液晶の電気流体力学的不安定性における 構造形成とその外部雑音効果

正員 甲斐 昌一 (九州工大)
非会員 田村 哲郎 (九州工大)
正員 今崎 正秀 (九州工大)

1. ま え が き

テラ流やベナール対流などの流体力学的構造は非平衡散逸系における典型的な自己組織化である⁽¹⁾。この現象と同様に液晶の薄膜に電界を印加すると流れが生じ、特有なパターンが形成される⁽²⁾。電界を上昇させると次々と分岐現象を生じて、最終的には乱流が発生する⁽²⁾⁽⁵⁾。このように次々とパターンが変化していくことを逐次転移という。本論文では、主として最初対流構造 (Williams Domain: 以下 WD と呼ぶ) の発生過程の諸現象と、そのパターン形成過程に見られる外部雑音効果について実験的な研究を行ったので、それらを中心に報告する。このような外部から印加された雑音が体系の非線形現象に伴う自己組織化にどのように結合し、どのような影響を与えるか研究した例は少ない⁽⁶⁾⁽⁸⁾。本研究はこの点に注目してなされ、ある場合には外部雑音が系の不安定性を抑えむしろ安定化するが、また、ある場合には系をより不安定化することが示されている。

2. 液晶の電気流体力学的不安定性とその背景

ネマチック液晶は配向性を持ち、その局所的な方向をディレクタとして定義される。この物質をガラス板にはさんで薄い層 (典型的には $d=100\mu\text{m}$) にすると、ディレクタは一方向に沿って並ぶ。この薄膜に電界を加えるとその導電率と誘電率異方性に起因した、

いわゆる Carr-Helfrich 不安定性が生じる⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。これを液晶の電気流体力学的不安定性 (EHD) と呼ぶ。

EHD では、系内に二つの特性時間が存在する。一つは生じた空間電荷の揺ぎが緩和する時間 τ_c 、もう一つはディレクタの変形が弾性力によって緩和する時間 τ_l である。これらの緩和時間の競合によって臨界周波数 f_c が決まり、これを境として構造形成が異なる⁽³⁾⁽⁵⁾⁽⁹⁾。この臨界周波数によって不安定性は二つの特徴的な領域、伝導領域 ($f < f_c$) と誘電的領域 ($f > f_c$) に区別される。前述したように臨界周波数は液晶の誘電的 (弾性的) 緩和と導電的緩和の特徴的な揺ぎの緩和時間の競合によって決まり、 $f_c \sim \tau_c^{-1} \sim \epsilon_H/4\pi\sigma_H$ で与えられる⁽⁹⁾。 $f < f_c$ では、対流散逸構造が発生し、 $f > f_c$ ではディレクタ発振構造が生じる。この挙動はオルセイのグループによって得られた線形パラメトリック方程式⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾

$$\left. \begin{aligned} \dot{q} + q(t)/\tau_c + \sigma_H E_z \psi(t) &= 0 \\ \dot{\psi}(t) + \lambda(E_0^2 + E_z^2)\psi(t) + (E_z/\eta_0)q(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

で記述される。ここで q は電荷、 $\psi = d\theta/dx$ でディレクタ角 θ の空間変化、 $E_z = E_m \cos \omega t$ は外部印加電界である。また ϵ_H , σ_H , η_0 , λ は誘電率、導電率のヘルフリッヒ定数、等価粘性係数、弾性緩和係数である (図1)。しかしこの方程式は線形で、しきい値と安定性の議論は可能であるが、第2分岐の予測や V_c 以上の構造の詳細を与えることができない。

V_c 以上の電圧をステップ状に印加すると、新しい秩序 (例えば、対流や発振構造) が成長する。これは $f_c < f$ では対流速度振幅にて、 $f < f_c$ では発振振幅にて特徴づけられる。これらの成長の様子は通常、ディレクタ角の時間発達に伴う光学的な変化として実験的には観測される。この様子を記述する方程式は (1) のような線形方程式では与えられず、減滅摂動法によって通

Pattern Formation and Multiplicative Stochastic Processes in the Electrohydrodynamic Instability of Nematic Liquid Crystals. By Shoichi Kai, Member, Tetsuro Tamura, Non-member & Masahide Imasaki, Member (Department of Electrical Engineering, Kyushu Institute of Technology).
甲斐昌一: 正員, 九州工業大学工学部電気工学科
田村哲郎: 非会員, 九州工業大学工学部電気工学科
今崎正秀: 正員, 九州工業大学工学部電気工学科

E: 合成電界, E_x : x 方向の電界, E_z : z 方向の電界, J_x : x 方向の電流密度, q : 空間電荷, n : ディレクタ, v_z : 印加電圧。

図 1 EHD における Carr-Helfrich の機構

Fig. 1. Carr-Helfrich mechanism in EHD.

