情報理論を用いた生態ネットワークの 集約化法

正 員 平 田 廣 則 (千葉大)

正 員 須 貝 康 雄 (千葉大)

1. はじめに

近年、生態システムの分野において集約化の重要性が指摘されている⁽¹⁾⁽²⁾。集約化 (Aggregation) は、経済⁽³⁾や工学⁽⁴⁾⁽⁵⁾の分野において端を発し、種々の方面で研究が進められた。集約化には二つのタイプがある：(a)対象とするシステムをブラックボックスとみなし、ある入力に対する集約化モデルの出力とものシステムの出力 (観測) の近さを評価関数とする。(b)対象とするシステム内部の主要な構造が極力保存されるように集約化モデルの構造と元のシステムの構造の近さを評価関数とする。

本文では、生態システムの一つのモデルとして、種族を要素、種族間のつながり (エネルギーや物質の流れ) を有向枝とする生態ネットワークを考えることにより、前出の集約化の (b) の立場での新しい集約化手法を提案するとともに、その手法を用いることにより、生態ネットワークの要素をグループ化し、生態ネットワークの主要なマクロな構造 (主として、階層構造) をシステムの中に見い出すことが可能なことを示す。

具体的には、生態ネットワークのエネルギーや物質の流れによる移動に対して情報理論における通信路とアナロジーを用い、生態ネットワークの構造の持つ情報を定義する。集約化によるその情報量の減少量を評価関数とすることにより、その評価関数の値が最小となる場合を最適な集約化とする。

本文での集約化の考えを実際の生態システムからのいくつかのデータに適用し、階層構造などのマクロな構造を見い出す。

2. 生態ネットワーク

図1のような生態ネットワークを考える。本ネット

Aggregation Method for Ecological Networks Using Information Theory. By Hironori Hirata, Member, & Yasuo Sugai, Member (Department of Electronics, Faculty of Engineering, Chiba University)

平田廣則：正員，千葉大学工学部電子工学科
須貝康雄：正員，千葉大学工学部電子工学科

ワークは、エネルギーフローによって特徴付けられているが、炭素フロー、窒素フロー、物質フローなどで表されている。k番目の要素は図2のように表される。

T_{kj} : k番目の要素からj番目の要素へのフロー

D_k : k番目の要素から外界への散逸フロー

E_k : k番目の要素から他のネットワークへのフロー

I_k : k番目の要素への外界からの入力フロー

ここで、 T_{kj} , D_k , E_k , I_k は、すべて非負である。

k番目の要素から流れ出るフローの総和を、次のように T_k と置く。

$$T_k = \sum_{j=1}^n T_{kj} + D_k + E_k \dots\dots\dots (1)$$

次のようなベクトル，行列表示を用いる。

$$\left. \begin{aligned} T &= (T_k)'_{k=1, \dots, n} = (T_1, \dots, T_n)' \\ D &= (D_k)'_{k=1, \dots, n} \\ E &= (E_k)'_{k=1, \dots, n} \\ I &= (I_k)'_{k=1, \dots, n} \\ T^o &= \{T_{kj}\}_{k, j=1, \dots, n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 (t) はベクトルの転置を表す。(1)式は(2)式より次のように表せる。

$$T = T^o 1 + D + E \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $1 = (1, \dots, 1)'$ とする。定常状態では、

$$T_k = \sum_{l=1}^n T_{lk} + I_k \dots\dots\dots (4)$$

なので、

$$T = T^o 1 + D + E = T^o 1 + I \dots\dots\dots (5)$$

3. 通信路と相互情報量

図3のような通信路を考える。入力アルファベット A は、文字 $a_k (k=1, \dots, n)$ よりなり、その生起確率を $P(a_k)$ と表す。出力アルファベット B は、文字 $b_j (j=1, \dots, r)$ よりなり、その生起確率を $P(b_j)$ と表す。無記憶通信路は、入力が a_k のときに出力 b_j が生起する条件付き確率 $P(b_j/a_k) (j=1, \dots, r, k=1, \dots, n)$ により特徴付けられる。これを遷移確率と呼び、 $M = \{P$

図 1 生態ネットワークの例
Fig. 1. An example of ecological network.

