自由曲面上の最短経路への近似経路決定法

正員 矢島 敬士 (日立製作所) 正員 熊本 健二郎 (日立製作所)
 正員 佐々木 良一 (日立製作所) 正員 植山 幹夫 (日立製作所)

1. はじめに

ロボットを利用した FA システムの導入および自由曲面表示技術の確立⁽¹⁾により、三次元自由曲面加工物体の、高速かつ高精度加工への道が開けつつある。

従来三次元物体の加工としては、規定曲面(例えば球面、平面など)から成る物体の加工が中心であったが、近年自動車産業などで自由曲面から成る加工対象(以下ワークと呼ぶ)の加工が望まれている。

本研究の目的は、上記背景の下で、穴あけ・スポット溶接などでよく用いられる PTP (Point to Point) 制御⁽²⁾の自由曲面上での実用化を図るものである。

本報告では、ワークステーションをベースとした小規模 FA システムにおける PTP 制御の高速化のため、特に工具移動経路最短化問題を扱う。

小規模 FA システムにおける工具移動経路最短化では、

(1) 求める経路は厳密な最短経路でなくともよいが、最短経路に実用上十分近く、ワークと衝突しないこと、

(2) 求解に要する計算量は、FA 用ワークステーションで実行可能な範囲であることが要求される。

三次元空間における経路決定問題としては、ワークとの衝突回避を目的とした Brooks らの研究⁽³⁾、ロボットのダイナミックスを含めた最短時間制御を目的とした Kim 氏らの研究⁽⁴⁾があるが、いずれも規定曲面を対象としたものである。また、自由曲面に関する研究は、複雑形状の構成法が主であり⁽⁵⁾、自由曲面を持つワークの加工方式についての研究例は少ない⁽⁶⁾。

A Approximate Method for Decision of the Shortest Path between Processing Points on Free Form Surface in Manufacturing Works. By Hiroshi Yajima, Member, Ryoichi Sasaki, Member, Kenjiro Kumamoto, Member, Mikio Ueyama, Member (Hitachi Ltd.).

矢島敬士: 正員, 日立製作所システム開発研究所

佐々木良一: 正員, 日立製作所システム開発研究所

熊本健二郎: 正員, 日立製作所システム開発研究所

植山幹夫: 正員, 日立製作所栃木工場

先に報告した、変分法により測地線を誘導して、これを境界値問題として解く厳密解法⁽⁷⁾は多大な計算時間を必要とするため、大型計算機を用いて設計計算を行う大規模 FA システムには向いているが、ワークステーションをベースとした小規模 FA システム用として用いるのは適切でない。従来技術は、自由曲面を包含する直方体を構成し、その直方体上での最短経路を決定する方法であるが、自由曲面の形状によっては求めた経路の「最適解からの誤差」が大きくなるという問題が生じる。

本研究ではまず、直方体の代わりに自由曲面上の点を頂点とする自由曲面の近似多面体を構成し、この近似多面体での最短経路を決定する。次いで、近似多面体上の最短経路から、自由曲面上の最短経路への近似経路を求めるという手法を提案する。本手法でも、やはり近似多面体の近似度が解の最適性に影響するが、対象とする自由曲面の凸部周辺に多面体の頂点を置くことにより、近似度の高い近似多面体を決定する。近似多面体上での最適解は、二次計画法により求められる。近似多面体上での最適解に対して、自由曲面との衝突および蛇行部を補正することにより、自由曲面上の最適解への近似経路を決定する。

本手法の特徴は、最適解からの誤差が小さく、かつ小規模 FA システムとしての実用の範囲内で計算可能な解が求められる点にある。

本手法を自由曲面の例題に適用し、厳密解との比較の中で適用範囲を明確にした上で、精度・計算時間の両面で十分実用性のあることを明らかにする。

2. 自由曲面上の最短経路決定問題の定式化

本報告で取り上げる問題は、自由曲面上の2加工点間の工具経路の中で、ワーク内を通過せずかつ最短の経路を決定するという問題である。本問題は、先の報告⁽⁷⁾の中で示したので、ここでは定式化のみ示す。

$$(P1) \quad \min_{PQ} L = \min \int_{t_0}^{t_1} \left| \frac{ds}{dt} \right| dt \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{for } \forall s(t) \in \widehat{PQ}, \quad s(t) \in \Omega - E \quad \dots\dots\dots (2)$$

図 1 近似経路決定手順

Fig. 1. Decision procedure of approximate path.

