誘導電動機速度の最短時間制御

正員 Somboon Sangwongwanich (名古屋大)

正員 石田 宗 秋 (三重大)

正員 大 熊 繁 (名古屋大)

正員 岩 田 幸 二 (豊田工業高等専門学校)

1. ま え が き

近年、誘導電動機はベクトル制御により直流電動機と同等な制御性能が得られるようになり、電動機本体の堅牢性と相まって、様々な分野に普及しつつある。そこでは多くの場合、制御を簡単にするために、二次磁束を一定に保ちながら速度制御を行っている。しかし、定常運転時に一定の二次磁束を維持することは効率の面で不利であり、磁気騒音を低減するためにも電動機の負荷および回転角速度に応じて二次磁束を変えることが望ましい⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾。その際、速応性の悪化を防ぐため、過渡時に二次磁束をトルク成分電流に比例して変える方法⁽¹⁾⁽⁴⁾などが報告されているが、いずれの方法も電動機および駆動電源の特性を十分に考慮していない。速応性が制御系の重要な特性であるので、最高の速応性を得ることのできる二次磁束制御法の開発が望まれる。従来の二次磁束一定制御の場合には速応性の上限を制御系の最大トルクと負荷の慣性から定めることができる。しかし、減磁が行われる場合には、二次磁束の応答性がトルク電流の応答性に比べて遅いため、誘導電動機の定常特性から求める最大トルクで過渡的な特性である速応性の上限を決めることはできない。

この問題に対して、筆者らは駆動電源の容量を考慮した制御系の速応性の最適化を図るため、現代制御理

論に基づく誘導電動機の最短時間制御法を提案し、検討を行った。本制御法は以下のような特長を有する。

(i) 定常運転時に減磁が行われた場合の速度制御系に対して、最も速い速応性が得られる。

(ii) 始動時あるいはインパクト負荷時に本制御法を適用することにより、始動時間および速度回復時間が最短となる。

(iii) 誘導電動機速度制御系について速応性の上限を知ることができる。

(iv) 過渡的に定常特性の最大トルクよりも大きなトルクを発生させることができる。

磁束可変の場合、誘導電動機の状態方程式は非線形となるために、誘導電動機の様々な最適問題は数値解析による検討が多い⁽²⁾⁽³⁾⁽⁵⁾。その結果、最適制御過程における誘導電動機の物理的挙動の把握は困難で、制御の実現も簡単ではない。本論文では、誘導電動機の最短時間制御問題を解析的に解き、実現が容易な最適解を導出する。次に解析解を用いて最短時間制御過程における誘導電動機の挙動の物理的意味を明らかにする。本解析ではすべての変数に対して正規化を行い、解析結果を任意の誘導電動機に適用できるようにする。更に、解析結果の正当性を示すために数値計算を行い、解析結果と比較検討する。最後に最短時間制御系を構成する方法を示し、シミュレーションにより実用性について検討する。

2. 誘導電動機のモデル

駆動電源は、誘導電動機的一次電流を瞬時的に制御できるものとし、誘導電動機の二次側の方程式のみを考慮する。三相誘導電動機を3相/2相変換し、二次磁束ベクトルを d 軸とする回転座標($d-q$ 軸)上における二次側の状態方程式(機械系を含む)を(1)、(2)式に示す。ここでは負荷トルクが頻繁に変化しな

Time-Optimal Velocity Response Control of Induction Motor.
By Somboon Sangwongwanich, Member Muneaki Ishida,
Member (School of Engineering, Mie University), Shigeru
Okuma, Member (School of Engineering, Nagoya University)
& Koji Iwata, Member (President of Toyota College of
Technology).

Somboon Sangwongwanich: 正員, 名古屋大学工学部電気学科

石田宗秋: 正員, 三重大大学工学部電気学科

大熊 繁: 正員, 名古屋大学工学部電子機械工学科

岩田幸二: 正員, 豊田工業高等専門学校校長

い用途を想定し、最短時間制御が行われる短時間の間には負荷トルクを一定と見なす。

$$\frac{d\lambda_{dr}}{dt} = \frac{R_r M i_{ds}}{L_r} - \frac{R_r \lambda_{dr}}{L_r} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{p M \lambda_{dr} i_{qs}}{J L_r} - \frac{T_L}{J} \dots\dots\dots (2)$$