図 2 k 番目の要素
Fig. 2. The k-th element.

$$\frac{A = \{a_k\}}{P(a_k)} \rightarrow \mathbf{H} = [P(b_j|a_k)] \rightarrow \frac{B = \{b_j\}}{P(b_j)}$$

図 3 通信路
Fig. 3. Channel.

$\{b_j|a_k\}$ $k=1, \dots, n, j=1, \dots, r$ を通信路行列と呼ぶ。

$$\text{ここで, } \sum_{j=1}^r P(b_j|a_k) = 1 \dots\dots\dots (6)$$

の関係が成り立つ。入力生起確率と出力生起確率の関係は遷移確率を通して次の関係がある。

$$P(b_j) = \sum_{k=1}^n P(b_j|a_k) P(a_k) \dots\dots\dots (7)$$

A のエントロピーと B が与えられたときの A の条件付きエントロピーは、次のように定義される。

$$H(A) = - \sum_{k=1}^n P(a_k) \log P(a_k) \dots\dots\dots (8)$$

$$H(A/B) = - \sum_{j=1}^r P(b_j) \sum_{k=1}^n P(a_k|b_j) \cdot \log P(a_k|b_j) \dots\dots\dots (9)$$

$H(A)$ は、(B を知る前の) A の不確定性、 $H(A/B)$ は、B を知った後の A の不確定性を示す。

入力 A と出力 B の間、すなわち、通信路の相互情報量は

$$H(A; B) = H(A) - H(A/B) \dots\dots\dots (10)$$

$$= H(B) - H(B/A) \dots\dots\dots (11)$$

$$= \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^r P(b_j|a_k) P(a_k) \cdot \log [P(b_j|a_k)/P(b_j)] \dots\dots\dots (12)$$

と表せる。

$$P(a_k, b_j) = P(b_j|a_k) P(a_k) \\ = P(a_k|b_j) P(b_j) \dots\dots\dots (13)$$

を用いて、次のように変形できる。

$$M(A; B) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^r P(a_k, b_j)$$

$$\cdot \log [P(a_k, b_j)/P(a_k) P(b_j)] \dots\dots\dots (14)$$

$M(A; B)$ は、通信路の出力の観測によって得られる入力に関する情報量を表す。

4. 生態ネットワークの情報量

〈4.1〉 理論的形式 図4のようなフロー分布に着目したモデルを考える。入力を要素0、他のネットワークへの出力を要素 $n+1$ 、外界へ失われる出力を要素 $n+2$ として、 n 個の種族の要素に加えることにより、 $n+3$ 個の入力端子と $n+3$ 個の出力端子をもつ生態通信路を考える。要素0、 $n+1$ 、 $n+2$ を一つの要素と考えることもできるが、今後の拡張のためにここでは前述のモデルを用いる。

フローがある要素から他の要素へ流れるために必要な時間を θ とする。事象 a_k を、ある媒体(炭素、窒素、物質、エネルギーなど)が時刻 t_1 において要素 k を通過すること、事象 b_j を、その媒体が時刻 $t_1 + \theta$ において要素 j を通過することとする。

$P(a_k)$: 時刻 t_1 において媒体が要素 k を通過する確率。

$P(b_j)$: 時刻 $t_1 + \theta$ において媒体が要素 j を通過する確率。

$P(b_j|a_k)$: 要素 k を通過した媒体が要素 j によって取り入れられる確率。

(14)式より、本生態通信路の相互情報量、すなわち

図 4 生態系通信路

Fig. 4. Ecological channel.