ここで、 t : パラメータ、 $s(t)$: 空間内の点、

t_0 : 制御開始時刻、 t_1 : 制御終了時刻、

$P=s(t_0)$, $Q=s(t_1)$, E : ワーク内の点集合、

L : 2点 PQ 間の移動距離、 Q : 全空間

本報告では、先報同様、パラメータ形式の中でも代表的なベジエ曲面を取り上げる。記述の簡便のため、三次元の座標を X, Y, Z の代わりに X_1, X_2, X_3 と書く、ベジエ曲面は、以下の式で記述される。

$$X_l = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{l+1,j+1}(X_l) J_{n,i}(u) K_{m,j}(W) \quad (l=1, 3) \dots (3)$$

$$J_{n,i}(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} \dots (4)$$

$$K_{m,j}(W) = \binom{m}{j} W^j (1-W)^{m-j} \dots (5)$$

ここで、 B_{ij} : 曲面定義ベクトル、 u, W : $[0, 1]$ の曲面定義パラメータ、 $n(m)$: パラメータ u (W) 方向分割数、 $B_{ij}(x_l)$: 曲面定義ベクトルの X_l 成分 ($l=1, 2, 3$)

B_{ij} はベジエ曲面の制御点 A_{ij} の位置座標である。

なお、以下では座標空間中の点をアルファベット大文

(a) 4 頂点近似

(b) 多頂点近似

(c) 凸部のみの頂点増加 (d) 凸部をはずした頂点増加

図 2 近似多面体の構成

Fig. 2. Structuring of approximate polyhedron.

字で (例えば A_{11}, P), 2点 H_i, H_{i+1} 間の線分の長さを $|H_i H_{i+1}|$ で、点 H_i から H_{i+1} へのベクトルを $\vec{H_i H_{i+1}}$ で記述する。ベジエ曲面の制御点の空間配置として本論文では、最もよく利用されるメッシュ状の配置を前提とする。また、説明を簡便にするためベジエ曲面の4端点(制御点 $A_{11}, A_{21}, A_{31}, A_{41}$)は同一平面上にあるものとするが、この前提は以下の定式化には入らない。

上記ベジエ面上での最短経路決定問題の厳密解求解に対しては、前報⁽⁷⁾での検討から大形計算機で数分の時間を必要とすることが明らかになった。本報告で対象とする小規模 FA システムで利用するワークステーションは大形計算機に比べて計算速度が 1/10 以下である。従って、実用に供するためには、数%以下の経路長増加であれば、厳密な最適性は犠牲にしても計算効率を上げる必要がある。

以上の検討を基に、以下最適経路への近似経路決定手順を示す。

3. 最短経路への近似経路決定法

本論文では、近似経路決定の基本的考え方として多面体上の2点間の最短経路は短時間で求められる点に着目する。近似経路決定の手順(図1)として(a)自由曲面を多面体で近似、(b)近似多面体上での最短経路を求め、(c)得られ経路を補正して自由曲面上の近似経路を求める。本手順では、自由曲面上の最短経路を見付けられるという保証はない。しかし、経路を短時間で見出せるという利点がある。また、多面体の近似度が良ければ自由曲面上の最短経路に大きく劣らない経路を見付けることができると考えられる。

〈3.1〉 自由曲面近似多面体の構成

【近似法の検討】 自由曲面を多面体で近似する方法のうち、自由曲面を包含する多面体で近似する方法では、多面体上で求めた解が「自由曲面と衝突しない」という条件を自動的に満たす。しかし、自由曲面との距離が小さい、つまり近似度の高い平面を見付けるためには、複数回の最適化計算を要するため短時間で近似度の高い多面体を構成するのが困難である。一方、自由曲面上の点で構成される多面体で近似する方法は、前記方法に比べ容易に近似度の高い多面体を見付けることができる。この方法では、得られた経路が自由曲面と衝突する可能性があるため、そのチェックと補正が必要となるが、線と面の間の干渉チェックであるため、その計算量は大きくないと考えられる。以上の検討から、本論文では後者の方法を取る。

【近似誤差の検討】 近似多面体上の最適解を自由曲面上の最適解に近づける方策として、多面体の自由曲面への近似度を上げる。近似度（または近似誤差）の指標として本論文では、多面体と自由曲面の最大離反距離（図2(a)の L_0 ）を考える。 L_0 を小さくする方法として、多面体の次元を上げる、つまり多面体の面の数を増やすことが考えられる（図2(b)）。しかし、このとき必然的に2加工点（図2 H_1 と H_4 ）間に存在する面の数が増え、以降の多面体上での最短経路決定の計算量が大きくなる。この欠点を避けるために、自由曲面の曲率変化の大きい所のみ多面体の頂点の数を増す。メッシュ状の制御点配置の場合ベジエ曲面は1価関数であり、ベジエ曲面で自由曲面の曲率変化の大きい所とは、図2(b)の H_3 のような凸部または凹部である。ここで、凸部および凹部の頂点 R_1, R_2 を以下のように定義する。

凸部 (R_1)

$$\begin{aligned} \left(\frac{dX_3}{dX_1} \right)_{R_1} &= \left(\frac{dX_3}{dX_2} \right)_{R_1} = 0 \\ \text{かつ} \quad \left(\frac{d^2X_3}{d^2X_1} \right)_{R_1} &< 0 \quad \text{and} \quad \left(\frac{d^2X_3}{d^2X_2} \right)_{R_1} < 0 \\ &\dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