3. 最短時間制御問題の解析

電源容量および電動機保護のため、誘導電動機の電流に制限を与えるのが一般的である。一次電流の振幅の上限を I とするとき、最短時間制御において一次電流の振幅が最大、すなわち I でなければならないことは物理的にわかる。従って一次電流の軌跡は図1のようになり、 d - q 軸上の一次電流成分は(3)、(4)式で与えられる。更に、解析結果を任意の三相誘導電動機に対して適用できるように変数の正規化を行う。正規化された誘導電動機の状態方程式は(5)、(6)式になる。ここで用いる相対変数の定義および物理的意味を表1に示す。この場合、操作変数は一次電流の位相角 ψ となる。

$$i_{ds} = I \times \cos \psi \dots\dots\dots (3)$$

$$i_{qs} = I \times \sin \psi \dots\dots\dots (4)$$

表 1 相対変数の定義

Table 1. The definition of normalized variables.

相対変数の定義	物理的意味
$\hat{\lambda}_{dr} = \lambda_{dr} / M I$	磁束(励磁電流)の割合
$\hat{\omega}_r = J R_r \omega_r / p(M I)^2$	機械的時定数×速度
$\hat{T}_L = T_L / I$	負荷トルク
$\hat{\tau} = \frac{p(M I)(M I / L_r)}{R_r} t / L_r$	瞬時最大トルク
	二次時定数 L_r / R_r を単位とした時間

図 1 一次電流のベクトル図
Fig. 1. Phasor diagram of stator current vector.

$$\frac{d\hat{\lambda}_{dr}}{d\hat{t}} = -\hat{\lambda}_{dr} + \cos \psi \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{d\hat{\omega}_r}{d\hat{t}} = \hat{\lambda}_{dr} \sin \psi - \hat{T}_L \dots\dots\dots (6)$$

〈3・1〉 最短時間制御問題の設定および解析解

速応性を必要とする加減速時に最短時間制御を適用し、終端時にベクトル制御に切り換えることを考える。用途により終端時に $d\omega_r/dt=0$ の条件を必要とする場合は、後述するように、制御法の切り換え時に発生トルクを滑らかに変化させる工夫を施すことによって解決できる。従って、本最短時間制御問題では終端時に $d\omega_r/dt=0$ の条件を用いないことにし、以下のように定式化する。

状態方程式：(5)、(6)式

状態変数： $\mathbf{x}(\hat{t}) = (\hat{\lambda}_{dr}(\hat{t}), \hat{\omega}_r(\hat{t}))$

制御変数： $\phi(\hat{t})$ 無制約

初期状態： $\mathbf{x}(0) = (\hat{\lambda}_0, \hat{\omega}_0)$ ($\lambda_0 \geq 0$)

終端状態： $\mathbf{x}(\hat{t}_f) \in \{(\hat{\lambda}_{dr}, \hat{\omega}_r) | \hat{\omega}_r = \hat{\omega}_r^T\}$

ただし、 $\hat{t}_f$ は終端時刻で ω_r^T は目標回転角速度である。

上述の最短時間制御問題を、最大原理⁽⁸⁾を用いて解き、最適解 $\phi^*(\hat{t})$ を導出する。*は最適解であることを示す。まず、(5)、(6)式の状態方程式に対するハミルトン関数は(7)式で与えられる。

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{p}, \phi) = -1 + p_1(-\hat{\lambda}_{dr} + \cos \phi) + p_2(\hat{\lambda}_{dr} \sin \phi - \hat{T}_L) \dots\dots (7)$$

ここで、 $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$ は $\mathbf{x}$ に対する補助変数で、それが満たす随伴方程式は(8)、(9)式である。

$$\frac{dp_1}{d\hat{t}} = -\frac{\partial H(\mathbf{x}, \mathbf{p}, \phi)}{\partial \hat{\lambda}_{dr}} = p_1 - p_2 \sin \phi \dots\dots (8)$$

$$\frac{dp_2}{d\hat{t}} = -\frac{\partial H(\mathbf{x}, \mathbf{p}, \phi)}{\partial \hat{\omega}_r} = 0 \quad (p_2 \text{ は一定}) \dots\dots\dots (9)$$

$\phi^*(\hat{t})$ 、 $\mathbf{x}^*(\hat{t})$ 、 $\mathbf{p}^*(\hat{t})$ が最適であるための必要条件は次の三つである。

