがる運用などもある。そのため車両割当も一日単位で行われるとは限らない。そこで、ここでは車両割当の処理単位を一日と固定せず、一つの期として扱う。具体的には二つの運用が同一車両により続けて運行可能なとき、これらが別々の期に属するように運用の集合を分割する。これにより、各車両は各期において、高々一度だけ運用に割当てられることになる。従って、実際の車両割当は各車両の各期における割当を多期間にわたって行う多期間割当問題となる。

多期間割当問題は一種の三次元割当問題となり、通常の(二次元)割当問題のような効率的な解法は望めない。各期の割当可能性(枝の重み)がそれ以前の割当の履歴に依存しない場合には、多期間にわたるネットワークを作成することにより、多品種流問題として定式化する方法⁽¹⁾がある。しかし、車両割当の場合、各期における割当に応じて車両の状態(走行距離、走行時間など)が変化するため、このような方法も適用できない。従って、いずれにしても何らかのヒューリスティックな方法を用いざるをえない。

〈4.2〉解法の考え方

(1) 割当探索木 多期間割当問題に対し、図3のような探索木が構成される。図で各節点は各期における一つの実行可能な割当に対応している。

また、各期における割当も同様な割当木で表すことができる。次の整数変数 x_i

図3 多期間割当木

Fig. 3. The search tree of a multiperiod assignment problem.

図4 1期間割当木

Fig. 4. The search tree of an assignment problem.

x_i : 車両 i を割当てる運用番号 ($1 \leq x_i \leq n$) を導入することにより、図4のような1期分の割当に対する探索木が構成される。既に述べたように1期分の割当に対しては、最適割当アルゴリズムを適用することにより、効率的に最適解を求めることができる。

(2) 解法アルゴリズムの構成 解法は基本的には、多期間割当木に対する縦型探索により構成される。縦型探索における前向き探索では最適割当アルゴリズムを適用することにより、各期の節点(実行可能な割当)のうち重み最小のものを選択する。この前向き探索により最終期まで到達すれば、全期間に対する割当の一つの許容解が得られたことになり、解法は終了する。一方、ある期間において、割当不能(実行可能な割当が存在しない)になった場合には、前の期間に戻る後ろ向き探索(バックトラック)を行う。このバックトラックでは、前期において未選択の節点に対する選択が行われるが、これは前期1期分に対する図4のような割当木に対する探索により行う。なぜならば、割当不能状態が生じた場合、前期における重み付けによる選択が不適当であったことを意味するから、以降の再選択は重み順に行うよりも、割当不能状態を修正するような選択を行う必要があるからである。

〈4・3〉 解法アルゴリズム 以上の方針に基づき、以下のようなアルゴリズムを構成した。

〈多期間車両割当アルゴリズム〉

T : 期間数

$n(t)$: t 期の割当車両数

■ $G(t)$: t 期における割当 2 部グラフ

$v_j(t)$: $G(t)$ における車両 j に対応する点

$u_i(t)$: $G(t)$ における運用 i に対応する点

$E_e(t)$: $G(t)$ における有効辺の集合

$G_+(t)$: $G(t)$ の DM 分解における最大元

$G_-(t)$: $G(t)$ の DM 分解における最小元とする。

0° $t=0$; 車両初期状態設定。

1° $t=T$ ならば終了。

2° $t=t+1$;

2 部グラフ $G(t)=(V(t), U(t); E(t))$ を作成する。

3° $G(t)$ に対して、最適割当アルゴリズムを適用する。割当可能ならば 4°へ、割当不能ならば 5°へ行く。

4° 車両状態を更新して 1°へ行く。

5° (バックトラック処理) を行い、2°へ行く。

(バックトラック処理):