凹部 (R_2)

$$\begin{aligned} \left(\frac{dX_3}{dX_1} \right)_{R_2} &= \left(\frac{dX_3}{dX_2} \right)_{R_2} = 0 \\ \text{かつ} \quad \left(\frac{d^2X_3}{d^2X_1} \right)_{R_2} &> 0 \quad \text{or} \quad \left(\frac{d^2X_3}{d^2X_2} \right)_{R_2} > 0 \\ &\dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

凸部・凹部に多面体の頂点を多く置く効果は、例えば、図2(c)で、点 H_2, H_2', H_3, H_3' による近似は良い近似となるが、凸部の頂点を外した場合（図2(d)）

の点 H_1', H_2, H_3, H_3' 、近似度が落ちることからも明らかである。多面体上での最短経路を求めた後、衝突回避条件を満たすよう、解を補正する必要があるが、近似度の悪い場合は、図2(d)の一点鎖線のように、経路がワーク表面から離れて、経路距離が長くなる可能性が強い。

自由曲面の凸部・凹部の位置の判定方法は前報⁷⁾で報告しているので、本報では省く。近似多面体の適切な頂点数については、後のシミュレーションの中で明らかにする。

〈3.2〉 近似多面体上での最短経路決定 手順の第2ステップとして、前章で決定した近似多面体上での最短経路を求める。このとき、経路は線分の連続したものとなる。そこで、第2章で規定した $P1$ に対して、近似多面体上での最短経路決定問題は以下のように記述される。

($P2$)

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & L \\ & C(t_1), \dots, C(t_n) \end{aligned}$$

$$= \text{Min}_{C(t_1), \dots, C(t_n)} \sum_{i=0}^n |\overline{C(t_i)C(t_{i+1})}| \dots (8)$$

$$\text{for } \forall i, C(t_i) \in Q - R' \quad (i \neq 0, n+1) \dots (9)$$

$$t_{i+1} - t_i = \Delta \dots\dots\dots(10)$$

$$R' = R - R'' \dots\dots\dots(11)$$

$$C(t_0), C(t_{n+1}) \in R'' \dots\dots\dots(12)$$

$C(t_i)$: 時刻 t_i における通過点, Δ : 微小時間

間間隔, R : 近似多面体の点の集合, $R'(R'')$:

近似多面体の内部（表面）の点の集合

上記 $P2$ を解くため、(1)通過する辺の組み合わせを決め、(2)各辺での工具経路の通過位置を決定するという手順をとるが、(1)ですべての辺の組み合わせを考えると、計算量は膨大なものになると考えられる。そこでワークステーションで実行可能な範囲に計算量を減らすため、先ず次に示す補助問題 $P3$ を解き、その解を利用した発見的ルールを用いて $P2$ の解の存在範囲を限定した後、 $P2$ を解くという手順をとる。

($P3$)

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & L \\ & C(t_1), \dots, C(t_n) \end{aligned}$$

$$= \text{Min}_{C(t_1), \dots, C(t_n)} \sum_{i=0}^n |\overline{C(t_i)C(t_{i+1})}| \dots (13)$$

$$\text{for } \forall i, C(t_i) \in V \quad (i=0, \dots, n+1) \dots (14)$$

$$t_{i+1} - t_i = \Delta \dots\dots\dots(15)$$

V : 近似多面体辺上の点の集合 ($V \subset R''$)

$P3$ は、 $P2$ の解の取り得る範囲を近似多面体の辺に限定したものである。つまり、 $P3$ の解は $P2$ の制約条件を満足した $P2$ の実行可能解の1つである。

P3 は、ネットワーク問題の1つであり、ネットワーク法（例えば、ダイクストラ法）を利用して解くことができる。4×4 のベジエパッチの場合、多面体の頂点の数を制御点の数と等しくしたとき、ノード数は16、アローの数が50程度であり、ネットワーク問題としては小規模なもので、求解に要する計算量は小さい。

〈最短経路の通過範囲限定〉 本論文では P2 の解 $A_2 = \{l_i^* (i=1, \dots, m)\}$ は P3 の解 $A_3 = \{h_i^* (i=1, \dots, n)\}$ の近傍にあると予測する。つまり、 l_i^* が h_i^* または h_i^* により規定される辺を通過するという前提を置く。具体的には、次のルールを設定する。

