受信コイルの感度指標を用いた NMR 画像の SN 比の定式化

正員 依田 潔 (三菱電機)
 正員 板垣 秀信 (三菱電機)
 正員 藤村 哲 (三菱電機)

1. はじめに

核磁気共鳴現象 (Nuclear Magnetic Resonance, 以後, NMR と略記) は, 1946 年に Bloch⁽¹⁾ および Purcell⁽²⁾ により発見された。NMP は静磁場中の核スピンの外部から照射される電磁波を共鳴吸収する現象であり, 共鳴周波数の分析により試料の化学構造を同定できる。1972 年に Damadian⁽³⁾, 阿部⁽⁴⁾, 1973 年に Lauterbur⁽⁵⁾ らにより NMR を用いた映像法が提案されて以来, NMR 映像技術の進歩は著しい。現在では, 医学の分野で磁気共鳴断層診断装置 (Magnetic Resonance Imaging, MRI 装置) として知られ, 画像診断装置として有用性が認められている。

NMR 画像において, 画像の SN 比を定量化・定式化することは画質向上のために有効であると考えられる。画像の SN 比を決める要素として, 受信コイルの感度, 1 画素の占有体積および占有周波数帯域幅, 受信系の雑音指数, データ取得用パルス系列のパラメータ (以後, スキャンパラメータと略記) などがあることが知られているが定量性を欠いていた⁽⁶⁾。受信コイルの感度を示す指標は Hoult が提案したが⁽⁷⁾, 従来この感度指標を用いて画像の SN 比を定式化した報告はない。最近, 山本らはスピンを励起する際の送信電力を用いて NMR 画像の SN 比を定式化した⁽⁸⁾。しかし, この方法では, (1)送信波形により式の係数が変化する, (2)空間的に不均一な感度を有する受信コイルに適用が難しい, (3)高出力の高周波電

力を用いた NMR 実験が必要である, (4)低耐圧の受信専用コイルに適用できないなど種々の問題点があった。著者らは Hoult が提案した受信コイルの感度指標を用いて画像の SN 比を定式化したので報告する。本方法は, (1)送信波形に無関係である, (2)空間感度分布が不均一な受信コイルに容易に適用できる, (3)受信コイルの単体測定で上記感度指標を求めればよく, NMR 実験が不要である, (4)小信号測定でよく, 受信専用コイルに適用できる, などの特長がある。なお, 今回提案した式の有効性を実験で確認した結果も示す。

2. 画像の SN 比の定式化

〈2・1〉 画像上の信号強度 Z 方向の均一な静磁場下で, 試料に角周波数 ω_0 の高周波 90° パルスを印加後, 受信コイルに誘導される起電力 $\xi(t)$ は次式で与えられる⁽⁷⁾⁽⁹⁾。

$$\xi(t) = \iiint_{V_s} \omega_0 \tilde{M}(x, y, z) B_{1xy}(x, y, z) \times \exp(j\omega_0 - 1/T_2)t dx dy dz \dots (1)$$

ここに, $\tilde{M}(x, y, z)$ は磁化分布, $B_{1xy}(x, y, z)$ は受信コイルに単位電流を流したときに試料内の座標 (x, y, z) に生じる高周波磁界の磁束密度の xy 成分, T_2 は試料の横緩和時間であり積分は試料の体積 V_s に対して行う。以後は, Z 方向に薄い厚さ ΔZ を有する断層面内の核スピンの限定して考える。断層面内において, Z 方向に沿って $\tilde{M}(x, y, z)$ および $B_{1xy}(x, y, z)$ が一定の条件のもとで (1) 式は次式となる。なお, 以下 $\xi(t)$ を NMR 信号と呼ぶ。

$$\xi(t) = \int_x \int_y \omega_0 \tilde{M}(x, y) B_{1xy}(x, y) \times \exp(j\omega_0 - 1/T_2)t \Delta z dx dy \dots (2)$$

Calculation Method of NMR Image Signal to Noise Ratio Using Probe Sensitivity. By Kiyoshi Yoda, Member, Hidenobu Itagaki, Member & Satoshi Fujimura, Member (Central Research Laboratory, Mitsubishi Electric Co.).

