共同火力発電プラントへのガス供給最適化

正員 三宮 信夫 (京都工芸繊維大)
 正員 西川 禪一 (京 都 大)
 非会員 秋本 圭一 (川崎製鉄)
 非会員 津田 宗 (富士ファコム制御)
 正員 大久保 昌利 (関西電力)

1. 緒 言

エネルギー多消費形産業において、排エネルギーを回収してこれを有効に利用することによりトータルエネルギーコストを低減させる努力は、これまでも進められてきた。その場合、エネルギー供給源の多様化とエネルギー使用形態および使用量の変動により、その需給調整をオペレータの判断だけで行うことは困難である。そこで、計算機の導入と最適化手法の適用により、計画レベルから実作業レベルに至るきめ細かなエネルギー最適運用がオンラインリアルタイムで実施されるようになった。

最適化手法としては、大規模な問題を扱わねばならないために、従来主として線形計画法が用いられてきた。そのために、多くの場合対象システムは線形計画モデルで表された⁽¹⁾⁽²⁾。しかし、設備やエネルギー源の組合せを考慮したり、実作業上生ずる複雑な制約や要求を取入れようとすると、考察すべき問題は混合整数計画問題としてモデル化される。混合整数計画問題の代表的な解法として分枝限定法があるが、これは整数変数の個数が多くなると生成される部分問題の数も急速に多くなり、大規模な問題に適用するには限界が

ある。従って、オンラインリアルタイムで混合整数計画問題を解くために、最適化アルゴリズムを工夫する必要がある⁽³⁾。

本論文では、製鉄所において各種工程から生ずる副生ガスを火力発電所に最適に供給する問題を考える。この火力発電所は、製鉄所と電力会社の共同出資による会社（以下、共同火力発電所と呼ぶ）であるが、本論文では製鉄所側から実施可能なエネルギー需給運用の最適化を考察する。製鉄所内の生産計画に基づいて発生する残ガス量は、時間的に変動するのでガスホルダに貯えられる。一方、共同火力発電所としては、製鉄所からの高カロリーのガスの安定供給によって、ボイラ燃料の重油を削減することが望まれる。また、ボイラの燃料切換えを頻繁に行うことは避けて、ボイラの運転作業負荷を軽減することが要求される。これらの条件を考慮して、一定時間先までの残ガス量が与えられたとき、共同火力発電所にあらかじめ通告するガス供給量の最適な系列を決定する問題を考える。

従来、ガス供給量の通告値は、オペレータの経験によって決定されてきた。本論文では、計算機の導入によってより合理的な解決を見いだすことを目指している。そのためには、まず第一に上述したような多くの目的と複雑な制約のモデル化が重要である。実プラントへの適用を考えると、現状のオペレータの運用結果と著しく異なる最適解を与えるモデルは受入れられない。数学モデルとしては、一方ではオペレータの運用結果を反映させる解を与え、他方ではオペレータの運用結果よりも優れた解を提示する必要がある。従って目的関数に幾つかのパラメータを含み、これらのパラメータを調整することによって、当初はオペレータに違和感を抱かせないようにし、将来はより最適解を

Optimal Gas Supply for Joint Electric Power Plant. By Nobuo Sannomiya, Member (Kyoto Institute of Technology), Yoshikazu Nishikawa, Member (Faculty of Engineering, Kyoto University), Keiichi Akimoto, Non-member (Mizushima Works, Kawasaki Steel Corporation), Takashi Tsuda, Non-member (Fuji Facom Corporation) & Masatoshi Ookubo, Member (Kansai Electric Power Co. Inc.).

三宮信夫：正員、京都工芸繊維大学

西川禪一：正員、京都大学

秋本圭一：非会員、川崎製鉄(株)

津田 宗：非会員、富士ファコム制御(株)

大久保昌利：正員、関西電力(株)

指向できるような機能を備えることが望ましい。また複雑な制約は線形計画モデルでは不十分で、その解法をも考慮したうえで混合整数計画モデルとして表現する必要がある。

上述した検討の結果、この問題は階段構造をもつ混合整数計画問題として定式化される。その解法として、線形計画問題における Nested Decomposition 法⁽⁴⁾⁽⁵⁾を混合整数計画問題に拡張した分解法⁽⁶⁾を適用する。これより、通告時間ごとに分解された部分問題を繰返し解くことによって、実行可能な準最適解を求めることができる。実操業データに基づいて例題を作成して、大形計算機を用いた数値計算によって、数学モデルの妥当性およびアルゴリズムの性能を検討する。また、現場で用いるプロセス計算機をオフラインで稼働して、オンラインでガス供給計画を作成する能力を評価する。