〔ルール A〕 P2 の解は、P3 の解の一部である辺または、その辺により次の二つの基準から決定される辺を通過する。

- P3 の解の通過した頂点を端点とする辺。
- 上記(a)で選択された辺のうち、P3 の解の通過辺で囲まれた範囲にある辺。

いま P3 の解として、図3に示すケース ($h_1, \dots, h_8$) を考える。例えば、頂点 H_{12} を P3 の解は通過する。従って、ルール1により、辺 h_1, h_2 および $\overline{H_{12}H_{13}}$ が選択されるが、辺 $\overline{H_{12}H_{13}}$ は通過辺の囲む範囲に入らないためルール2より排除される。つまり、P2 の解の通過範囲は上記選択ルールに対応して図3斜線部に示すように決められる。図3では $h_i (i=1, \dots, 8)$ および $\overline{H_{21}H_{22}}, \overline{H_{22}H_{32}}, \overline{H_{23}H_{33}}$ など実線で示した16の辺が選択される。

なお、このルールの妥当性は次章のシミュレーションの中で示される。

〈3・3〉 近似多面体上の最短経路決定問題の求解

通過可能な辺が決まったという条件の下で、近似多面体上の最短経路を求めるということは、言い換える

図3 P2 解の通過範囲の限定

Fig. 3. Restriction of existing area for solution of problem P2.

と、始点から N 本の線分群を順次通過し、終点に至る最短経路を求めることである。いま、線分 $\overline{A_i B_i}$ における最短経路の通過点を M_i とし、通過位置パラメータとして $s_i (0 \leq s_i \leq 1)$ を以下の式で定義する。

$$s_i = |\overline{A_i M_i}| / |\overline{A_i B_i}| \quad \dots\dots\dots (16)$$

このとき、始点から終点までの距離 $D(s_1, \dots, s_n)$ は、以下の式で記述される。

$$D(s_1, s_2, \dots, s_n) = |\overrightarrow{P M_1}| + \sum_{i=1}^{n-1} |\overrightarrow{M_i M_{i+1}}| + |\overrightarrow{M_n Q}| \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{M_i M_{i+1}} &= \overrightarrow{A_i A_{i+1}} + \overrightarrow{A_{i+1} B_{i+1}} s_{i+1} \\ &\quad - \overrightarrow{A_i B_i} s_i \\ \overrightarrow{P M_1} &= \overrightarrow{P A_1} + \overrightarrow{A_1 B_1} s_1 \\ \overrightarrow{M_n Q} &= \overrightarrow{A_n Q} - \overrightarrow{A_n B_n} s_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

P : 始点, Q : 終点, $|\overline{A_i B_i}|$: ベクトル $\overline{A_i B_i}$ の長さ

従って、最短経路問題 P2 は、以下のように記述される。

$$\begin{aligned} \text{Min } D \text{ for } \forall i, 0 \leq s_i \leq 1 \quad (i=1, \dots, n) \\ s_1, s_2, \dots, s_n \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (19)$$

(17)式を展開すると以下のように漸近的にパラメータ s_i が求められる (以下の式の誘導は付録に示す)。

$$s_i = \begin{cases} \frac{-h_2 \pm \sqrt{h_2^2 - h_1 h_3}}{h_1} & (h_1 \neq 0) \\ -\frac{h_3}{2h_2} & (h_1 = 0, h_2 \neq 0) \\ 0 & (h_1 = h_2 = 0) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$s_{i+1} = \frac{-g_2 \pm \sqrt{g_2^2 - g_1 g_3}}{g_1} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$h_1 = a_1 c_0^2 - a_1^2 e_1 - a_1 d_1^2 - e_0 a_1^2 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$h_2 = -c_0^2 d_1 + a_1 c_0 e_1 - d_1^2 c_0 + a_1 e_0 d_1 \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$h_3 = c_0^2 e_1 - d_1^2 e_0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$g_1 = f_3 a_{i+1} - b_i^2 f_1 \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$g_2 = c_i f_3 - b_i d_i f_i - b_i f_2 \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$g_3 = -d_i^2 f_1 - 2d_i f_2 + e_i f_3 + f_4 \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$f_1 = a_1 s_i^2 + 2(-b_{i-1} s_{i-1} + c_{i-1}) s_i + (a_{i-1} s_{i-1}^2 - 2d_{i-1} s_{i-1} + e_{i-1}) \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$f_2 = s_i \{ (-b_{i-1} s_{i-1} + c_{i-1})^2 - a_i (a_{i-1} s_{i-1}^2 - 2d_{i-1} s_{i-1} + e_{i-1}) \} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$f_2 = \{a_i s_i + (-b_{i-1} s_{i-1} + c_{i-1})\}^2 \dots\dots (30)$$

$$f_4 = a_i s_i f_2 \dots\dots\dots (31)$$

$$a_i = \overrightarrow{A_i B_i} \cdot \overrightarrow{A_i B_i}, \quad b_i = \overrightarrow{A_i B_i} \cdot \overrightarrow{A_i B_{i+1}} \dots\dots\dots (32)$$

$$c_i = \overrightarrow{A_{i+1} B_{i+1}} \cdot \overrightarrow{A_i A_{i+1}}, \quad d_i = \overrightarrow{A_i B_i} \cdot \overrightarrow{A_i A_{i+1}} \dots\dots\dots (33)$$

$$e_i = \overrightarrow{A_i A_{i+1}} \cdot \overrightarrow{A_i A_{i+1}}, \quad A_0 = P, \quad A_{n+1} = Q \dots\dots\dots (34)$$

$$c_n = 0, \quad d_0 = 0, \quad e_0 = \overrightarrow{P A_1} \cdot \overrightarrow{P A_1} \dots\dots\dots (35)$$