生態ネットワーク N の構造の含む情報は、次のように表せる。

$$M(N) = M(A; B) = \sum_{k=0}^{n+2} \sum_{j=0}^{n+2} P(a_k, b_j) \cdot \log \{P(a_k, b_j) / P(a_k) P(b_j)\} \dots (15)$$

〈4・2〉 応用形式 次に図 1 のような実際の生態ネットワークへの応用を可能とするために、以下に示すフロー分布の比率を近似的に確率とみなし、理論的形式 (15) 式を変形する。

Q_k : 時刻 t_1 において、要素 k を通過するフローの全フロー量に対する比率。 $Q_k \geq 0$ ($k=0, \dots, n$), $Q_{n+1}=Q_{n+2}=0$ 。

P_j : 時刻 $t_1+\theta$ において、要素 j を通過する全フロー量に対する比率。 $P_j \geq 0$ ($j=0, \dots, n$), $P_{n+1}=P_{n+2}=0$ 。

f_{kj} : 時刻 t_1 において要素 k を通過したフローのうち、時刻 $t_1+\theta$ において要素 j へ流入する比率。 $f_{kj} \geq 0$ 。

r_k : 時刻 t_1 において要素 k を通過したフローのうち外界へ失われるフローの比率。 $r_k \geq 0$ 。

e_k : 時刻 t_1 において要素 k を通過したフローのうち他のネットワークへのフローの比率。 $e_k \geq 0$ 。

これらの変数には、次の関係式が成り立つ。

$$P_j = \sum_{k=0}^n f_{kj} Q_k \quad (j=1, \dots, n) \dots (16)$$

$$P_{n+1} = \sum_{k=1}^n e_k Q_k \dots (17)$$

$$P_{n+2} = \sum_{k=1}^n r_k Q_k \dots (18)$$

$$\text{ここで、} \sum_{j=1}^n f_{kj} + r_k + e_k = 1 \dots (19)$$

$$\sum_{j=1}^n f_{0j} = 1 \dots (20)$$

生態ネットワーク N において、

$$P(a_k) = Q_k \dots (21)$$

$$P(b_j) = P_j \dots (22)$$

$$P(b_j/a_k) = f_{kj} \dots (23)$$

と置くことにより、生態通信路の情報量を求める。具体的には、図 1 のような生態ネットワークのデータを用いて、次のように Q_k, f_{kj}, r_k, e_k を表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} Q_k &= T_k/T \quad (k=1, \dots, n) \\ Q_0 &= I/T \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

$$\left. \begin{aligned} f_{kj} &= T_{kj}/T_k \quad (k, j=1, \dots, n) \\ f_{0j} &= I_j/I \quad (j=1, \dots, n) \\ f_{k0} &= 0 \quad (k=0, \dots, n) \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

$$r_k = D_k/T_k \dots (26), \quad e_k = E_k/T_k \dots (27)$$

$$\text{ここで、} T^* = T + I \dots (28)$$

$$T^* = \sum_{k=1}^n T_k^* \dots (29)$$

$$I = \sum_{k=1}^n I_k \dots (30)$$

以下においては、表現の簡単化をはかるために、 $D_k = T_{kn+1}$, $E_k = T_{kn+2}$, $I_k = T_{0k}$ と書くことがある。

性質 1. 生態ネットワーク N の構造が含む情報量 $M(N)$ は、次のように表せる。

$$M(N) = (1/T) \sum_{k=0}^n \sum_{j=1}^{n+2} T_{kj} \cdot \log (T T_{kj} / T_k T_j) \dots (31)$$