依田 潔: 正員, 三菱電機(株)中央研究所
 板垣秀信: 正員, 三菱電機(株)中央研究所
 藤村 哲: 正員, 三菱電機(株)中央研究所

図 1 二次元フーリエ変換法による
NMR 映像法のパルス系列

Fig. 1. A pulse sequence for NMR imaging using two-dimensional Fourier transform reconstruction technique.

さて、二次元の磁化分布 $\tilde{M}(x, y)$ を $\xi(t)$ から求めるために NMR 信号に位置情報を与える必要がある。現在よく用いられる二次元フーリエ変換による NMR 映像法のパルス系列の一例を図 1 に示す。位置情報を付与するために x および y 方向に傾斜磁場 G_x および G_y を印加するとき、NMR 信号は次式で与えられる^{(13)~(15)}。

$$\begin{aligned} \xi(t, \gamma G_y t_0) = & \iint_{x,y} \omega_0 \tilde{M}(x, y) B_{1xy}(x, y) \\ & \times \exp \{j\{\omega_0 t + \gamma(G_x x t + G_y y t_0)\} \\ & - (t + TE)/T_2\} \Delta x \Delta y \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに、 γ は磁気回転比、 t_0 は傾斜磁場 G_y の印加時間であり、時間 t の原点は NMR 信号のピーク位置とする。また、 TE はエコー遅延時間である。更に $\omega_x = \gamma G_x x$ 、 $K_y = \gamma G_y t_0$ とおく。横緩和時間 T_2 が信号計測時間および TE に比べて十分に長いとき、角周波数 ω_0 で直交位相検波後の NMR 信号は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \xi(t, K_y) = & \iint_{x,y} \omega_0 \tilde{M}(x, y) B_{1xy}(x, y) \\ & \times \exp \{j(\omega_x t + K_y y)\} \Delta x \Delta y \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

K_y を変化させて信号を繰返し受信し、受信信号 $\xi(t, K_y)$ を t と K_y について二次元フーリエ変換すれば、与えられた $B_{1xy}(x, y)$ のもとで磁化分布 $\tilde{M}(x, y)$ を求められることが上式からわかる。

次に、実際の計算は計算機で離散的に行うので、上式を離散化する。(4)式を書き直すと次式となる。

$$\begin{aligned} \xi(t, \gamma G_y t_0) = & \sum_{x,y} \omega_0 \tilde{M}(x, y) B_{1xy}(x, y) \\ & \times \exp \{j(\gamma G_x x t + \gamma y G_y t_0)\} \Delta x \Delta y \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

(5)式において、 $t = mT$ ($m=1, \dots, M$)、 $G_y t_0 = nD_y$ ($n=1, \dots, N$) と置く。ここに T は信号 ξ のサンプリング間隔、 D_y は等差的に変化させる傾斜磁場 G_y の

時間積分の変化量である。(5)式の左辺を改めて $\xi(m, n)$ とすれば、次式を得る。

$$\begin{aligned} \xi(m, n) = & \sum_{x,y} \omega_0 \tilde{M}(x, y) B_{1xy}(x, y) \Delta x \Delta y \\ & \times \exp \{j(\gamma G_x x m T + \gamma y n D_y)\} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

次に、連続変数 x, y を離散変数 r, s に変換する。測定対象が $-L_x/2 \leq x \leq L_x/2$ 、 $-L_y/2 \leq y \leq L_y/2$ に存在する場合に、変換式を次式で与える。

$$x = \left(r - \frac{M}{2}\right) \frac{L_x}{M} \quad (r=1, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$y = \left(s - \frac{N}{2}\right) \frac{L_y}{N} \quad (s=1, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (8)$$

更にサンプリング定理より、次の条件を付加する⁽¹⁷⁾。

$$\gamma G_x L_x T = 2\pi \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\gamma L_y D_y = 2\pi \quad \dots\dots\dots (10)$$