B0° $G(t), G(t-1)$ の DM 分解を行う。

$V_{\min}(t)=G_-(t) \cap V(t)$ とする。

B1° $U_{er} \leftarrow \phi$ とし、 $v_j(t) \in V_{\min}(t)$ に対し、以下の処理を行う。 $G(t-1)$ で枝 $(v_j(t-1), u_i(t-1)) (\in E_e(t-1))$ に対応する割当を行ったとき $G(t)$ で枝 $(v_j(t), u_k(t)) (u_k(t) \in U(t)-G_-(t))$ に対応する割当が可能になるならば、

$U_{er} \leftarrow U_{er} \cup u_i(t-1)$ とする。

B2° $G(t-1)$ において、 $v_j(t-1) \in V(t-1)$ に対し、 $E_{er}(j) = \{ \text{枝 } (v_j(t-1), u_i(t-1)) | u_i(t-1) \in U_{er} \}$ とし、車両 $j(j=1, \dots, n(t-1))$ を $|E_{er}(j)|$ の小さい順にソーティングする。以下、

$j(i)$: ソーティングによる i 番目の車両とする。

B3° B2° のソーティングに基づいて、 $t-1$ 期に対する割当探索木 $\text{Tree}(t-1)$ を作成する。

B4° (縦型探索) を行う。

(縦型探索):

$X_k = (x_{j(1)}, \dots, x_{j(k)}): x_{j(1)}, \dots, x_{j(k)}$ の値を固定した部分解 ($1 \leq k \leq n(t-1)$)

$G(t; X)$: $t-1$ 期の解が X の場合に t 期で作成される割当 2 部グラフ

$\bar{G}(t-1; X_k)$: 部分解 $X_k = (x_{j(1)}, \dots, x_{j(k)})$ に対応する $t-1$ 期の割当 2 部グラフ ($G(t-1)$ におい

て、無効辺を消去した後、車両 $j(1), \dots, j(k)$ に接続する枝から、 $x_{j(1)}, \dots, x_{j(k)}$ の割当に対応する枝以外の枝を消去したもの)

とする。

D0° $G(t-1)$ に対する最適割当アルゴリズムの解を初期解 X_0 とし、

$k=n(t-1); X=X_0$ とする。

D1° $k=k-1$;

$k=0$ ならば探索終了。そうでなければ、

解 $X=(x_{j(1)}, \dots, x_{j(n(t-1))})$ に対し、 $x_{j(1)}, \dots, x_{j(k)}$ の値を固定した部分解を X_k とする。

D2° 部分解 X_k に対し (判定) を行う。その結果、部分解 X_k が終端すれば D1°へ行く。

D3° 部分解 X_k に対応する 2 部グラフ $\bar{G}(t-1; X_k)$ に対し、割当 $x_{j(k+1)}$ に対応する枝を除去したうえで、最適割当アルゴリズムを適用する。その結果、実行可能解が存在しなければ部分解 X_k を終端し、D1°へ行く。そうでなければ最適解を新たな解 X とする。

D4° $G(t; X)$ に完全マッチングが存在する (割当可能) ならば、 X を $t-1$ 期における割当の解として (バックトラック処理) を終了する。そうでなければ D5°へ。

D5° 解 X の $x_{j(1)}, \dots, x_{j(k+1)}$ の値を固定した部分解 X_{k+1} に対し (判定) を行う。その結果 X_{k+1} が終端すれば D3°へ行く。そうでなければ、 $k=n(t-1)$ とし、D1°へ。

(判定):

$\bar{X}_k$: 部分解 X_k から生成される完成解の集合とする。

$t-1$ 期における部分解 X_k に対し、

$\bar{G}(t; X_k) = (V(t), U(t); \bar{E}(t; X_k))$

とする。ただし、

$G(t; X) = (V(t), U(t); E(t; X))$

$\bar{E}(t; X_k) = \bigcup_{X \in \bar{X}_k} E(t; X)$ である。

$\bar{G}(t; X_k)$ において完全マッチングが存在しないならば、部分解 X_k から t 期における割当を可能とする解は生成されることが判明したので、 X_k に対する探索は終端する。

〈4・4〉 アルゴリズムの説明

(1) 前向き探索 2°~4°は最適割当アルゴリズムによる前向き探索の部分である。この前向き探索のみで最終 T 期までの割当ができれば、多期間割当問題に対する一つの実行可能解が得られたことになり解法は終了する。一方、 t 期で割当不能になった場合

図 5 $t-1$ 期の割当
2部グラフ

Fig. 5. A bipartite graph for an assignment at the $(t-1)$ -th period.