〈3・4〉 自由曲面上の近似経路決定問題の求解

近似多面体上の最短経路から自由曲面上の近似経路を決定するためには、(a)蛇行路の補正、(b)曲面との衝突部補正を行う必要がある。

(1) 蛇行路の補正 近似多面体上の最短経路が凹部を通過する場合 (図4 H_2, H_3, H_4) を考える。このとき、点 H_2 と点 H_4 を直接結ぶ経路のほうが明らかに点 H_2, H_4 間の距離は短くなる。そこで、この‘蛇行部’を補正して、多面体に沿った最短経路から多面体上の2点間の最短経路を求める必要がある。補正の手順として、まず各線分間の傾きを始点に向けて順次チェックし、蛇行部ではベクトル $\overrightarrow{H_i H_{i+1}}$ のZ成分が負から正へ変わるという条件を用いて、蛇行部 (図4 H_3) を検出する。次に、蛇行部の補正のために、蛇行部頂点の両側の頂点 (図4 H_2, H_4) を結び、更にその部分が依然として蛇行しているかをチェックし、蛇行がなくなるまでこの手順を繰り返す。

(2) 曲面との衝突回避 前節で述べたように、近似多面体上の経路は、自由曲面を持つワークと衝突している可能性がある。そこで、経路がワークとの衝突防止条件を満たすかをチェックし、満たさない場合は、ワークと衝突している部分を検出し、その部分についてワーク外へ移動させるという形で近似多面体の経路の補正を行う。

衝突の検出は端点での線分と曲線の傾きをみればよい。いま、端点での線分の単位ベクトルを $\mathbf{O}$ 、曲面のこう配の単位ベクトルを $\mathbf{E}$ 、また端点での曲面の法線

図4 蛇行部の補正

Fig. 4. Revision of concave part in device path.

ベクトルを $\mathbf{N}$ とする (図4)。法線は以下の式で求められる。

$$\mathbf{N} = \frac{\partial \mathbf{E}(u, W)}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{E}(u, W)}{\partial W} \dots\dots\dots (36)$$

u, W : 曲面定義パラメータ

このとき、以下の条件を線分の両端で満足しない場合衝突が発生している。

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{P} < 0 \dots\dots\dots (37)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} - \mathbf{O} \dots\dots\dots (38)$$

移動距離を求めるため、まず、線分と曲線の最大離反距離 L_0 (図4) を求める。衝突発生ケースとしては、線分全体がワーク内にある場合 [図5 (a)] と、一部がワーク内にある場合 [図5 (c)] があるが、いずれも端点での線分と曲線の傾きから明らかになる。ベジェ曲面の閉包性⁽¹⁾からワークと線分が図5 (d) のように2回以上交差することはない。従って、線分と曲面の最大離反距離は曲面こう配が線分と平行になる点で起こる。そこで、条件 (37) を満足していない端点から順次曲面上を探索して最大離反となる点を見付けることができる。

経路の移動は線分と曲線の最大離反距離だけ行う。このとき、工具経路はむだな経路をなくすため、端点 (図4 H_1) から端点における曲面のこう配方向に進み、上記移動経路にぶつかった点 (図4 K_{11}) から移動経路に移る。反対側の端点についても同様である。つまり経過点 K_{ij} は以下の式で求められる。

$$K_{ij}(x_i) = H_{ij}(x_i) + \frac{L}{\sqrt{1 - (\mathbf{E}_{ij} \cdot \mathbf{O}_{ij})^2}} \mathbf{E}_{ij}(x_i) \quad (i=1, 2, 3) \dots\dots\dots (39)$$

$$H_{ij}(x_i) = \begin{cases} H_i(x_i) & (j=1) \\ H_{i+1}(x_i) & (j=2) \end{cases} \dots\dots\dots (40)$$

図5 ベジェ曲面との衝突補正

Fig. 5. Revision of collision with bezier surface.

図 6 蛇行路補正経路

Fig. 6. Revision path of concave part.

表 1 シミュレーションパラメータ

Table 1. Simulation parameters.