(7)~(10)式を(6)式に代入すると次式を得る。ただし、 $\Delta x = L_x/M$ 、 $\Delta y = L_y/N$ とする。

$$\begin{aligned} \xi(m, n) = & \sum_{r=1}^M \sum_{s=1}^N \omega_0 \tilde{M}(r, s) B_{1xy}(r, s) \Delta x \Delta y \Delta z \\ & \times \exp \left\{ j \left(r - \frac{M}{2} \right) \frac{2\pi m}{M} \right\} \exp \left\{ j \left(s - \frac{N}{2} \right) \frac{2\pi n}{N} \right\} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

更に、 $W_N = \exp(-j2\pi/N)$ 、 $W_M = \exp(-j2\pi/M)$ および $c(r, s) = \omega_0 \tilde{M}(r, s) B_{1xy}(r, s) \Delta x \Delta y \Delta z$ と置けば次式を得る。

$$\begin{aligned} \xi(m, n) = & \sum_{r=1}^M \sum_{s=1}^N c(r, s) W_M^{-(r-(M/2))m} \\ & \times W_N^{-(s-(N/2))n} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

(12)式より、 $c(r, s)$ を求めると次式を得る。

$$\begin{aligned} c(r, s) = & \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \xi(m, n) W_M^{(r-(M/2))m} \\ & \times W_N^{(s-(N/2))n} \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

なお、(13)式の計算において(14)式を用いた。

$$\sum_{r=1}^M W_M^{rm} = \begin{cases} M; & m = lM \\ 0; & m \neq lM \end{cases} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 l は整数である。

(13)式のように、NMR 画像 $c(r, s)$ が NMR 信号 $\xi(m, n)$ から求まることがわかった。なお、受信系のゲインは、SN 比に無関係なので、本論文中では 1 とする。

〈2・2〉 画像上の熱雑音 熱雑音電圧 $v(m, n)$ に対して、(13)式により構成された画像 $\tilde{N}(r, s)$ を考えると次式を得る。

$$\begin{aligned} \tilde{N}(r, s) = & \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N v(m, n) W_M^{(r-(M/2))m} \\ & W_N^{(s-(N/2))n} \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

(15)式の複素共役をとり、辺々掛け合せて計算することにより次式を得る。

$$\sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{r=1}^M \sum_{s=1}^N |\tilde{N}(r, s)|^2} = \sqrt{\frac{1}{(MN)^2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |v(m, n)|^2} \dots (16)$$

(16)式の左辺は熱雑音画像 $\tilde{N}(r, s)$ の絶対値表示 $|\tilde{N}(r, s)|$ の実効値であり σ とおく。また、時間領域の熱雑音電圧 $v(m, n)$ の実効値を $\bar{v}$ とすると次式を得る。

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |v(m, n)|^2 = \bar{v}^2 \dots (17)$$

更に、 $\bar{v}$ は次式で与えられる⁽⁷⁾⁽⁹⁾。

$$\bar{v} = \sqrt{4kT\Delta fR} \dots (18)$$

ここに、 k はボルツマン定数、 T は受信コイルおよび試料の絶対温度、 Δf は受信系の周波数帯域幅、 R は受信コイルの直列等価抵抗である。(16)、(17)式から次式を得る。

$$\sigma = \frac{\bar{v}}{\sqrt{MN}} \dots (19)$$

〈2・3〉 NMR 画像の SN 比 NMR 画像の SN 比 $\phi(r, s)$ を $c(r, s)/\sigma$ で定義すると、 $c(r, s)$ の定義式および(19)式より次式を得る。

$$\phi(r, s) = \frac{\omega_0 \tilde{M}(r, s) B_{1xy}(r, s) \Delta V \sqrt{MN}}{\bar{v}} \dots (20)$$

ただし、 $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ とした。更に、(18)式を(20)式に代入し、受信系の雑音指数 F を考慮すると次式を得る。

$$\phi(r, s) = \frac{\omega_0 \tilde{M}(r, s) B_{1xy}(r, s) \Delta V \sqrt{MN}}{\sqrt{4kT\Delta fRF}} \dots (21)$$