2. ガス供給システム

製鉄所では、3種類のガス、すなわち高炉ガス(Bガス)、コークス炉ガス(Cガス)および転炉ガスなどの混合ガス(Mガス)が発生する。これらのガスは製鉄所内で使用されるが、残りはガスホルダに貯蔵されるか、または共同火力発電プラントへ供給される。その場合、共同火力側としてはガス供給量は時間的に変動しないことが望ましく、また数時間先(通常8時間先)までのガス供給量を事前を知っておきたいという要求がある。そのために、製鉄所は共同火力に対して事前に将来のガス供給量を通告するように運用上取決められている。

図1に考察するガス供給システムを示す。同図の点

線より左側の部分は、製鉄所内の生産計画に基づいて運用されているので、ここでは点線より右側での最適なガスの運用計画を考える。製鉄所内のガス発生量と使用量は時々大きく変動するが、このバランスはBガスとCガスを混合したMガス量およびガスホルダにおける保有量をもとにして保たれている。3種類のガスはCガス、Mガス、Bガスの順に発熱量が大きく、Mガスは共同火力へ入る直前にBガスに混入される。この結果、Bガスのカロリーが増加するので、Mガス混入を増熱操作と呼ぶ。

図1に示すように、共同火力発電プラントには5缶のボイラがある。1号機および2号機は増熱Bガスと重油を燃料として使用でき、3号機、4号機および5号機は、このほかにもCガスを使用できる。ボイラの燃焼を安定させるためには、増熱Bガスとよりカロリーの高い重油またはCガスを併用する必要がある。よって、3～5号機にCガスを一定量安定して供給することができれば、重油の消費量を削減できる。

重油を用いずにガスのみでボイラを運転することをガス専焼と呼ぶ。ガス専焼は重油燃料の削減として燃料コストの低減につながる。このことを考慮して、ガス通告時間に対応して計画の全期間を T 期に分割し、製鉄所における各期のガスの発生予定量および使用予定量が与えられたとき、 T 期間の利益が最大になるような、ガス供給通告量の系列を決定する問題を考える。

3. 最適化問題の定式化

まず、 t 期($1 \leq t \leq T$)における変数を次のように定義する。なお、同一期中ではガスの流量は一定値であ

図1 ガス供給システム

Fig. 1. Gas supply system.

るとする。

$F_{BR}(t), F_{CR}(t), F_{MR}(t)$: B ガス, C ガスおよび M ガスの発生量と使用量の差(残ガス量) (kNm^3/h)。この値は既知とする。

$V_B(t), V_C(t), V_M(t)$: t 期の最終時刻における B ガス, C ガスおよび M ガスホルダのガス保有量 (kNm^3)。

$F_M(t)$: B ガスおよび C ガスから製造される M ガスの量 (kNm^3/h)。

$F_{BK}(t), F_{CK}(t), F_{MK}(t)$: B ガス, C ガスおよび M ガスの共同火力への供給量 (kNm^3/h)。

次にこれらの変数を用いて, この問題の制約条件および目的関数を次のように定式化する。

(1) ガスホルダに関する制約条件 各ホルダのガス保有量に関して次式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} V_B(t) &= V_B(t-1) + \Delta T(F_{BR}(t) - F_{BK}(t) - \alpha F_M(t)) \\ V_C(t) &= V_C(t-1) + \Delta T(F_{CR}(t) - F_{CK}(t) - (1-\alpha)F_M(t)) \\ V_M(t) &= V_M(t-1) + \Delta T(F_{MR}(t) - F_{MK}(t) + F_M(t)) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに, ΔT : 1 期の時間幅 (h), α : B ガスおよび C ガスから M ガスを製造するときの B ガスの混合比

また, 計画の初期時刻および最終時刻におけるガス保有量は次のように与えられる。

$$V_B(0) = V_B^0, V_C(0) = V_C^0, V_M(0) = V_M^0 \dots\dots\dots (2)$$

$$V_B(T) = V_B^T, V_C(T) = V_C^T, V_M(T) = V_M^T \dots\dots\dots (3)$$

ホルダの保有量には, 上限および下限に制約があり, これを超えて使用することはできない。しかし, 運用の便宜上, 各ガスの上限値を上回る量 (放散量) を V_B^+, V_C^+, V_M^+ , 各ガスの下限値を下回る量 (突下げ量) を V_B^-, V_C^-, V_M^- と定義して, これらの値がゼロになるように計画する。よって, 次の形の上, 下限制約が得られる。

$$\left. \begin{aligned} V_B - V_B^-(t) &\leq V_B(t) \leq \bar{V}_B + V_B^+(t) \\ V_C - V_C^-(t) &\leq V_C(t) \leq \bar{V}_C + V_C^+(t) \\ V_M - V_M^-(t) &\leq V_M(t) \leq \bar{V}_M + V_M^+(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに, V_B, V_C, V_M は各ガスホルダ量の下限值で $\bar{V}_B, \bar{V}_C, \bar{V}_M$ は上限値を表す。