項 目	値
ベジエパッチ 1辺の長さ	3
工具経路端	始点 $P=(0,0,0)$ 終点 $Q=(3,3,0)$
制 御 点	$A_{ij}=(i,j,k)$ $i=0,1,2,3$ $j=0,1,2,3$

4. 提案手法の評価

前章で示した提案手法の有効性を、(a)短絡法の効果、(b)厳密解および直方体近似との比較、(c)近似多面体の頂点数での比較、の3点で評価する。

〈4・1〉 適用対象 対象ベジエ曲面として、第2章で示した前提条件の下で次のケースを設定した。

- (a) 曲面は 4×4 の 16 制御点とする。
- (b) 始点、終点ともベジエパッチの端点とする。

適用対象の具体的な数値を表1に示す。

〈4・2〉 シミュレーション結果

(1) 短絡法の効果 以下のベジエ曲面定義ベクトルより生成される凹部のある曲面に提案手法を適用した。

$$B_{22}=(1,1,3), B_{23}=(1,2,6), B_{34}=(2,3,-3)$$

$$B_{43}=(3,2,-6)$$

上記以外は $B_{ij}=(i-1, j-1, 0)$ ($1 \leq i, j \leq 4$)

結果を図6、図7に示す。図6は、経路のXY平面への投影図、図7は、経路 $PK_1K_2K_3K_4Q$ に沿った

図 7 蛇行路補正効果

Fig. 7. Revision effect of concave part.

断面図である。なお、経路 $PK_1'K_2'K_3'K_4'Q$ は経路 $PK_1K_2K_3K_4Q$ と同一断面上にはないが図7では便宜上、経路 $PK_1K_2K_3K_4Q$ と同一断面に投影して表示している。多面体上の解を衝突補正した経路 l_2 に対して、提案手法の解 l_3 は、約 14% の短縮化を図っている。従来の直方体近似法に比べた短縮率は 44% であった。

図7内の表から明らかなように、計算時間は厳密解に比べ約 30 分の1であり、ワークステーション上で十分利用できる範囲である。

(2) 厳密解との比較 ベジエ曲面の形状と提案手法の有効性の関係を明らかにするため、制御点の高さを変化させ、始点と終点の間に種々の形状の凸部を設定したシミュレーションを行った。対象ベジエ曲面として、ベジエ曲面の 16 制御点のうち、中央の 4 制御点 ($A_{22}, A_{23}, A_{32}, A_{33}$) の高さを7段階 (0~6) に変化させ (合計 2,401 ケース)、提案手法による経路長と厳密解の経路長の比で評価した。

まず、4点のうち1点 A_{22} のみを変更した場合(その他の制御点はすべて (0,0,0) の結果を、図8に示す。1制御点の高さを上げていくことは、その制御点の下付近に存在する凸部の高さを上げることに対応する。図8より明らかなように、制御点の高さが高くなるにつれた提案手法の厳密解からの誤差は大きくなる。つまり、近似多面体の近似度は頂点が高くなるにつれて落ち、補正による誤差が増加する。特に、制御点の高さがベジエパッチの1辺 (例では3) より大きな所 (図8では5以上) で、厳密解との誤差が急激に

大きくなる。

次に、中央の4制御点の高さを同時に変えてシミュレーションを行った。シミュレーションは(上記シミュレーションと同様に)各制御点の高さを7段階に変えた4⁷通りのケースについて行った。この4⁷通りのケースを表2に示す6グループに分け、各ケースでの厳密解に対する比率の最大値でシミュレーション結果を評価した。評価結果を図9に示す。

傾向としては、1制御点変更の場合と同様、制御点を高くするほど誤差が大きくなるが、

(a) 制御点の高さがベジエパッチの1辺(ここでは3)以下の場合は、誤差が5%以下に押えられるが、

(b) 制御点の高さがベジエパッチの1辺以上の場合は誤差が急増する。

ただし、各ケースの誤差は、必ずしも制御点の高さが最高の場合ではない。例えば制御点最大高さ4のグループCでは、制御点高さが[4, 4, 4, 4]の場合は、なだらかな凸部が形成されるため、近似誤差は少ない。最大誤差を生むケースは、4制御点の高さが[4, 4, 0, 4]の場合である。つまり、凸部とそうでない部分の差が大きいほど凸部が急になるため近似誤差は大きくなる。

以上の結果から、本手法は、制御点の高さがベジエパッチの1辺より小さい範囲で利用すべきである。

(3) 頂点数の増加 4制御点高さ変更の各グループに対して、それぞれ凸部頂点と制御点メッシュの間に4つの頂点を追加したシミュレーションを行った(例えば、図6で凸部頂点 R_1 に対して $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_3, \bar{A}_4$ を追加)。結果を図9に合わせて示す。4点の追加

図8 提案手法の誤差(1)

Fig. 8. Error in proposed procedure (1).

表2 シミュレーションケースの分類

Table 2. Classification of simulation cases.