常時間に依存したギンズブルグランドウ (TDGL) 形の非線形の振幅方程式で記述される⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。

$$\dot{y} = ay - by^3 + \nabla^2 y \dots\dots\dots (2)$$

ここで y は q あるいは ψ の振幅を表し、例えば WD のような二次元対流構造ではディレクタ角の振幅は、

$$\theta(x, t) = y(t) \sin k_x \cdot x \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる (図 1)。ここで k_x は WD の x 方向の波数である。

このような成長過程は空間自由度を持たない一様系 ($\nabla^2 y = 0$) であれば、 $\xi(t)$ という熱揺動を含んだ確率微分方程式 (追加雑音過程) として多くの研究がなされている⁽⁷⁾。空間自由度を持つ場合には現象は複雑となり、空間的なモードの間の相互作用が出現する。このため成長の動特性を全時間領域で解析することは難しくなる。すなわち、後期には初期とは異なった階層の動特性が現れてくる。

そこで、この過渡過程はいくつかの特徴的な時間領域に分けて考えられることが多い。最初の領域は線形成長領域で、熱揺動から巨視秩序が発生する。次の成長領域は y^3 項による秩序の間の相互作用と $\nabla^2 y$ の項による波数選択を主体とした非線形成長の領域あるいは相力学の支配する領域である。最後の成長過程は、 $\nabla^2 y$ の項から派生するほとんど定常に達した状態に見られる空間モードの競合成長いわゆる欠陥の運動である。この欠陥の発生、消滅は最終的に一様系を作り出すのに重要な挙動である。厳密にはこの運動を記述するには (2) 式と異なり、改めて物理的思考を行い欠陥の場を記述する方程式を導出する試みから始められねばならない。このような動的特性の階層性はほとんどの自然界あるいは社会システムの体系で見られるはずであるが、多くの場合考慮されていない。

3. 相乗確率過程とその背景

(2) 式中に y と外部雑音 $\eta(t)$ の結合した項 $y \cdot \eta(t)$ が入る過程を相乗確率過程と呼ぶ⁽¹³⁾。これは係数 a が揺らいでいることに相当する。EHD における相乗雑音過程の実験的研究は最初に甲斐らによって行われ、雑音の印加とともに WD と乱流のしきい値が上昇し、雑音が系をより安定化することを示した⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。そこでは波数の大きなロールが微視的スケールで潜在的に発達し、それが系内に、Carr-Helfrich 効果によって EHD を生じさせるに必要な波数 k_c のモードの空間電荷の蓄積を阻害するためであると考えた。

EHD におけるこのような挙動を説明するための理論的研究は Brand 氏によって、また、最近同様に Behn 氏らによって周波数依存性まで含めて考察された⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。空間的に一様な相乗雑音の理論的研究は、最近複数の研究者によって磁界によるフレデリック転移でなされている⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾。その結果は次のようなことを示唆している⁽¹⁸⁾。外部雑音を印加すると、臨界磁界 H_c が雑音強度とともに上昇し、雑音磁界の自乗が決定的磁界の自乗に対して 5% であるとしきい値の 5% の上昇が起こる。緩和時間に対しては、その依存性はより強く 10% の変化が理論的に得られている。一方、別の理論的研究によると、定常状態の分布は、雑音強度とその相関時間に関連して種々の形を示し、いわゆる雑音誘起形相転移を示す。このような挙動はここで述べる EHD でも実験的に観測される。従って、EHD でもこの理論によって定性的には実験事実を説明できそうであるが、空間構造の存在が均一系とどのような相違を与えるか研究した例は現在のところまだ見られない。