(i) ϕ が無制約であるので

$$\begin{aligned} \frac{\partial H(\mathbf{x}^*, \mathbf{p}^*, \phi^*)}{\partial \phi} &= -p_1^* \sin \phi^* + p_2^* \hat{\lambda}_{dr}^* \cos \phi^* \\ &= 0 \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\therefore \phi^*(\hat{t}) = \tan^{-1} (p_2^* \hat{\lambda}_{dr}^* / p_1^*) \dots\dots\dots (11)$$

(ii) 任意の時刻 $\hat{t} \in [0, \hat{t}_f]$ において

$$H(\mathbf{x}^*, \mathbf{p}^*, \phi^*) = 0 \dots\dots\dots (12)$$

(iii) 本最短時間制御問題は自由端問題であるために終端を決定する横断条件が必要である。図2に示す

図 2 終端状態

Fig. 2. Target set.

ように終端状態を表す直線 L に平行なベクトル a を $(1, 0)$ とし、横断条件は (13) 式となる。

$$p^*(\bar{i}_f) \cdot a = p_1^*(\bar{i}_f) \times 1 + p_2^* \times 0 = 0 \quad \dots (13)$$

$$\therefore p_1^*(\bar{i}_f) = 0 \quad \dots (14)$$

(5), (6), (8) ~ (11) 式より $\phi^*(\bar{i})$ を求めるために $\phi^*(\bar{i})$ に関する 2 階微分方程式を導出し (15) 式を得る。(15) 式 of 非線形微分方程式を解くと (16) 式が得られ、 $\phi^*(\bar{i})$ は (17) 式で与えられる。

$$\frac{d^2 \phi^*}{d\bar{i}^2} = -\cos 2\phi^* \left(3 \frac{d\phi^*}{d\bar{i}} + \sin 2\phi^* \right) \quad \dots (15)$$

$$\frac{d\phi^*}{d\bar{i}} = \sqrt{1 - a \sin 2\phi^*} (1 + \sqrt{1 - a \sin 2\phi^*}) / a \quad \dots (16)$$

$$\left[\frac{\Pi(\phi + \pi/4, 2, \sqrt{2a/(1+a)})}{\sqrt{1+a}} - \frac{\ln(\tan \phi)}{2} \right]_{\phi=\phi^*(0)}^{\phi=\phi^*} = \bar{i} \quad \dots (17)$$

ただし、 $\Pi(\phi, n, k)$ は第三種楕円積分であり、 a は積分定数である。

最適制御変数 $\phi^*(\bar{i})$ は (17) 式に示すような特殊関数であるために、このままの形で実際の制御に用いることは不可能である。しかし、(16) 式は比較的簡単であるので、実時間で $d\phi^*/d\bar{i}$ の積分を行えば、容易に $\phi^*(\bar{i})$ の制御を行うことができる。 $\phi^*(\bar{i})$ を得るには、 $\phi^*(0)$ および a の値を知る必要がある。そこで $\phi^*(0)$ 、

表 2 各変数の初期値及び終端値

Table 2. Initial and terminal values

変数	初期値	終端値
$\tilde{\lambda}_0^*$	$\tilde{\lambda}_0$ (与えられる)	$1/p_2^* + \tilde{\lambda}_L = 1/a/2$
$\tilde{\omega}_0^*$	$\tilde{\omega}_0$ (与えられる)	$\tilde{\omega}_L^*$ (与えられる)
p_1^*	$p_1^*(0)$	0
p_2^*	p_2^* (一定)	p_2^* (一定)
ϕ^*	$\phi^*(0) > 0$ < 0	$\phi^*(\bar{i}_f) = \begin{cases} \pi/2 (\Delta\tilde{\omega}_0 + \tilde{\lambda}_L + \tilde{\lambda}_f > 0) \\ -\pi/2 (\Delta\tilde{\omega}_0 + \tilde{\lambda}_L + \tilde{\lambda}_f < 0) \end{cases}$

a 、更に $p_1^*(0)$ 、 p_2^* を決定する条件式を (5) ~ (17) 式より導出し次に示す。また、各変数の初期値および終端値を表 2 に示す。

$$\Delta\tilde{\omega}_{r0} = \int_{\phi^*(0)}^{\phi^*(\bar{i}_f)} \frac{a^2 \sin^2 \phi d\phi}{\sqrt{1 - a \sin 2\phi} (1 + \sqrt{1 - a \sin 2\phi})^2} - \tilde{T}_L \times \bar{i}_f \quad \dots (18)$$

$$\phi^*(0) = \tan^{-1}(p_2^* \tilde{\lambda}_0 / p_1^*(0)) \quad \dots (19)$$

$$a = 2(1/p_2^* + \tilde{T}_L) \quad \dots (20)$$

$$1 + \tilde{T}_L p_2^* = -p_1^*(0) \tilde{\lambda}_0 + \sqrt{(p_2^* \tilde{\lambda}_0)^2 + (p_1^*(0))^2} \quad \dots (21)$$