図 6 t 期の割当
2部グラフ

Fig. 6. A bipartite graph for an assignment at the t -th period.

$t-1$ 期に戻るバックトラック処理を行う必要がある。

(2) バックトラック処理 $B0^\circ$ ですが、 $t-1$ 期、 t 期の割当 2部グラフ $G(t-1)$, $G(t)$ の DM 分解を行う。図 5, 図 6 にそれぞれ $G(t-1)$, $G(t)$ の DM 分解の例を示す。図で太線はマッチングの枝 (割当) を示す。割当不能となった t 期の 2部グラフ $G(t)$ の DM 分解における最小元 $G_-(t)$ では車両数の方が運用数よりも多く、最大元 $G_+(t)$ ではその逆になっている。

従って、 t 期で割当可能となるためには、 $t-1$ 期の割当修正により、 $G_-(t)$ から $G_+(t)$ へ至るパスを生成させる必要がある。 $B1^\circ$ では $t-1$ 期において、そのようなパスを生成させる可能性のある運用をクリティカルな運用と考え、その集合を U_{cr} としている。図 5 では、○印の運用 ($\{3T, 5T, 9T, 13T\}$) がクリティカルな運用である。

$B2^\circ$ で、クリティカルな運用に接続する枝の数の順に車両をソーティングする。このとき、 $B3^\circ$ で作成される割当探索木 $Tree(t-1)$ では、木の根に近い車両ほど t 期における割当不能を解消する可能性が少なくなる。従って、 $B4^\circ$ の縦型探索では、 $Tree(t-1)$ の比較的下の部分だけの探索で済む可能性が高くなり、探索の効率化が図られる。

(3) 縦型探索 $D0^\circ$ ではまず、 $G(t-1)$ に対する最速割当アルゴリズムの解を初期解とする。なお、ここでいう '解' とは、1 期分の割当に対する実行可

能解を意味する。また、 $t-1$ 期の解に対し、 t 期で割当可能 (実行可能解が存在する) ならば、この $t-1$ 期の解は '有効' であると呼ぶことにする。

$D1^\circ$, $D2^\circ$ では [判定] により、有効となる可能性のない部分解の枝刈りを行っている。この結果、 $k=0$ となれば、 $t-1$ 期には有効な解が存在しないことになるので探索を終了する。なお、このとき、本アルゴリズムでは更に以前 ($t-2$ 期以前) の割当の修正は行わず、この時点で解法は終了する (それ以上の修正は人間にまかせる)。

有効となる可能性を有する部分解 X_k が得られたならば、 $D3^\circ$ で $\tilde{G}(t-1: X_k)$ から $x_{j(k+1)}$ に対応する枝を除去した 2部グラフを作成する。例えば図 7 は部分解 X_{13} に対応する 2部グラフである。

$$X_{13} = (x_{j(1)}, x_{j(2)}, \dots, x_{j(13)})$$

に対応する割当が固定されている。また、

$$x_{j(14)} = x_{16} = 17 (= \text{予備})$$

に対応する枝が除去されているが、これは部分解

$X_{14} = (X_{13}, x_{j(14)})$ が既に終端しているからである。この 2部グラフに最速割当アルゴリズムを適用することにより、部分解 X_k を含み、既に終端した部分解を含まない一つの完成解を求める。そのような完成解が存在しなければ X_k は終端し、再び $D1^\circ$, $D2^\circ$ の処理が繰り返される。

図 7 部分解に対応する 2部グラフ

Fig. 7. An example of a bipartite graph representing a partial solution.