グループ名	グループの内容・ケース	ケースの数
a	4制御点 ^{a1} の高さがすべて1以下のケース	8 (=2 ³) ^{a1}
b	4制御点の高さがすべて2以下のケース(但し、グループaのケースを除く)	73 (=3 ⁴ -2 ⁴)
c	4制御点の高さがすべて3以下のケース(但し、グループbのケースを除く)	175 (=4 ⁴ -3 ⁴)
d	4制御点の高さがすべて4以下のケース(但し、グループcのケースを除く)	369 (=5 ⁴ -4 ⁴)
e	4制御点の高さがすべて5以下のケース(但し、グループdのケースを除く)	671 (=6 ⁴ -5 ⁴)
f	4制御点の高さがすべて6以下のケース(但し、グループeのケースを除く)	1,105 (=7 ⁴ -6 ⁴)

(注) *1: ここで4制御点とは $A_{22}, A_{23}, A_{32}, A_{33}$

*2: ここでは左右・前後対象のケースも違うケースとする。これらを同一とすれば6通り。他のケースも同様。

図9 提案手法の誤差(2)

Fig. 9. Error in proposed procedure (2).

により、6グループすべての場合経路誤差を5%以下にすることができる。つまり、4頂点増加により、ベジエパッチの1辺(例えば、制御点 A_{11} と A_{14} の間の距離)の2倍程度までは、本手法が適用可能である。

以上の点から、提案手法は精度、計算時間の両面で十分実用性があるものと考えられる。

5. 結 言

本論文では、加工対象が自由曲面特にベジエ曲面を有する場合の小規模FAシステムにおけるPTP制御実用化のため、最短経路への近似経路決定法を提案した。経路決定にあたっては、曲面を多面体で近似し、この多面体上の最短経路を補正して曲面上の2点間近似経路を決定する。多面体近似の際、ベジエ曲面上の凸部周辺に頂点数を増すことにより近似精度の向上を図っている。多面体上の最短経路決定にあたっては、

解の存在範囲を発見的ルールによって縮めて計算時間の短縮を図り、二次計画法によって解を求める。

本手法の特徴は、多面体近似および発見的ルールの導入により、短時間で厳密解に比べ大きく劣らない工具経路を決定することが可能な点にある。

本手法をプログラム・コード化することにより、その精度確認および所用計算時間の検討を行った結果、(1)計算誤差はベジェ曲面の制御点の高さがベジェ曲面パッチ1辺の長さより低い範囲内では5%以下のオーダーである、(2)本論文で対象とする近似経路の決定はFA用計算機で行うが、その際の計算時間は、4×4の標準ベジェ曲面においても、FA用計算機使用上無理ない範囲であることが明らかになった。提案手法によるタクトタイムの減少により、生産性の向上ひいてはコスト低減を図ることが可能となる。シミュレーション例のような3～4割のタクトタイムの減少が5%以上のコスト低減につながるケースもある。

なお、解の収束性あるいは、一般のスプライン関数など種々の形状のワークへの適用性の検討、などの技術課題が残されている。

最後に、本研究を進めるにあたり日頃御指導いただいている日立システム開発研究所長 川崎 淳博士、御検討いただいた、同所 宮岡伸一郎博士をはじめとする関係者のかたがたに深く感謝いたします。

(昭和62年4月2日受付、同11月6日再受付)

文 献

- (1) 山口：形状処理工学〔1〕、〔2〕日刊工業新聞社(昭57)
- (2) 例えば、稲垣：「産業ロボット入門」、電子化ブックス、pp. 132 (昭58)
- (3) R. A. Brooks: "Planning Collision Free Method for Pick and Place Operation", MIT AI Memo. No. 725 (1983)
- (4) B. K. Kim, et al.: "Minimum-Time Path Planning for Robot Arms and Their Dynamics", IEEE. Trans. Syst. Cyber., SMC-15, pp. 213 (1985)
- (5) G. T. Peters: "Interactive Computer Graphics Application of Parametric Bi-Cubic Surface to Engineering Design Problem", North Holland (1983)
- (6) 熊本、他：「グラフィック・ロボット教示システム」、昭和60年度電気情報関連装置大会
- (7) 矢島、他：「自由曲面加工における加工点間最短経路決定法」、電学論C (投稿中)