なお、 $\tilde{M}(r, s)$ は次式で与えられる⁽⁹⁾。

$$\tilde{M}(r, s) = N_0(r, s) \gamma^2 \hbar^2 I(I+1) B_0 / 3kT \dots (22)$$

ここに、 $N_0(r, s)$ はスピン密度分布、 I はスピン量子数、 B_0 は静磁界の磁束密度である。1画素の占有周波数帯域幅を ΔB とすると次式を得る。

$$\Delta f = M \Delta B \dots (23)$$

以上から、NMR 信号を P 回加算平均後、再構成した NMR 画像の SN 比は(21)、(23)式より次式で与えられる。

$$\phi(r, s) = \frac{B_{1xy}(r, s) \omega_0 \tilde{M}(r, s) \Delta V \sqrt{NP}}{\sqrt{R} \sqrt{4kT\Delta BF}} \dots (24)$$

さて、通常、NMR 画像は図1のように $90^\circ - 180^\circ$

パルス系列 (Spin Echo 系列、以来、SE 系列と略記) におけるスピネコー NMR 信号を用いて再構成される。この場合、スピネコー NMR 信号の遅延時間を TE 、パルス系列の繰り返し時間を TR 、試料の縦緩和時間を T_1 とすると、受信信号強度の補正係数 A は次式となる⁽¹¹⁾。

$$A = \exp(-TE/T_2) \left[1 - 2 \exp\left\{-\left(TR - \frac{TE}{2}\right)/T_1\right\} + \exp(-TR/T_1) \right] \dots (25)$$

このときの画像の SN 比を $\phi_{SE}(r, s)$ とすると次式を得る。

$$\phi_{SE}(r, s) = A \phi(r, s) \dots (26)$$

ここで、(24)式の第1項 $B_{1xy}(r, s)/\sqrt{R}$ は、Hoult が提案した受信コイルの感度指標である⁽⁷⁾。なお、著者らはこの感度指標の簡便な測定法を提案している。すなわち、受信コイル系へ高周波電力 P を供給したときに発生する高周波磁界の磁束密度 B_1 に対して、次式が成立する⁽¹²⁾。

$$B_{1xy}/\sqrt{R} = B_1/\sqrt{P} \dots (27)$$

強磁界下で高周波磁束密度の絶対値が測定できる探りコイル⁽¹²⁾を用い、(27)式により受信コイルの感度指標を計算することができる。(24)、(26)式のように NMR 画像の SN 比を、受信コイルの感度・1画素の占有体積および周波数帯域幅・受信系の雑音指数・スキャンパラメータなどを用いて定式化できた。

次に、核種として水素を選んだ場合を考える。このとき(22)式は近似的に次式となる⁽⁶⁾⁽⁹⁾。

$$\tilde{M}(r, s) = \rho(r, s) B_0 / T \dots (28)$$

ここで、 $\rho(r, s)$ は水で規格化した対象試料の水素密度である。(24)~(26)、(28)式から水素画像の SN 比 $\phi_{SE}(r, s)$ は次式で与えられる。

$$\phi_{SE}(r, s) = \frac{B_{1xy}(r, s) \omega_0 B_0 \rho(r, s) \Delta V \sqrt{NP}}{\sqrt{R} T \sqrt{4kT\Delta BF}} \times \exp(-TE/T_2) \left[1 - 2 \exp\left\{-\left(TR - \frac{TE}{2}\right)/T_1\right\} + \exp(-TR/T_1) \right] \dots (29)$$

3. 実 験

〈3・1〉 方法 測定試料として水柱ファントム(直径 80 mm、長さ 100 mm)を選び、スライス厚さ (Δz) 5 mm、画素サイズ 1 mm×1 mm の NMR 画像を構成した。データマトリックスサイズは 256×256 とした。また、静磁界強度 0.6 T の超電導磁石を用い、スロットッドチューブ形高周波コイル(直径 300 mm、

表 1 定数・パラメータ
Table 1. Constants and parameters.