完成解が存在すれば、これを新たな解 X とし、 D 4°で有効性を判定する。有効であれば、 X を $t-1$ 期における新たな割当とすることにより、[バックトラック処理]は終了する。一方、有効でない場合には、 D 1°へ戻り新たな解 X に対し同様な処理が繰り返される。

(4) 判定 探索における部分解の有効性を効率的に判定するために、分枝限定法における緩和問題の考え方に類似した方法を用いる。すなわち、部分解 X_t の自由変数に対し割当の制約条件を除き、すべての割当を同時に可能として緩和問題 $\bar{G}(t; X_t)$ を作成し、これに対して割当可能性を判定している。

5. 適用例

実際の地下鉄路線のデータを用いて、本割当手法の有効性を検討した。あらかじめ作成された運用ダイヤ(基本運用計画)に基づき車両の割当を行った。運用ダイヤは平日用と休日用があり、また、終日運行する運用と、午前のみ、午後のみ運用がある。従って1日分の車両割当においては、まず、使用可能な全車両を対象として、終日運用と午前運用(これらをAM運用と呼ぶことにする)への割当を行い、次に午前運用に割当てられた車両と予備車を午後運用(PM運用と呼ぶ)に割当てる。

検査条件ならびに重み付けは以下の通りである。

〈検査条件〉

○列車検査：

検査間の走行時間 48 時間以内、走行距離 1,600 km 以内、検査車両数 10 本/日以内

列車検査は運用に対応しており、開始・終了時刻が定められている。

○月検査、重要部検査、全般検査：

検査予定表により検査日を指定。指定車両は使用不可。

〈重み付け〉

○列車検査時の走行距離・走行時間を検査条件の上限に近づける。

○午前・午後に分割された運用にはなるべく同一車両を割り当てる。

○車両の走行距離の均等化を図る。

以上の条件のもとで、1月(30日)分の車両割当を行った。表1に対象規模と処理時間を示す。これは、1日分のAM運用とPM運用に対し、30日間の平均をとったものである。重みをパラメータとして調節することにより最適割当アルゴリズムによる前向き探索のみで30日分の割当を行うことが可能であった。こ

のとき所要時間も全部で30秒程度であり、十分実用的なものである。

しかし、重みが不適当な場合、あるいはより制約が厳しく割当が困難な対象に適用した場合には、前向き探索のみでは、割当不能な状況が発生する場合もある。そこで、バックトラックによる修正機能を検証するために、重み付けによる最適割当アルゴリズムを用いないで、単に最大マッチングを求めることにより、ランダムに割当を行うことを試みた。

このとき、割当不能となる期が数回あったが、いずれも前期にバックトラックして修正することにより、修復された。バックトラックの際の、 D 1°～ D 5°のアルゴリズムによる1期間割当木の探索において、探索された節点数(部分解の数)は数個～数十個程度で済んでおり、実用的にもほぼ問題ないと思われる。なお、アルゴリズムの動作の詳細は前章の説明例として記述した通りである。

また、割当2部グラフをグラフィック表示し、マンマシンによる修正機能を持たすことにより、人間による割当の作成・修正を可能とするシステムを作成した。図8にグラフィックの画面表示の例を示す。このシステムでは2日分の割当を1画面に表示しているが、これは通常人間が判断する場合に必要な情報をほぼまかなうものである。また、メニューコマンドおよびグラフの点・枝をカーソルでピックアップすることにより、画面操作(先送り、後戻り)、割当の指定、削除、およびそれらの解除などを行うことができる。また、別途CRTディスプレイに車両状態・検査履歴などの人間が判断する上で参考となる情報を表示することもできる。

このように対話機能を付加することにより、人間のよりきめ細かい判断を反映させることができるとともに、特殊な条件や状況に対処することもできる。ま

表1 対象規模と処理時間

Table 1. Problem size and computation time.