4. 実験方法

〈4・1〉 試料と実験装置 本研究で使用された液晶は室温でネマチック相を示す MBBA (p-methoxy benzylidene-p-butyl aniline) である。この液晶を膜厚 4~110 μm までの各種のガラスセルに封入した。これらのガラスセルは、その表面に透明電極として SnO_2 を蒸着したスライドガラスで作られており、電極面積は $1 \times 1 \text{ mm}^2$ から $1 \times 1 \text{ cm}^2$ の各種を準備している。これによってアスペクト比 Γ を 10 から 125 まで実現している。 Γ を変えることは境界条件を変えることに相当し、分岐現象の性質を大きく変え、異なった構造転移を導くことが知られている⁽²⁰⁾。これらのセルは二重構造の銅容器内に収められて 0.05°C の精度で温度コントロールがなされている。この銅容器

図 2 光透過実験ダイアグラム

Fig. 2. Block diagram for light transmission measurement.

には直径 5 mm の窓が開けられていて、この窓を通して、レーザ光透過実験や、顕微鏡による直接観測を行っている。

レーザによる光学の実験装置のブロック図が図 2 に示されている。ピンホールやレンズ系を通して試料を通過した光は光電子増倍管 (浜松ホトニクス R 1104) あるいはフォトダイオード (NEC LSD-38) で検出する。得られた信号はデータレコーダ (TEAC A-250) に長時間記録、あるいは FFT アナライザ (岩通 SM 2100-A) にて AD 変換後、記録解析し、更にパーソナルコンピュータ (NEC PC 9801) で、必要とするデータ処理を行っている。また、パターンの観測、解析は高性能の汎用画像処理装置 PIP-4000 (ADS co) にて記録解析を行った。この PIP-4000 は内部画像メモリーを 512×512 ピクセルで 3 画面持ち、輝度解析などの各種ハードウェアがそろえられていて、インタフェースバスを通して PC 9801-VM 2 によって支援

されている。これらのブロック図を図 3 に示す。印加電界は PC-9801 VM でコントロールされた任意多項式関数発生装置 DATA 2020 (アメリカアナログ社) で、自動的に各種電界を発生し、加えられている。また、外部雑音電界は各種のタイプの雑音 (二項、ガウシアン、一様、二値雑音) を、M-K 列のシフトレジスタで構成された雑音発生器 (NF co, FG-720) の出力より得ている。この装置は 20 μs-クロックで周期 510 日の擬似ランダム雑音を発生する。試料には、こうして得られた雑音を自作の直流増幅器 (帯域 0~100 kHz) にて最大 120 V まで増幅して、正弦波の励起電界 (0~400 V) に重ねて加えている。

〈4・2〉 解析法

(1) 対流領域 ($f > f_c$) 液晶の EHD では対流構造発生に伴い、その速度振幅に比例してディレクタのひずみ角が増加する。ネマチック液晶は光学的に一軸性の異方性をもつため、ホモジニアス配列ではこのディレクタの角度変化に応じて光軸の回転が生じ、正常光線と異常光線の間の位相差 $\phi(t)$ が次式のように変化する⁽²¹⁾。

$$\phi(t) = \frac{\pi d}{\kappa} y^2(t) (n_e - n_o) \dots\dots\dots (4)$$

ここで κ, n_e, n_o は各々光の波長、異常光線と正常光線に対する液晶の屈折率である。この変化は印加後約 $10^2 \sim 10^3$ 秒で定常値に達する。

この $\phi(t)$ の変化に伴って、 2π の位相差ごとに光強度に振動が見られる。いま N 番目と $N+1$ 番目の振動が生じた時刻を各々 t_N, t_{N+1} とし、線形発展 $dy/dt = \tau_L^{-1} y$ を仮定すると、 τ_L は

図 3 画像処理実験系

Fig. 3. Schematic drawing of optical image processing.

$$\tau_L = \frac{t_{N+1} - t_N}{\ln((N+1)/N)} \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。ここでは線形を仮定したために十分に小さな N を採用する必要があるが、本研究では $N=1$ とした。このようにして、(2)式の第一項の係数 $a = \tau_L^{-1}$ が得られる。以下本論文では、この τ_L を線形成長時間と定義し、動的性質を記述するパラメータとして採用した。