付 録

多面体上の最短経路決定 本文中式(17)で与えられた多面体上の2点(P, Q)の間の経路距離Dをパラメータ s_i で微分すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial s_1} &= \frac{\overrightarrow{A_1 B_1} \cdot \overrightarrow{A_1 B_1 s_1} + \overrightarrow{A_1 B_1} \cdot \overrightarrow{P A_1}}{|P M_1|} \\ &\quad + \frac{\overrightarrow{A_1 B_1} \cdot \overrightarrow{A_1 B_1 s_1} - \overrightarrow{A_1 B_1} \cdot (\overrightarrow{A_2 B_2 s_2} + \overrightarrow{A_1 A_2})}{|M_1 M_2|} \\ \frac{\partial D}{\partial s_i} &= \frac{\overrightarrow{A_i B_i} \cdot \overrightarrow{A_i B_i s_i} + \overrightarrow{A_i B_i} \cdot (-\overrightarrow{A_{i-1} B_{i-1} s_{i-1}})}{|M_{i-1} M_i|} * \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &* \frac{\overrightarrow{A_{i-1} A_i}}{|M_i M_{i+1}|} + \frac{\overrightarrow{A_i B_i} \cdot \overrightarrow{A_i B_i s_i} - \overrightarrow{A_i B_i}}{|M_i M_{i+1}|} * \\ &* \frac{(\overrightarrow{A_{i+1} B_{i+1} s_{i+1}} + \overrightarrow{A_i A_{i+1}})}{|M_i M_{i+1}|} (i=2, \dots, n-1) \\ \frac{\partial D}{\partial s_n} &= \frac{\overrightarrow{A_n B_n} \cdot \overrightarrow{A_n B_n s_n} + \overrightarrow{A_n B_n} \cdot (-\overrightarrow{A_{n-1} B_{n-1} s_{n-1}})}{|M_{n-1} M_n|} * \\ &* \frac{\overrightarrow{A_{n-1} A_n}}{|M_n Q|} + \frac{\overrightarrow{A_n B_n} \cdot \overrightarrow{A_n B_n s_n} - \overrightarrow{A_n B_n} \cdot \overrightarrow{A_n Q}}{|M_n Q|} \end{aligned}$$

ここで、表記を簡略化するため、次のように上記式の s_i の係数を置き直す。

$$\begin{aligned} a_i &= \overrightarrow{A_i B_i} \cdot \overrightarrow{A_i B_i}, \quad a_0 = 0, \quad a_{n-1} = 0 \\ b_i &= \overrightarrow{A_i B_i} \cdot \overrightarrow{A_{i+1} B_{i+1}}, \quad b_0 = 0, \quad b_n = 0 \\ c_i &= \overrightarrow{A_{i+1} B_{i+1}} \cdot \overrightarrow{A_i A_{i+1}}, \quad c_0 = \overrightarrow{A_1 B_1} \cdot \overrightarrow{P A_1}, \quad c_n = 0 \\ d_i &= \overrightarrow{A_i B_i} \cdot \overrightarrow{A_i A_{i+1}}, \quad d_0 = 0, \quad d_n = \overrightarrow{A_n B_n} \cdot \overrightarrow{A_n Q} \\ A_0 &= P, \quad A_{n+1} = Q, \quad e_i = \overrightarrow{A_i A_{i+1}} \cdot \overrightarrow{A_i A_{i+1}} \\ e_0 &= \overrightarrow{P A_1} \cdot \overrightarrow{P A_1}, \quad e_n = \overrightarrow{A_n Q} \cdot \overrightarrow{A_n Q} \end{aligned}$$

このとき、 $i(i \geq 2)$ に対して

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial s_i} &= \frac{a_i s_i + (-b_{i-1} s_{i-1} - c_{i-1})}{\sqrt{a_i s_i^2 + 2(-b_{i-1} s_{i-1} + c_{i-1}) + (a_{i-1} s_{i-1}^2)}} * \\ &* \frac{c_{i-1}}{-2d_{i-1} s_{i-1} + e_{i-1}} + \frac{a_i s_i}{\sqrt{a_i s_i^2 - 2(b_i s_i + d_i)}} * \\ &* \frac{-(b_i s_i + d_i)}{+d_i} s_i + (a_{i+1} s_{i+1}^2 + 2c_i s_{i+1} + e_i) \end{aligned}$$

最短経路 D_n を考えるため、 $\partial D / \partial s_i = 0$ として、この式を s_i について解く。このとき、更に本文中、(22)～(35)に示す置き換えを行うと、

$$g_1 s_{i+1}^2 + 2g_2 s_{i+1} + g_3 = 0$$

従って、

$$s_{i+1} = \frac{-g_2 \pm \sqrt{g_2^2 - g_1 g_3}}{g_1}$$

ただし、

$$\{a_i s_i + (-b_{i-1} s_{i-1} + c_{i-1})\} \{a_i s_i - (b_i s_i + d_i)\} \leq 0$$

一方、

$$\frac{\partial D}{\partial s_1} = \frac{a_1 s_1 + c_0}{\sqrt{a_1 s_1^2 + 2c_0 s_1 + c_0}} + \frac{a_1 s_1 - d_1}{\sqrt{a_1 s_1^2 - 2d_1 s_1 + c_1}}$$

従って、 $\frac{\partial D}{\partial s_1} = 0$ より、

$$h_1 s_1^2 + 2h_2 s_1 + h_3 = 0$$

ゆえに

$$s_1 = \frac{-h_2 \pm \sqrt{h_2^2 - h_1 h_3}}{h_1}$$

ただし、

$$(a_1 s_1 + c_0)(a_1 s_1 - d_1) < 0$$

(i) $h_1 = 0$ のとき、 $s_1 = -(h_3/2h_2)$

(ii) $h_1 = h_2 = 0$ のとき、 $s_1 = 0$

つまり、 s_i は $i=1$ より順次計算される。