性質 1 は、(15) 式に (21) ~ (30) 式を用いることにより求まる。

5. 集約化によるマクロ構造の同定

〈5・1〉 集約化

定義 1. 要素の集合 N と $\bar{N}$,

$$N = \{\alpha_k\}_{k=1, \dots, n} \dots (32)$$

$$\bar{N} = \{\beta_i\}_{i=1, \dots, m} \dots (33)$$

ここで、 $m \leq n$ とし、準同形写像 Φ ,

$$\Phi: N \rightarrow \bar{N} \dots (34)$$

を定義する。 N を元のネットワーク、 $\bar{N}$ を集約化ネットワーク、 Φ を集約写像と呼ぶ。

集約写像の一表現として、次のような行列表現を用いる。

定義 2. 集約行列 S を次のように定義する。

$$S = [s_{ik}]_{i=1, \dots, m, k=1, \dots, n} \\ = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1n} \\ s_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ s_{m1} & & & s_{mn} \end{bmatrix} \dots (35)$$

図 5 離散的集約化

Fig. 5. Discrete aggregation.

ここで、

$$0 \leq s_{ik} \leq 1, \quad \sum_{i=1}^m s_{ik} = 1 \quad (36)$$

s_{ik} が 0 か 1 のとき、離散集約化⁽⁵⁾という。その他の場合、重み付き集約化と呼ぶ。離散的集約化は、重み付き集約化の特別の場合である。

例 1. 離散的集約化の例を示す (図 5)。

$$N = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6\} \quad (37)$$

$$\bar{N} = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\} \quad (38)$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

のとき、

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \alpha_1 + \alpha_2, & \beta_2 &= \alpha_3 \\ \beta_3 &= \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

集約化ネットワーク $\bar{N}$ について (2) 式と同様に

$$\left. \begin{aligned} \bar{T} &= (\bar{T}_k)_{k=1, \dots, m}, & \bar{D} &= (\bar{D}_k)_{k=1, \dots, m} \\ \bar{E} &= (\bar{E}_k)_{k=1, \dots, m}, & \bar{I} &= (\bar{I}_k)_{k=1, \dots, m} \\ \bar{T}^0 &= \{\bar{T}_{kj}\}_{k, j=1, \dots, m} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

ここで、記号 (—) は集約化後を示す。(3) 式と同じように

$$\bar{T} = \bar{T}^0 + \bar{D} + \bar{E} \quad (42)$$

が成り立つ。

性質 2. 集約化前のネットワーク N の変数と、集約化後のネットワーク $\bar{N}$ の変数の間に次の関係が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \bar{T} &= ST & \bar{D} &= SD \\ \bar{E} &= SE & \bar{I} &= SI \\ \bar{T}^0 &= S T^0 S^t \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

性質 2 から明らかなように集約化後のネットワークは集約行列 S の関数となり、 $\bar{N}(S)$ と表される。

集約化の前後において情報量は、次のように変化する。

性質 3. 集約化の過程において、次の関係が成り立つ。

$$M(N) \geq M(\bar{N}) \quad (44)$$

付録に証明を示す。

性質 3 は、集約化することにより情報量は増加しないことを意味する。すなわち、通常は失われることを示している。この情報量の損失を評価関数 J とする。

$$J = M(N) - M(\bar{N}(S)) \quad (45)$$

J を最小にするように最適な S^* を求める。

本論文においては、離散的集約化、すなわち、 S の要素が 0 と 1 のみからなる場合について取り扱う。

〈5・2〉集約化の損失がない場合 最初に二つの要素を集約する場合を考える。要素 K と L を集約するときの評価関数 J_{KL} は次のように表せる。

$$J_{KL} = \sum_{i=0}^n \sum_{(i \neq K, L)} A_i + \sum_{j=1}^{n+2} \sum_{(j \neq K, L)} B_j + C \quad (46)$$