(2) 発振領域 ($f > f_c$) この領域では、印加周波数に比例したディレクタの強制パラメータ振動が発生する。この振幅は前述の $f < f_c$ における歪角変化と比べると十分小さく (~ 0.1 rad 程度)、発達過程も通常 1 秒以下で定常状態に達する。このために成長を繰り返して、統計的にその様子を研究できる。ここではその成長過程のデータを次のような統計処理を行い、分散や分布の時間変化を得ている⁽²²⁾。印加電界はバースト状に加えられ、そのバーストの入った瞬間を時刻 $\Delta t = 0$ として各バースト電界に対する応答を求めた。従って、全バーストに対する発振振幅の平均応答は

$$\langle \bar{y}_0 \rangle_j = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{i=1024} y_i(\Delta t_j) \dots\dots\dots (6)$$

で与えられ、その周りの分散は

$$(\sigma)_j = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{i=1024} [(\bar{y}_0)_j - y_i(\Delta t_j)]^2 \dots\dots\dots (7)$$

で与えられる。ここで $\Delta t_j = j \cdot \Delta t$ で、 Δt はデータのサンプリング間隔である。 $j=0$ はバーストを印加した瞬間に相当し、最大 $j=2,000$ としている。 Δt は、現象の時間スケールに応じて可変としたが、通常約数百 μ 秒から数 m 秒のオーダーである⁽²²⁾。

5. 結果と議論

〈5.1〉 対流領域 ($f < f_c$) 図 4 に最初の対流構造 (WD) の発生しきい値の雑音電圧 V_N 依存性を示す。明らかに二つの事実が観測される。1つは $\tau_N \leq 189 \mu s$ の場合には雑音電圧 V_N の上昇とともに V_c が上昇するが、 $\tau_N \geq 280 \mu s$ の場合には V_c が減少する。この試料の臨界周波数 ω_c の逆数 τ_c は $442 \mu s$ である。これは、 τ_N の大きさによって雑音による安定性が異なることを意味する。もう一つは V_c の上昇あるいは下降が単調ではなく、 τ_N に依存するある雑音電圧で大きく変化することである。例えば、 $\tau_N = 33 \mu s$ では $V_{N^*} \sim 16$ V と $V_{N^{**}} \sim 30$ V の 2箇所、傾きは変化している。これらのしきい値ではさまれた三つの領域を各々最小 2 乗近似法により二次式

図 4 しきい値電圧 V_c の雑音電圧 V_N 依存性 (τ_N : 雑音の相関時間):
 $\langle V_N(0)V_N(t) \rangle = Qe^{-\tau_N^{-1} \cdot t}$,
 $Q = \langle V_N(0)^2 \rangle = V_N^2$

Fig. 4. V_N -dependence of the threshold voltage V_c (τ_N : the correlation time of noise).

$$V_c(V_N) = \beta_2 V_N^2 + \beta_1 V_N + \beta_0 \dots\dots\dots (8)$$

で近似すると、各々の領域の傾きの外挿はそれぞれ 1 点に収束する。そこで、 $V_N < V_{N^*}$, $V_{N^*} < V_N < V_{N^{**}}$, $V_{N^{**}} < V_N$ の各々の領域の収束電圧を $V_{c1}(0)$, $V_{c2}(0)$, $V_{c3}(0)$ とすると、これらの臨界電圧はそれぞれ WD, FWD (動揺する WD) そしてグリッドパターン (GP: 三次元流) の発生しきい値に相当することが見いだされた。

このことは、雑音が最初に発生する空間構造を変化させていることを示す。実際に観測すると、 $V_N < V_{N^*}$ での V_c では最初に WD が生じ、 $V_{N^*} < V_N$ では V_c を印加すると、GP が発生する。これは、明らかに雑音が安定性の交換 (stability exchange) を引き起こしており、雑音誘起の空間構造相転移といえる。これらの現象は雑音の種類 (振幅分布関数) にはほとんど依存せず、その相関時間 τ_N のみ依存する。傾きの変化を表す (8) 式の係数 β_2 の相関時間依存性を求めると、図 5 のようになる。 $\tau_N^* = 255 \mu s$ で各領域の係数 β_2 は全て 0 となり、傾きが正から負へ変化することがわかる。これはしきい値の移動が、 τ_N^* で上昇から下降へと変わることを意味する。ここで τ_N^* は τ_c の約 60% に相当する。