ただし、 $\Delta\tilde{\omega}_{r0} = \tilde{\omega}_r^T - \tilde{\omega}_{r0}$

上式において、 $|\phi^*(\bar{i})|$ および $|a|$ の値は $|\Delta\tilde{\omega}_{r0} + \tilde{T}_L \times \bar{i}_f|$ の値によって決まる。 $\Delta\tilde{\omega}_{r0} + \tilde{T}_L \times \bar{i}_f$ の符号の正、負 (無負荷時には加速、減速に対応する) に対して、 $\phi^*(\bar{i})$ および a の符号が正、負となる。

〈3.2〉 解析解に基づく検討

(1) 始動時の解析解 最短時間制御を適用した場合の誘導電動機のみを考察する。まず、 $(\lambda_0, \omega_{r0}) = (0, 0)$ を初期状態とし、目標回転角速度を ω_r^T とした場合の始動時の最適軌跡を Γ_0 とする。次に、 Γ_0 に含まれている任意の状態 (λ_1, ω_{r1}) を初期状態とし、 Γ_0 と同様に目標回転角速度が ω_r^T ($\Delta\omega_{r0} = \omega_r^T - \omega_{r1}$) の場合の最適軌跡 Γ_1 を考える。最適性より Γ_1 は始動時の最適軌跡 Γ_0 の一部であることがわかる。従って、始動時の最適問題の考察結果より初期状態が $(\lambda_0, \omega_{r0}) \neq (0, 0)$ の場合の誘導電動機のみを導くことができる。更に、(18) 式より負荷トルクが存在しても、目標回転角速度との差を次式

$$\Delta\tilde{\omega}_{r0}' = \Delta\tilde{\omega}_{r0} + \tilde{T}_L \times \bar{i}_f \quad \dots (22)$$

のように変更すれば、目標回転角速度との差が $\Delta\tilde{\omega}_{r0}'$ である無負荷問題とみなすことができる。結局、無負荷の始動時のみを考えればよい。

始動時では $\lambda_0 = 0$ であるから (19) 式より $\phi^*(0) = 0$ となり、最適制御変数は次のようになる。

$$\phi^*(\bar{i}) = \int_0^{\bar{i}} \frac{\sqrt{1 - a \sin 2\phi} (1 + \sqrt{1 - a \sin 2\phi})}{a} d\bar{i}$$

ただし、

$$\Delta\tilde{\omega}_{r0} = \int_0^{\pi/2} \frac{a^2 \sin^2 \phi d\phi}{\sqrt{1 - a \sin 2\phi} (1 + \sqrt{1 - a \sin 2\phi})^2} \quad \dots (23)$$

$\phi^*(0)$ が決定されているので、 $\phi^*(\bar{i})$ は a の値により決まる。(23) 式より a の値と $\Delta\omega_{r0}$ の関係をあらか

図 3 始動時における $\Delta\omega_{r,0}$ および a との関係
Fig. 3. Relationship between $\Delta\omega_{r,0}$ and a .

図 4 最適制御変数 $\psi^*(t)$ の軌跡
Fig. 4. Trajectories of the optimal control variable $\psi^*(t)$.

図 5 状態変数の最適軌跡 (励磁電流 $= \lambda_{dr}/M$)
Fig. 5. Optimal trajectories of the state variables (Field current $= \lambda_{dr}/M$).