ここで、

$$\begin{aligned} A_i &= (1/T) \{ T_{iK} \log(T_{iK}/T_K) \\ &\quad + T_{iL} \log(T_{iL}/T_L) - (T_{iK} + T_{iL}) \\ &\quad \cdot \log[(T_{iK} + T_{iL})/(T_K + T_L)] \} \dots (47) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_j &= (1/T) \{ T_{Kj} \log(T_{Kj}/T_K) \\ &\quad + T_{Lj} \log(T_{Lj}/T_L) - (T_{Kj} + T_{Lj}) \\ &\quad \cdot \log[(T_{Kj} + T_{Lj})/(T_K + T_L)] \} \dots (48) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (1/T) \{ T_{KK} \log(T_{KK}/T_K^2) \\ &\quad + T_{KL} \log(T_{KL}/T_K T_L) \\ &\quad + T_{LK} \log(T_{LK}/T_L T_K) \\ &\quad + T_{LL} \log(T_{LL}/T_L^2) \\ &\quad - (T_{KK} + T_{KL} + T_{LK} + T_{LL}) \\ &\quad \cdot \log[(T_{KK} + T_{KL} + T_{LK} + T_{LL}) / \\ &\quad (T_K + T_L)^2] \} \dots (49) \end{aligned}$$

A_i は、要素 i から要素 K および要素 L へのフローを集約化したことにより生ずる損失を表す。逆に、 B_j は要素 K および要素 L から要素 j へのフローの集約化による損失を表す。また、 C は要素 K , L 間のフローと、要素 K と要素 L の各々の自己ループの集約化による損失を表す。

(46)~(49) 式までと、 $A_i \geq 0$, $B_j \geq 0$, $C \geq 0$ であることを用いて、次の補助定理が求まる。

補助定理 1 J_{KL} が 0 となることは、 $i=0, 1, \dots, n$ ($i \neq K, L$) と $j=1, \dots, n+2$ ($j \neq K, L$) に対して次の三つの条件が成り立つことと同値である。

$$T_{iK}/T_K = T_{iL}/T_L \quad (50)$$

$$T_{Kj}/T_K = T_{Lj}/T_L \quad (51)$$

$$\begin{aligned} T_{KK}/T_K^2 &= T_{KL}/(T_K T_L) \\ &= T_{LK}/(T_L T_K) = T_{LL}/T_L^2 \dots (52) \end{aligned}$$

図 6 並列の位置：性質 4 における厳密な集約化
Fig. 6. Parallel position in Proposition 4.

図 7 完全な並列の位置：性質 5 における厳密な集約化
Fig. 7. Perfect parallel position in Proposition 5.

補助定理 1 と等価な集約化の損失が零の場合、すなわち厳密な集約化の場合の二つのパターンが次の性質のように求まる。

性質 4. 次の (a), (b) のように要素 K と L が並列の関係にある場合は、要素 K と L の集約化は厳密な集約化となる。

(a) 要素 K, L 間にフローがなく ($T_{KL} = T_{LK} = 0$)、かつ要素 K, L に自己ループもない ($T_{KK} = T_{LL} = 0$) とき (図 6 (a) にその一例を示す)。そのうえ、 $i=0, 1, \dots, n$ ($i \neq K, L$) と $j=1, \dots, n+2$ ($j \neq K, L$) が、補助定理の条件 (50), (51) を満足するとき。

(b) 要素 K, L 間に可能なすべてのフローが存在し ($T_{KL} \neq 0, T_{LK} \neq 0$)、かつ要素 K, L ともに自己ループをもつ ($T_{KK} \neq 0, T_{LL} \neq 0$) とき (図 6 (b) にその一例を示す)。そのうえ、 $i=0, 1, \dots, n$ ($i \neq K, L$) と $j=1, \dots, n+2$ ($j \neq K, L$) が、補助定理の条件 (50), (51), (52) 式を満足するとき。

次の性質は、性質 4 の特別な場合であり、厳密な集

約化のなかで重要な場合である。

性質 5. 図 7 のように、要素 K, L が同一の要素から各々 1 入力フローと同一の要素への各々 1 出力フローのみをもつとき、すなわち完全な並列の位置にあるときに、要素 K と L を集約することによって損失は生じない。すなわち $J_{KL} = 0$ となる。

性質 5 は、集約の対象である 2 要素が並列の位置にあり、入力フローと出力フローを一つずつだけもつときは、情報量は集約化により減少しないことを示す。すなわち、フロー間に他の条件は必要でない。