複屈折法による線形成長緩和時間 τ_L の測定結果を図 6 に示す。 $V < V_c$, および $V > V_c$ の双方から V_c に向かって τ_L が発散する傾向が見られる。 τ_L は流れが十分小さい場合には

図 5 係数 β_2 の τ_N 依存性 (○: $V_N < V_N^*$,
▲: $V_N^* < V_N < V_N^{**}$, ×: $V_N^{**} < V_N$)

Fig. 5. Coefficient β_2 as a function of τ_N .

図 6 不安定点近傍の成長・緩和時間 τ_L の
電圧依存性

Fig. 6. Applied field dependence of τ_L near
the instability point.

$$\tau_L^{-1} = \frac{\varepsilon_a}{4\pi\gamma_1 d^2} (V^2 - V_c^2) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$V_c^2 = \frac{4\pi^3}{\varepsilon_a} (K_{11} + 4K_{33}\lambda_x^{-2}d^2) \quad \dots\dots\dots (10)$$

で与えられ⁽¹⁴⁾、実験はその関係をよく表している。
ここで γ_1 は粘性係数, K_{11} , K_{33} は各々スプレー、ベ
ンド弾性定数で $K_{11} \sim K_{33}$ である。また, λ_x は対流波
長である。図中の実線は(9)式を示す。ここで, $\varepsilon =$
($V_c(Q)^2 - V^2$)/ $V_c(Q)^2$ として τ_L^{-1} の ε 依存性を見ると
雑音強度 Q^* ($= V_N^2$) $= 5V^2$ で大きな異常が観測され

図 7 τ_L^{-1} の ε 依存性

Fig. 7. τ_L^{-1} as a function of ε .

(9)に明らかに一致しない(図7)。特に ε が小さい
場合に著しく、このとき Q^* 前後でパターン特性長
がわずかに変化する。従って、この異常は雑音印加時
と元来の流れ構造との間に競合成長が生じ、構造形成
により時間がかかるためと考えられる。すなわち、雑
音が空間構造のスケールを変えるといえる。また、外
部雑音を Q^* よりも十分大きくすると、 τ_L は小さく
なり速く形成されるようになる。

〈5・2〉 発振領域 ($f > f_c$) この領域の詳細な研
究は既に文献(21)に報告されているので本論文では主
にスケーリング則を中心に述べる。このスケーリング
則というのは、コントロールパラメータの変化によら
ず体系の成長過程が自己相似性を持っている場合に成
り立つもので、系の動力学的に基本的な変化が生じな
ければ、一般に成り立つ。図8は雑音がない場合の発振
振幅とその分散の成長を示したものである。(a)に振
幅発展を示すが、臨界電圧から比較離れた所では、
ユニバーサルな曲線との一致は良い。 ε が零に近づく
につれて、その偏れは大きくなり、 $\varepsilon = 0.05$ では全領
域で一致していない。図中の理論曲線は $\dot{y} = ay - by^7$
+ $\eta(t)$ を示す。ここでは試料の膜厚は $16\mu\text{m}$ で、ア
スペクト比 $\Gamma = 125$ である。厚膜 ($d > 50\mu\text{m}$) では
 $\gamma = 3$ の曲線との一致が良いが、薄膜化するほど $\gamma = 2$
の曲線に合うようになる。このような ε 依存性は次の
ように理解される。 ε が大きい所では、多くの対流ド
メインが形成されるが、 $\varepsilon \sim 0$ では相関距離が異常に
大きくなり、一つのドメインのサイズが極めて大き
くなる⁽⁸⁾。このため本来あるべきドメイン間の選択成長
による効果がなく、後期の成長過程が $\varepsilon \sim 0$ 近傍では
他の場合と大きく異なるためである。

一方、後期過程の偏れは、前期と後期は同じ動力学
ではないことを示す。実際に、後期過程では、パター

(a)

(b)

□: $\epsilon=0.05$, ○: 0.08, ◇: 0.1, △: 0.12, ×: 0.15, +: 0.23.
—: $\gamma=3$,: $\gamma=2$ (理論曲線)

図 8 発振振幅 (a) と分散 (b) の時間発展
(普遍曲線を示す)

Fig. 8. Universal evolution of oscillatory amplitude (a) and its variance (b).