B_0 (T)	0.6
$B_{1xp}/\sqrt{R}(T/\sqrt{W})$	7.1×10^{-4}
ω_0 (Hz)	$2\pi \times 25.5 \times 10^6$
ΔV (mV)	5.0×10^{-4}
ΔB (Hz)	9.8×10
T (K)	283
F	1.6
TE (s)	2.7×10^{-2}
TR (s)	1.0
T_1 (s)	2.5
T_2 (s)	1.2
N	256
P	4
ρ	1

長さ 250 mm) を送受信兼用で用いた。受信コイルの感度指標を (27) 式を用いて測定した。高周波パルス系列は SE 系列とし、絶対値表示した画像の SN 比を求めた。画像上の熱雑音の実効値は、背景雑音領域において 40×40 のマトリックスで計算した。二次元フーリエ変換法において、熱雑音電力は全画素に均一分布することが知られている⁽⁶⁾ ので上記計算をした。試料の T_1 および T_2 値は文献(16)の方法で測定した。なお、実験における定数・パラメータを表 1 に示す。

〈3・2〉 結果 理論式(29)に表 1 のパラメータを代入すると SN 比として 78 を得た。また実験値は 59 であり、理論値と約 24% の誤差で一致した。誤差の原因としては、背景雑音で近似した σ の近似誤差、 T_1 , T_2 値の測定誤差、スライス厚さの設定誤差などが考えられる。

4. 結 論

NMR 画像の SN 比を受信コイルの感度指標、1 画素の占有体積・占有周波数帯域幅、受信系の雑音指数、スキャンパラメータを用いて定式化した。また、実験によりその有効性を確認した。今回、提案した式

を用いることにより、与えられた測定系で得られる画像の SN 比を予測することが可能になる。また、所定の画像の SN 比を得るために必要な受信コイルの感度、スキャンパラメータなどを決定でき、システム設計が最適化できる。

終りに、御指導いただいた三菱電機(株)中央研究所岩本雅民部長、山田忠利グループマネージャに感謝いたします。

(昭和 62 年 8 月 10 日受付, 同 63 年 5 月 24 日再受付)

文 献

- (1) F. Bloch, et al.: "Nuclear Induction", *Phys. Rev.*, **69**, 127 (1946)
- (2) E. M. Purcell, et al.: "Resonance absorption by nuclear magnetic moments in a solid", *ibid.*, **69**, 37 (1946)
- (3) R. Damadian: US. Patent 3789832 (1972)
- (4) 阿部, 他: 「NMR による生体計測 (第 6 報)」, 電子通信学会研究, MBE-72, 1 (昭 47)
- (5) P. C. Lauterbur: "Image Formation by Induced Interactions", *Nature*, **242**, 190 (1973)
- (6) W. A. Edelstein, et al.: "The Intrinsic Signal-to-Noise Ratio in NMR Imaging", *Mag. Res. Med.*, **3**, 604 (1986)
- (7) D. I. Hoult, et al.: "The Signal to Noise Ratio of the Nuclear Magnetic Resonance Experiment", *J. of Magn. Res.*, **24**, 71 (1976)
- (8) 山本, 他: 「S/N の絶対評価及び極限の定量化」, NMR 医学, **6**, 132 (昭 61)
- (9) D. I. Hoult, et al.: "The Sensitivity of the Zeugmatomic Experiment Involving Human Samples", *J. of Magn. Res.*, **34**, 425 (1979)
- (10) W. A. Edelstein, et al.: UK Patent Application GB 2079946A (1981)
- (11) F. W. Wehrli, et al.: "Parameters Determining the Appearance of NMR Images", *Modern Neuroradiology Advanced Imaging Techniques*, p. 81 (1983) Volume two Clavadel Press
- (12) 依田, 他: 「核磁気共鳴実験用受信コイルの感度測定法」, 電学論 C, **108**, 203 (昭 63-3)
- (13) 山本, 他: 「NMR イメージングにみる信号処理技術」, センサ技術, **5**, 80 (昭 60-10)
- (14) 河野, 他: 「NMR イメージングにおける情報処理と計算機応用」, 医療情報学, **5**, 241 (昭 60-3)
- (15) W. S. Hinshaw, et al.: "An introduction to NMR Imaging", *Proc. IEEE*, **71**, 338 (1983)
- (16) フェラー・ベッカー: パルスおよびフーリエ変換 NMR, p. 27 (昭 54) 吉岡書店
- (17) ジョン・ローランド・マラルド: 公開特許公報 昭 59-58346