性質 4, 5 は、次のように N 個の要素を集約する場合にまで拡張することができる。

性質 6. 次の (a), (b) のように N 個の要素 $K(r)$ ($r=1, \dots, N$) が並列の位置にある場合、それらの N 個

の要素の集約は、厳密な集約化となる。

(a) N 個の要素間にフローがなく ($T_{K(r)K(s)} = 0$, ($r, s=1, \dots, N, r \neq s$)), かつすべての要素に自己ループがない ($T_{K(r)K(r)} = 0$, ($r=1, \dots, N$)) とき (図 8 (a) にその一例を示す)。そのうえ、 $i=0, \dots, n$ ($i \neq K(l)$ ($l=1, \dots, N$)) と $j=1, \dots, n+2$ ($j \neq K(l)$ ($l=1, \dots, N$)) に対して、次の条件 (53) 式と (54) 式が成り立つとき、

$$T_{iK(1)}/T_{K(1)} = \dots = T_{iK(N)}/T_{K(N)} \dots \dots (53)$$

$$T_{K(1)j}/T_{K(1)} = \dots = T_{K(N)j}/T_{K(N)} \dots \dots (54)$$

(b) すべての要素間に可能なすべてのフローが存在し $T_{K(r)K(s)} \neq 0$, ($r, s=1, \dots, N, r \neq s$)), かつすべての要素が自己ループをもつ ($T_{K(r)K(r)} \neq 0$, ($r=1, \dots, N$)) とき (図 8 (b) にその一例を示す)。そのうえ、 $i=0, \dots, n$ ($i \neq K(l)$ ($l=1, \dots, N$)) と $j=1, \dots, n+2$ ($j \neq K(l)$ ($l=1, \dots, N$)) に対して、上述の条件 (53) 式と (54) 式と次の条件 (55) 式が成り立つとき。

$$T_{K(1)K(1)}/(T_{K(1)})^2$$

図 8 並列の位置：性質 6 における厳密な集約化

Fig. 8. Parallel position in Proposition 6.

図 9 完全な並列の位置：性質 7 における厳密な集約化

Fig. 9. Perfect parallel position in Proposition 7.

$$= T_{K(1)K(2)}/T_{K(1)}T_{K(2)} = \dots \\ = T_{K(m)K(m)}/(T_{K(m)})^2 \dots \dots \dots (55)$$

性質 7. 図 9 のように、 N 個の要素 $K(r)$ ($r=1, \dots, N$) が同一の要素から各々 1 入力フローと同一の要素への各々 1 出力フローのみをもつとき、すなわち、完全な並列の位置にあるときに、 N 個の要素 $K(r)$ ($r=1, \dots, N$) を集約することによって損失は生じない、すなわち $J_{K(1) \dots K(N)} = 0$ となる。

性質 4~7 は、集約化損失が 0 となるためには、並列の位置にあることが重要であることを示す。特に、性質 5 と性質 7 は、厳密な集約化の一つのパターンを示しており、並列の位置にあればそのほかの条件は必要でない。

〈5・3〉集約化の損失を伴う場合 一般には集約化は損失を伴う。(45)式の J を最小にする最適な集約化を求める場合に、要素数が少ない場合はすべての場合を計算して最適なものを求めることができる。しかしながら、要素の数が多い場合、例えば次にあげる例 1 の要素が 17 個の場合ですらすべての場合を計算することは非常に困難である。なにがしかの近似的手法によることとなる。紙面の都合で詳しいことは省略

するが、集約化の損失を伴う場合においても直列の位置にあることよりも並列の位置にあることが損失を少なくする傾向があることなどがわかる。

すべての場合が計算できない場合は、2 個の要素を一つに集約していく近似的手法や確率的最適化法の一つである Simulated Annealing 法を用いて、準最適な集約化を求める。次の例では集約化後のグループ数 m を天下り的に与えて後、そのグループ数になる中で最適なものを求めている。 n 個の要素からなるネットワークに対して、集約化後のグループ数 m を 1 から n に順々に変化させてその各々に対して最適な集約を求めると、そのときの損失は m の増加に対して単調に減少することがわかる。