ン選択と呼ばれる非線形相互作用が強く働き、ドメイン間の整合が支配する領域での前期過程の動力学とは明らかに異なる。また、(b)は分散の時間スケーリング

$$\sigma(\tau) = \frac{A \exp(2a\tau)}{[\exp(a'\tau) + \delta]^\alpha} \quad (10)$$

$$\tau = t/t_m,$$

$$t_m = \frac{1}{2} \cdot \log \left(\frac{y(\infty)}{S} \right) \quad (11)$$

を示す。ここで $\gamma=2$ では $a'=a$, $\alpha=4$, $\gamma=3$ では $a'=2a$, $\alpha=3$ で与えられる。また、 A, δ, S は初期値と最終値で決まる定数である⁽²³⁾。この t_m は定性的には非線形項 (y^3) の効果が重要となり始める時間をあたえるもので、発達曲線の曲率が変化する時刻として大体の目安が得られる。

図 9 雑音印加時の発振振幅分布の時間変化

Fig. 9. Temporal evolution of oscillatory amplitude distribution in the presence of noise.

ここでもやはり、 $\epsilon \sim 0$ で大きくはずれ、また、後期過程 ($t > t_m$) での一致は悪い。これは上述の理由と同一である。また、分散の最大値 σ_m は、ほぼ定常状態値 $y(\infty)$ の $1/2$ にあたるところで見られる。このように $t=t_m$ で最大分散が観測され、ドメインの分布が極めて乱雑であることがわかる。図9に雑音が印加された場合の発振振幅分布の時間変化を示す。図よりわかるように、分布の幅 (分散) が異常に広がっている。また、外部雑音が印加された場合の前期過程 ($t < t_m$) の分布は対数正規分布に一致する⁽²²⁾。これはこの領域で現象が相乗確率過程となっていることを示す⁽²⁴⁾。図10に $\epsilon=0.1$ における分散 σ の雑音強度依存性を示す。雑音強度が増加するとともに、分散の最大値は急速に増大する。このように小さな外部雑音の印加が分散に大きな影響を与えることがわかる。特に分散の最大値 σ_m にその影響が顕著に見られる。 t_m は雑音の印加によって、196 m 秒 ($Q=0$) から 252 ms ($Q=0.25$) と明らかに遅くなっている。これは t_m が雑音印加とともに小さくなるという一様系の理論的予測とは一致しない⁽¹⁸⁾。これを $\tau=t/t_m$ で規格化すると、図10(b)のようになり、ここで点線は $r=3$ 、実線は $\gamma=2$ の結果を示す。前に述べたように(2)式はバルクの性質からのみ導かれており、表面効果が入ると $\gamma=2$ となると考えられる。 $d=16 \mu\text{m}$ では、 $r=2$ に近く、かなり表面の影響が入ってきたといえる。この結果定常状態での分散が大きいこと、また、理論からの離れは雑音強度が強いほど大きく、また、定常に近いほど大きい。これらの差は空間構造の出現が考慮されていないために生じるものと考えられる。

×: $Q=0$, □: 0.1, +: 0.15, △: 0.20, ○: 0.25.

図 10 (a) 分散の雑音強度依存性 ($\varepsilon=0.1$),

(b) スケーリング性

Fig. 10. Noise intensity dependence of variance (a) and its scaling (b) ($\varepsilon=0.1$).