じめ求めておけば最短時間制御が簡単に実現できる。
図 3 に (23) 式の関係を図示する。様々な $\Delta\omega_{r,0}$ に対して $\psi^*(i)$ の軌跡および状態変数の軌跡を図 4 および図 5 に示す。

(2) 誘導電動機の挙動の物理的意味

(a) $\psi^* = \pi/4$ 付近の挙動 (15) 式より $\psi^* = \pi/4$ のとき $d^2\psi^*/dt^2 = 0$ となり、 ψ^* の時間変化が最小である。このことは図 4 の ψ^* の軌跡からもわかる。図 3 に示すように $\Delta\omega_{r,0}$ が大きいほど a の値が大きくなり、 $d\psi^*/di$ ($\psi = \pi/4$) $= \sqrt{1-a}(1+\sqrt{1-a})/a$ (>0) の値は小さくなる。

上述より最適解 $\psi^*(i)$ の軌跡は $\psi = \pi/4$ 付近に長く存在することがわかる。次にその物理的意味を考える。ある目標速度までの最短時間制御問題は、ある一定時間内における発生トルクの時間積分が最大となるような最適制御問題と見ることができる。更に、 $\psi = \pi/4$ は定常状態において最大トルクを発生する一次電流の位相角である。従って、最適解 $\psi^*(i)$ が $\pi/4$ 付近に長く存在することは大きなトルクを得ようとしていることを意味する。

(b) $\psi^*(t_f) = \pi/2$ の意味 二次磁束 λ_{dr} が最大 (λ_{max}) となる一次電流の位相角、および時刻をそれぞれ ϕ_{max} , t_2 とする。図 6 のように一次電流の位相角を ϕ_{max} から $\pi/2$ まで瞬時的に動かせば斜線の部分のトルクが更に得られる。これは位相角を ϕ_{max} に固定するよりも、位相を更に進ませる方が (t_2, t_f) 内のトルクの時間積分を大きく取りうることを表している。最適解 $\psi^*(t)$ のように位相角を ϕ_{max} から $\pi/2$ まで動かすことは、二次磁束を減らすことになるが、位相角を ϕ_{max} に固定し二次磁束を最大に保つ場合よりも (t_2, t_f) 内のトルクの時間積分が大きいことを次に示す。トルク $T_e = pM\lambda_{dr} \times i_{qs}/L_r$ であることを考慮して、

(i) $t = t_2$ において

$$\lambda_{max} = MI \times \cos \phi_{max}, \quad i_{qs}(t_2) = I \times \sin \phi_{max}$$

∴ トルク

$$T_e(t_2) = p(MI)^2 \sin 2\phi_{max} / 2L_r$$

(ii) $t = t_f$ において

$$\psi^*(t_f) = \pi/2 \quad \text{すなわち} \quad i_{qs}(t_f) = I$$

図 6 ϕ を ϕ_{max} から $\pi/2$ まで瞬時に移動させたときの発生トルク

Fig. 6. Torque developed at the instant of moving ϕ instantaneously from ϕ_{max} to $\pi/2$.

$$\lambda_{dr}^*(t_f) = MI/p_2^* + T_L \times L_r / pMI$$

∴ トルク

$$T_e(t_f) = p(MI)^2 / (L_r \times p_2^*) + T_L$$

ここで、(5)、(7)式において

$$H(\mathbf{x}^*, \mathbf{p}^*, \phi^*)|_{t_2=0}$$

$$\left. \frac{d\lambda_{dr}}{dt} \right|_{t_2} = 0$$

の条件を用いれば

$$T_e(t_f) = T_e(t_2) \dots\dots\dots (24)$$

が得られる。更に、 $t=t_2$ および $t=t_f$ における $d\lambda_{dr}^*/dt$, di_{dr}^*/dt (または $d\phi^*/dt$) の値を調べることで次式が得られる。

$$\left. \frac{dT_e}{dt} \right|_{t_f} < 0, \left. \frac{dT_e}{dt} \right|_{t_2} > 0 \dots\dots\dots (25)$$

(24)、(25)式を図7のように表すことができ、位相角を $\phi_{\max}$ に固定する場合よりも斜線部分だけ大きなトルクが得られる。前述のように二次磁束は減少するが、磁気エネルギーの減少を許した結果、トルク成分電流が増加し最大のトルクの時間積分が得られる。

以上の結果より、 $[0, \pi/2]$ の位相区間、あるいは $[0, t_f]$ の区間を次の三つの区間に分割ができる。

- 1) $\phi \in [0, \pi/4]$ あるいは $t \in [0, t_1]$ トルクを発生しながら必要な二次磁束を確保する。
- 2) $\phi \in [\pi/4, \phi_{\max}]$ あるいは $t \in [t_1, t_2]$ 大きなトルクを発生し、電動機を大きく加速する。
- 3) $\phi \in [\phi_{\max}, \pi/2]$ あるいは $t \in [t_2, t_f]$ 二次磁

図7 最適軌道上の発生トルク

Fig. 7. Torque developed on the optimal trajectory.