	AM 運用	PM 運用
車両数	18	8
点数	36	16
枝数	125	65
取約成分数	6	1
無効辺数	20	0
2部グラフ作成時間	0.2秒	0.1秒
最適割当	0.2秒	0.1秒
最大マッチング	0.06秒	0.04秒

使用計算機: VAX-11/780

図 8 画面の表示例

Fig. 8. An example of display of this system.

た、本アルゴリズムでは割当不能となった場合、前期 1 期分のみの修正を行うが、それでも割当不能場合には、人間による介入が可能である。

なお、マンマシンによる修正を行う場合にも、解法全体としては多期間割当木の探索として制御されている。すなわち、人間による修正は多期間割当問題の解の部分解を指定するものであり、この部分解を含む解をアルゴリズムにより探索することにより、人間の修正に基づく多期間割当を自動的に作成することが可能である。

6. あとがき

最適割当アルゴリズムを用いた車両運用計画手法を提案した。本手法は各期の割当を 2 部グラフ表現し、最適割当の多段階適用を基本としており、DM 分解によりバックトラック処理の効率化を図っている。一方、実際の運用計画では、必ずしも本手法のように各期ごとに全車両の割当を繰り返すわけではなく、ボトルネックとなる車両に対しては多期間の割当を先に行ってしまうような処理もなされる。これは部分的な横型探索と縦型探索を組合せたものといえる。今後はこ

のようなより柔軟な解探索法についての研究も重要であろう。

また、車両運用は列車ダイヤ、基地内作業計画などとも密接に関連しており、特にダイヤ乱れ時に運転整理を行う場合には、車両の運用変更も重要な問題となり、両者を統合的に扱える手法が望まれる。これらの点を考慮して今後より総合的な列車運行計画システムへと発展させていきたい。

最後に、本研究に対し御協力いただいた当社関係各位ならびに、日ごろより御指導いただく当社中央研究所 田中千代治部長、福田豊生課長に感謝する。

(昭和 62 年 4 月 27 日受付)
(同 62 年 8 月 7 日再受付)

文 献

- (1) 飯田, 他: 「マンマシンによる列車ダイヤ作成システム」鉄道技術研究報告, No. 951 (昭 50)
- (2) 福森, 他: 「人工知能の手法を導入した列車ダイヤ作成のための基本アルゴリズム」信学論誌, J69-D, No. 4, pp. 569-579 (1986)
- (3) 駒谷, 他: 「知識工学的アプローチによる列車運転整理支援システムの開発」電学論 C, 107-C, No. 2, pp. 173 (昭 62)
- (4) 飯田, 他: 「車両運用計画作成の自動化」鉄道技術研究資料, 36-8, pp. 311 (昭 54)
- (5) 大山: SMIS (新幹線システム) における車両充当システム, 第 11 回鉄道におけるサイバネティクス利用国内シンポジウム論文集, pp. 203 (昭 49)
- (6) 中島, 他: 「車両充当のアルゴリズム」第 21 回鉄道におけるサイバネティクス利用国内シンポジウム論文集, pp. 279 (昭 59)
- (7) P. Carraraesi, et al.: "Network Models for Vehicle and Crew Scheduling", *European J. of Operations Research*, 16, pp. 139 (1986)
- (8) 安部, 他: 「列車運行計画におけるネットワークモデルの適用について」電気学会システム・制御研究 SC-87-10, pp. 91 (昭 62)
- (9) 伊理, 他: グラフ・ネットワーク・マトロイド (昭 61) 産業図書
- (10) 伊理, 他: 線形代数 (昭 52) 教育出版
- (11) J. Aronson: "The multiperiod assignment problem: A multicommodity network flow model and specialized branch and bound algorithm", *European J. of Operations Research*, 23, No. 3, pp. 367 (昭 61)