6. 結 論

本研究によって対流不安定性の生じる領域 ($f < f_c$) では次のような事実が明らかとなった。雑音の相関時間 τ_N が系の特性時間 τ_c よりも十分短い場合には、静止構造は安定化され、対流の発生しきい値は上昇する。しかし、 $\tau_N \sim \tau_c$ となると静止状態はより不安定となり、対流のしきい値は下降する。一方、雑音電圧の上昇とともに最初に生じる構造はより複雑な形を持つようになり、二次元流 (WD) から三次元流 (GP) そして乱流が最初の分岐によって現れるようになる⁽²⁵⁾。明らかにこれは雑音が空間構造を変えることができることを意味している。更に空間構造が変わると、それらの雑音依存性も変化する。これは P^2 から生じる空間波数を単純に (2) 式の α の中に挿入しただけでは理解されない⁽²⁶⁾。つまり空間モードの間のダ

イナミックスも考えねばならない。このように、通常理解と異なり、雑音が印加されると系がより安定化するという結果は相乗確率過程の特徴である。

また、発振不安定性の生じる領域 ($f > f_c$) では次のような事実が得られた。発振振幅の成長は、定性的に TDGL 形の方程式で記述され得るが、分岐点のごく近傍、あるいは雑音の印加時には、その方程式すなわちポテンシャルが多少修正される。また、明らかに振幅の成長あるいは分散の時間変化に対して、時間スケーリング則が観測されるが、このスケーリング則も、不安定点のごく近傍では破れる。しかし、不安定点から離れた所では、成長過程にスケーリング則が存在する。これは成長のダイナミクスに自己相似性があることを示す。また、雑音を印加すると、分散の極大値が異常に増大するが、これは外部雑音の印加によって系の成長が t_m 近傍で速くなるとともに確率的になることを示している。しかし、それにもかかわらず外部雑音は一般に系の最終状態への到達を遅らせる。これは一様系に関する理論で揺動が存在するほど速められると予測されていることと明らかに異なり、定常状態近傍での緩和が遅れていることを示す。また、成長の後期過程は上記の普遍曲線 (スケーリング則) からはずれてくるがこれは、後期過程が前期過程 ($t < t_m$) や中期過程 ($t \sim t_m$) とは明らかに、異なった動力学で成長していることを意味し、空間構造の発生とその不均一性からくる新しい競合成長の出現によるものと考えられる。以上述べたように、パターン

の成長は最終状態のほぼ半分まで成長した時間 ($t_{1/2} \sim t_m$) を境として、分布や分散に大きな変化が生じることがわかった。これらの成長ダイナミクスは結晶成長との類似性からも議論がなされている⁽⁸⁾⁽²²⁾。

7. おわりに

液晶の EHD に見られるパターン形成あるいは発振過程では、外部雑音を加えると相乗確率過程と呼ばれる特有の確率過程を示す。これはいわゆるコントロールパラメータが揺らいでいることに相当する。一般の生体・生態系や社会系あるいは工学的な系でも周囲の環境からの雑音の存在が普通であり、従って通常の状況では多かれ少なかれ常にコントロールパラメータの揺動が生じていると見なせる。このような場合には本論文で示されたように数 % 程度の揺動で系全体の挙動に極めて大きな効果を与えることが考えられる。

また、ここで見られたように大きな強度の雑音（じょう乱）は、物理現象として、物理系だけでなく社会構造やあるいは生態構造などの安定構造を変化させることも考えられる。外部相乗雑音が体系に及ぼす効果の研究は社会的あるいは生態学的にはもちろん工学的観点からもあまり多くなく、今後の研究課題と思われる。また、最近の LSI のように素子の高速化に伴い電流の伝搬速度が無視できなくなると回路系も空間的に一様とは見せなくなる。従って空間自由度の存在をあらわに議論した過渡現象の研究も電気工学の分野での今後の課題であろう。この研究は山田科学振興財団および文部省科学研究費一般 B「パターン形成と相乗確率過程」、総合 A「形態形成の科学的研究」の援助によってなされたことを付記し、謝意を表す。

(昭和 62 年 4 月 10 日受付)