図8 最短時間制御時のエネルギーの流れ

Fig. 8. Energy flow under the time-optimal control process.

束の減磁により最大のトルクの時間積分を得る。

各々の区間におけるエネルギーの流れを図8に示す。

〈3・3〉 数値計算による検討 図9に始動時における数値計算結果の一例を示す ($\Delta\omega_r=600$ rpm, 無負荷: 図3の点 x に対応する)。計算アルゴリズムを図10に示す。 $[0, t_1]$ 区間では大部分の一次電流による入力エネルギーは二次磁束を増やすのに使われ、電動機の加速はわずかである。この区間の終りには二次磁束の確保はほぼ完了し、次の区間に入る。

$[t_1, t_2]$ 区間において電動機が大きく加速され、回転角速度が急激に上昇することがわかる。また、この区間において二次磁束の増加は少なく、大部分の入力エネルギーは機械エネルギーに変換される。

$[t_2, t_f]$ では二次磁束が減少していることがわかる。

図9 始動時における数値解 ($\Delta\omega_r=600$ rpm)

Fig. 9. Numerical analysis results at startup ($\Delta\omega_r=600$ rpm).

図 12 始動時のシミュレーション結果
Fig. 12. Simulation results for startup.

図 13
比例ゲイン K_p 対速度偏差 $\Delta\omega_r$ の関係

Fig. 13. Proportional gain versus speed error.

度曲線が角を持つようになった。用途によってはこのような特性は好ましくない。この問題の解決方法の一つとして(26)式および図 13 に示すように速度制御の比例ゲインを速度偏差に比例させ、発生トルクの不連続を防ぐ方法が考えられる。

$$K_p = \begin{cases} \frac{i_{qs}(\xi) - i_{LOAD}}{\varepsilon^2} \Delta\omega_r & \text{if } K_p > K_p' \\ = K_p' & \text{if } K_p \leq K_p' \end{cases} \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここで、 ξ は制御法を切り換える時刻、 ε は速度偏差のしきい値、 i_{LOAD} は負荷トルクに対応するトルク成分電流、 K_p' は定常状態に設定したい比例ゲインである。この場合は無負荷であるので(26)式の i_{LOAD} は零となる。このときのシミュレーション結果を図 12 (b)に示す。発生トルクおよび速度曲線の変化が滑らかになっていることがわかる。

〈4.2〉通常の加減速制御 初期磁束が零でない

状態から加減速制御を行う場合、 $\Delta\omega_r$ および λ_0 に対する ϕ^* の二次元テーブルが必要である。ここでは制御を簡単化するため、近似的に最短時間制御を行う方法を示す。〈3.2〉(1)で述べたように任意の初期状態に対する最適軌道 Γ_1 は始動時の最適軌道 Γ_0 の一部である(図 14 参照)。従って、図 3 から得られる始動時の軌道 Γ_0 に対応する a の値を用いて軌道 Γ_1 に対する ϕ^* を計算できる。図 14 に示すように軌道 Γ_0 に対応する速度偏差を $\Delta\omega_{r0}$ とする。効率改善および騒音低減のために、励磁電流を小さくするときには $\Delta\omega_{r0} \doteq \Delta\omega_{r0}'$ となる。従って、始動時の制御則(図 3)を用い、 $\Delta\omega_{r0}'$ の代わりに $\Delta\omega_{r0}$ から a の値を求めれば、近似的に $\lambda_0 \neq 0$ の場合の最短時間制御を行うことができる。この場合のシミュレーション結果を図 15 (a)に示す。図 15 (b)には厳密な最短時間制御を行った場合の結果を示す。両者の差は非常に小さく、本近似法でも良好な加減速特性を実現できることがわかる。