従って、損失を最小にする m を求めることはできない(集約化しない場合が最小となるため)。しかしながら、 m を小さくしたいことと損失を小さくしたいことの綱引きにより、どちらをも満たす妥当な m を決めることは可能である。次に実際の生態ネットワークのデータを用いて例を二つ示す。

例 1. Homer と Kemp によるフロリダのクリスタル川の 17 種類の要素からなる生態システムの例を図 10 に示す。この 17 個の要素を七つのグループに集約する。図 10 の点線で示されているように集約結果が得られる。

集約化で得られた巨視的構造は、生態システムの栄養構造(階層構造など)をよく表す。炭素の流れを捕食関係による流れ(能動の流れ、実線)と生体内で使われた後のフィードバックの流れ(受動の流れ、一点鎖線)に分類すると、図 12 (a)と図 12 (b)のように二つの部分グラフに分けることができる。図 12 (a)は以下のことを示している。微細植物(I)と有機堆積物(III)が漂流草食動物(IV)と底生草食動物(V)の食料の源となる。漂流草食動物(IV)と底生草食動物(V)は第一種肉食動物(VI)の餌食となり、第一種肉食動物(VI)

単位は $\text{mg/m}^2\text{day}$ 。→は、有機堆積物のコンパートメントへのフィードバックを表す。各コンパートメントの番号は、次のような生物の要素を意味する。(1) 微生物植物、(2) 大型植物、(3) 有機堆積物、(4) 動物プランクトン、(5) 底生無脊椎動物、(6) あかえい、(7) かたうちいわし、(8) だつ、(9) シーブスヘッドキルフィッシュ、(10) ゴールドスポットキルフィッシュ、(11) 湾キルフィッシュロングノーズ、(12) キルフィッシュ、(13) とうごろういわし、(14) モハラ、(15) 底生無脊椎動物捕食者、(16) ピンフィッシュ、(17) ぼら。

図 10 アメリカ合衆国フロリダクリスタル川の生態ネットワークの炭素の流れ

Fig. 10. Carbon flows of an ecological network in Crystal River, Florida, U.S.A.

(a) 捕食関係による流れ (能動の流れ, 実線) (b) 生体内で使われた後のフィードバックの流れ (受動の流れ, 一点鎖線)。

図 11 図 10 の階層構造

Fig. 11. Hierarchical structure of Fig. 10.

はまた第二種肉食動物・雑食動物(VII)の餌食となる。

例 2. Steel⁽⁶⁾ による北海の 10 種類の要素からなる生態システムの例を図 12 に示す。この 10 個の要素を五つのグループに集約する。集約結果は図 12 の点線で示されているようになる。従って集約化後の巨視的構造は図 13 のような階層構造になる。

6. おわりに

本文では、生態ネットワークの構造のもつ情報量を

新しく導入することにより、システムの集約化の一手法を提案するとともに、生態ネットワークのマクロな構造(主として、階層構造)を見い出すことを行った。この新しく導入した生態ネットワークの構造のもつ情報量は、生態システムの自己組織化(遷移)の指標となることが期待されている。(昭和 61 年 6 月 2 日受付, 同 62 年 2 月 24 日再受付)

文 献

- (1) R.H. Gardner, W.G. Cale, & R.V. O'Neill: "Robust analysis of aggregation error", *Ecology*, **63**, 1771 (1982).
- (2) H. Hirata & R.E. Ulanowicz: "Large-scale system perspectives on ecological modelling and analysis", *Ecological Modelling*, **31**, 79 (1986).
- (3) H. Theil: "Economics and Information Theory", North-Holland (1967).
- (4) M. Aoki: "Control of large-scale dynamic systems by aggregation", *IEEE Trans. Autom. Control*, **13**, 246 (1968).
- (5) H. Hirata: "Aggregation method for linear large-scale systems with random coefficients and inputs", *Int. J. Systems Science*, **9**, 515 (1978).
- (6) J.H. Steel: "The Structure of Marine Ecosystems", Harvard University Press (1974).