文 献

- (1) S. Chandrasekhar: "Hydrodynamic and hydromagnetic stability" Oxford (1961)
- (2) K. Hirakawa & S. Kai: "Analogy between hydrodynamic instabilities in nematic liquid crystal and classical fluid" *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **40**, No. 1/4, 261 (1977-4)
- (3) S. Kai & K. Hirakawa: "Successive transitions in EHD instabilities of nematics" *Prog. Theor. Phys. Supp.* **64**, 212 (1978-8)
- (4) 例えば、甲斐・平川:「液晶のダイナミクス」, フィジックス, 6, 第 8 号, 471 (昭 60-8)
- (5) 解説として、甲斐:「液晶の電気流体力学的不安定性とその周辺」, 固体物理, 21, 第 7 号, 429 (昭 61-7)
- (6) S. Kabashima, S. Kogure, T. Kawakubo & T. Okada: "Oscillatory to non oscillatory transitions due to external noise in parametric oscillator" *J. Appl. Phys.* **50**, No. 10, 6296 (1979-10)
- (7) W. Horsthemke & R. Lefever: "Noise induced Transitions" (1984) Springer-Verlag.
- (8) F.E. Moss & P.V.E. McClintock: "Noise in nonlinear dynamical systems" (1988) Cambridge university press.
- (9) E. Dubois-Violette, P.G. de Gennes & O. Parodi: "Hydrodynamic instabilities of nematic liquid crystals under AC-electric field" *J. Phys. (Paris)* **305**, No. 4, 32 (1971-4)
- (10) P.G. de Gennes: "The Physics of Liquid Crystals" (1982) Clarendon.
- (11) A. Newell & J. Whitehead: "Finite bandwidth, finite amplitude convection" *J. Fluid Mech.* **38**, 279 (1969)
- (12) H. Hijiuro: "Electrohydrodynamic instabilities and dissipative structures in nematic liquid crystals-reductive perturbation approach" *Prog. Theor. Phys.* **54**, 592 (1975)
- (13) A. Schenzle & H.R. Brand: "Multiplicative stochastic process in statistical physics" *Phys. Rev.* **A20**, No. 10, 1628 (1979-10)
- (14) S. Kai, T. Kai, M. Takata & K. Hirakawa: "Effect of the white noise on EHD in Nematics" *J. Phys. Soc. Jpn.* **47**, No. 4, 1379 (1979-10)
- (15) T. Kakakubo, A. Yanagita & S. Kabashima: "External noise effect on the onset of Williams Domain in nematic liquid crystals" *J. Phys. Soc. Jpn.* **50**, 1451 (1981)
- (16) H.R. Brand & A. Schenzle: "Comment on effect of white noise on EHD" *J. Phys. Soc. Jpn.* **48**, 1382 (1980)
- (17) U. Behn & R. Muller: "Electrohydrodynamic instabilities in nematic liquid crystals driven by a dichotomous stochastic voltages" *Phys. Lett.* **113A**, 85 (1985)
- (18) F. Sagues & M. San Miguel: "Dynamics of Freedericksz transition in a fluctuating magnetic field" *Phys. Rev.* **A32**, 1543 (1985)
- (19) W. Horsthemke, C.R. Doering, R. Lefever & A.S. Chi: "Effect of external-field fluctuations on instabilities in nematic liquid crystals" *Phys. Rev.* **A31**, No. 2, 1123 (1985-2)
- (20) J.P. Gollub & S.V. Benson: "Many routes to turbulent convection" *J. Fluid Mech.* **100**, 449 (1980)
- (21) P. Pieranski, F. Brochard & E. Guyon: "Static and Dynamic Behavior of a Nematic Liquid Crystal in a Magnetic Field: part II Dynamics" *J. Phys. (Paris)* **34**, No. 1, 35-48 (1973-1).
- (22) S. Kai, S. Wakabayashi & M. Imasaki: "Fluctuation and distribution of macroscopic order in formation processes of a dissipative structure" *Phys. Rev.* **A33**, No. 4, 2612 (1986-4)
- (23) M. Suzuki: "Passage from an initial unstable state to a final stable state" *Ad. Chem. Phys.* **46**, 196 (1981) John Wiley & Sons.
- (24) S. Kai, S. Higaki, M. Imasaki & H. Furukawa: "1/f noise, log-normal distribution, and cascade process in electrical networks" *Phys. Rev.* **A35**, No. 1 (1987-1)
- (25) H.R. Brand, S. Kai & S. Wakabayashi: "External noise can suppress turbulence" *Phys. Rev. Lett.* **54**, No. 6, 255 (1985-2).
- (26) M.V. Feigelman & I.E. Staroselsky: "Influence of multiplicative noise on properties of first order dynamical phase transition" *Z. Phys. B* **62**, 261 (1986)