〈4.3〉インパクト負荷トルク印加時の制御

ここでは速度一定制御時にインパクト負荷トルクが印加された場合 ($\Delta\omega_{r0}=0, T_L \neq 0$) の制御則を示す。一般的に $\lambda_0 \neq 0$ であるが、〈4.2〉で述べた近似法を用いれば $\lambda_0=0$ と考えても差し支えない。従って、 $\Delta\omega_{r0}=\lambda_0=0$ とし(16), (18), (19)式および表 2 より T_L 対 a の関係を求めると図 16 のようになる。この関係を用いて最短時間制御を行った場合のシミュレーション結果を図 17 に示す。インパクト負荷に対して回転速度が速やかに回復して目標速度に達することがわかる。ただし、このときの ε の値は 5 rpm である。この制御法では負荷トルクの値を知る必要があるが、実際には負荷トルクを直接検出できることは少ない。負荷トルクは未知ではあるが、可観測であるのでオブザーバを構成すればその値を推定できる⁽⁹⁾⁻⁽¹²⁾。従って、負荷トルクを既知と仮定しても差し支えないと考えられる。なお、推定の誤差があっても定常状態において閉

図 14
始動時の最適軌道および任意の初期状態に対する最適軌道の比較

Fig. 14. Comparison between optimal trajectory for startup and that for acceleration from arbitrary initial state.

(a) 近似法の場合 (b) 厳密な最短時間制御の場合
I s : 固定子上の一次電流 I D : 励磁電流の大きさ

図 15 初期磁束が零でない状態から加速する場合のシミュレーション結果

Fig. 15. Simulation results for acceleration from non-zero initial state.

Fig. 16. Relationship between normalized load torque and the constant a .

ループ制御となるのでそれによる速度の定常偏差は補償される。また、速度制御の積分器の初期値を負荷トルクに対応するトルク成分電流の値 (i_{LOAD}) に設定し、比例ゲインを前節の(26)式のように可変にすれば発生トルクおよび速度曲線が滑らかに変化する。

5. まとめ

本論文では、効率改善および磁気騒音低減を行う場合の誘導電動機速度制御系の速応性の問題に対し最短時間制御法を提案した。以下にその結果を述べる。

(1) 最短時間制御を行うための制御則を相対変数

図 17
インパクト負
荷トルク時に
対するシミュ
レーション結
果

1 s : 固定子上の一次電流 I D : 励磁電流の大きさ

Fig. 17. Simulation results for the case of impact load being applied.

を用いて導出した。その結果、任意の定数の誘導電動機に本制御法が適用できるようになった。

(2) 最短時間制御が行われる過程について考察を行い、その物理的意味を明らかにした。

(3) 誘導電動機速度制御系の速応性の上限ならびに始動時間の上限を与えた。

(4) 数値計算を行い、解析解の正当性を示した。

(5) 最短時間制御を実現する方法およびそれに付随する問題の解決法を示した。更に、シミュレーションを用いて本制御法の実用性を明らかにした。

(昭和 63 年 1 月 5 日受付)

文 献

- (1) D.S. Kirschen, D.W. Novotny & T.A. Lipo: *IEEE Trans.*, IA-21, No. 3 (1985)
- (2) Heung G. Kim, Seung K. Sul & Min H. Park: *IEEE Trans.*, IA-20, No. 6 (1984)
- (3) J.M.D. Murphy & V.B. Hensinger: *Conf. Rec. Annu. Meeting IEEE Ind., Appl. Soc.* (1982)
- (4) N. Mutoh, H. Nagase, K. Sakai & H. Ninomura: *IEEE Trans.*, IE-33, No. 1 (1986)
- (5) 熊本・秋月: 電学論 B, 106, 45 (昭 61-1)
- (6) 平岡・大熊・岩田: 回転機研究会資料, RM-85-3 (昭 60)
- (7) S. ソンブーン・石田・大熊・岩田: 回転機研究会資料, RM-86-3 (昭 61)
- (8) L.S. Pontryagin et al.: "The mathematical theory of Optimal Process", JOHN WILEY & SONS (1962)
- (9) J.S. Medich & G.H. Hostetter: *INT. J. Control*, No. 3 (1974)
- (10) Tsutomu Ohmae et al.: *Conf. Rec. 1986 Annu. Meeting IEEE Ind. Appl. Soc.*
- (11) Kiyoshi Ohishi et al.: *Conf. Rec. 1985 Annu. Meeting IEEE IECON*.
- (12) 一ノ瀬・小笠原・赤木・難波江: 半導体電力変換研究会資料, SPC-84-15 (昭 59)
- (13) 中野・赤木・高橋・難波江: 電学論 B, 103, 216 (昭 58-3)