付 録

性質 3 の証明 p_{kj} と $\bar{p}_{iq}$ を次のように定義する。

$$p_{kj} = P(a_k, b_j) = f_{kj} Q_k \dots \dots \dots (\text{付 1})$$

$$\bar{p}_{iq} = P(\bar{a}_i, \bar{b}_q) = \bar{f}_{iq} \bar{Q}_i \dots \dots \dots (\text{付 2})$$

図 12 北海の海洋生態ネットワークのエネルギー流。単位は、kcal/m² year

Fig. 12. Energy flows in North Sea marine ecological network.

図 13 生態ネットワーク
図 12 のマクロな構造

Fig. 13. Macro-structure of Fig. 12.

ここで、

$$p_k = \sum_{j=0}^{n+2} p_{kj}, \quad p_{\cdot j} = \sum_{k=0}^{n+2} p_{kj} \quad \text{..... (付 3)}$$

$$\bar{p}_i = \sum_{q=0}^{n+2} \bar{p}_{iq}, \quad \bar{p}_{\cdot q} = \sum_{i=0}^{n+2} \bar{p}_{iq} \quad \text{..... (付 4)}$$

と置くと、次の関係が求まる。

$$\bar{p}_{iq} = \sum_{k=0}^{n+2} \sum_{j=0}^{n+2} s_{ik} p_{kj} s_{qj} \quad \text{..... (付 5)}$$

$$\bar{p}_i = \sum_{k=0}^{n+2} s_{ik} p_{k\cdot} \quad \text{..... (付 6)}$$

$$\bar{p}_{\cdot q} = \sum_{j=0}^{n+2} p_{\cdot j} s_{qj} \quad \text{..... (付 7)}$$

また

$$r_{ij} = \sum_{k=0}^{n+2} s_{ik} p_{kj} \quad \text{..... (付 8)}$$

$$c_{kq} = \sum_{j=0}^{n+2} p_{kj} s_{qj} \quad \text{..... (付 9)}$$

と置くことにより、情報の損失は次のように表せる。

$$M(N) - M(\bar{N}) = \sum_{i=0}^{m+2} \sum_{q=0}^{m+2} p_{iq} (M_a + M_b + M_c) \quad \text{..... (付 10)}$$

ここで

$$M_a = \sum_{j=0}^{n+2} (r_{ij} s_{qj} / \bar{p}_{iq}) \log \{ (r_{ij} s_{qj} / \bar{p}_{iq}) / (p_{\cdot j} s_{qj} / \bar{p}_{\cdot q}) \} \quad \text{..... (付 11)}$$

$$M_b = \sum_{k=0}^{n+2} (s_{ik} c_{kq} / \bar{p}_{iq}) \log \{ (s_{ik} c_{kq} / \bar{p}_{iq}) / (s_{ik} p_{k\cdot} / \bar{p}_i) \} \quad \text{..... (付 12)}$$

$$M_c = \sum_{k=0}^{n+2} \sum_{j=0}^{n+2} (s_{ik} p_{kj} s_{qj} / \bar{p}_{iq}) \log \{ (s_{ik} p_{kj} s_{qj} / \bar{p}_{iq}) / (r_{ij} s_{qj} / \bar{p}_{iq}) (s_{ik} c_{kq} / \bar{p}_{iq}) \} \quad \text{..... (付 13)}$$

M_a , M_b , M_c 各々にシャノンの補助定理を用いることにより、それらの非負性が示される。従って

$$M(N) \geq M(\bar{N}) \quad \text{..... (付 14)}$$