ホルダの保有量は (4) 式の範囲内で変動することが

許容される。しかし, 現実のオペレータの運用結果を参照すると, 通常各ホルダの保有量はなるべく一定に保つように運用されている。その理由は, 時間的に変動するガスの需給状況のもとで突然ガスが不足しても, また過剰になっても, とにかく安心して対処できることを最重点に考えているためである。ここでは, このようなオペレータの経験に基づく運用方針を取り入れることにする。そのために, 各ホルダの保有量の標準値 V_B^s, V_C^s, V_M^s を設定し, 各保有量を標準値からの変動分を用いて次のように表す。

$$\left. \begin{aligned} V_B(t) &= V_B^s + \Delta V_B^+(t) - \Delta V_B^-(t) \\ V_C(t) &= V_C^s + \Delta V_C^+(t) - \Delta V_C^-(t) \\ V_M(t) &= V_M^s + \Delta V_M^+(t) - \Delta V_M^-(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに,

$\Delta V_B^+(t), \Delta V_C^+(t), \Delta V_M^+(t) \geq 0$: 各ガスの標準値からの増加分 (kNm^3)。

$\Delta V_B^-(t), \Delta V_C^-(t), \Delta V_M^-(t) \geq 0$: 各ガスの標準値からの減少分 (kNm^3)。

(2) ガスの流量および熱量に関する制約条件 共同火力のボイラの運用上の制約により, B ガスおよび C ガスの共同火力への供給量には次の制約がある。

$$\left. \begin{aligned} F_{BK} &\leq F_{BK}(t) \leq \bar{F}_{BK} \\ F_{CK} &\leq F_{CK}(t) \leq \bar{F}_{CK} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここに, F_{BK}, F_{CK} : 各ガスの供給量の下限值 (kNm^3/h), $\bar{F}_{BK}, \bar{F}_{CK}$: 上限値 (kNm^3/h)

一方, M ガスの供給量に対する制約は増熱 B ガスのカロリー値に対する制約から生じる。すなわち, B ガスと M ガスを混合する前後における熱量のバランスより, 次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} q_{BK}(F_{BK}(t) + F_{MK}(t)) \\ = q_B F_{BK}(t) + q_M F_{MK}(t) \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここに, q_B, q_M : B ガスおよび M ガスのカロリー (kcal/Nm^3), q_{BK} : 増熱後の B ガスのカロリー (kcal/Nm^3)

q_{BK} には次のような上, 下限制約がある。

$$q_{BK} \leq q_{BK} \leq \bar{q}_{BK} \dots\dots\dots (8)$$

ここに, $q_{BK}, \bar{q}_{BK}$: q_{BK} の下限値および上限値

(7) 式および (8) 式より, 次式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} (q_{BK} - q_B) F_{BK}(t) + (q_{BK} - q_M) F_{MK}(t) &\leq 0 \\ (q_B - \bar{q}_{BK}) F_{BK}(t) + (q_M - \bar{q}_{BK}) F_{MK}(t) &\leq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

(3) 共同火力のボイラにおけるCガス専焼に関する制約条件

(i) ボイラ1缶あたりガス専焼を行うために、最低限必要なCガスの量を F_{CK}^1 とする。ガス専焼は最大限ボイラ3缶まで可能なので、Cガスの量とガス専焼ボイラの缶数 $n(t)$ との間には、次の関係が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} F_{CK} &\leq F_{CK}(t) < F_{CK}^1 && \text{のとき } n(t)=0 \\ F_{CK}^1 &\leq F_{CK}(t) < 2F_{CK}^1 && \text{のとき } n(t)=1 \\ 2F_{CK}^1 &\leq F_{CK}(t) < 3F_{CK}^1 && \text{のとき } n(t)=2 \\ 3F_{CK}^1 &\leq F_{CK}(t) \leq \bar{F}_{CK} && \text{のとき } n(t)=3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

(10)式の関係を線形制約式で表現するために、0-1 整数変数 $n_1(t), n_2(t)$ および $n_3(t)$ を導入する。これより、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} n(t) &= n_1(t) + n_2(t) + n_3(t) \\ F_{CK}(t) &\geq F_{CK}^1 - U[1 - n_1(t)] \\ F_{CK}(t) &\leq F_{CK}^1 - \delta + Un_1(t) \\ F_{CK}(t) &\geq 2F_{CK}^1 - U[1 - n_2(t)] \\ F_{CK}(t) &\leq 2F_{CK}^1 - \delta + Un_2(t) \\ F_{CK}(t) &\geq 3F_{CK}^1 - U[1 - n_3(t)] \\ F_{CK}(t) &\leq 3F_{CK}^1 - \delta + Un_3(t) \\ n_1(t), n_2(t), n_3(t) &= 0 \text{ or } 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 U : 十分大きな定数、 δ : 適当に小さい正の定数

(ii) Cガスの供給量が減ってガス専焼ができなくなった場合には、ボイラの燃料として重油を使用する。このとき、重油に切換えるための作業に一定時間を要し、その作業負荷から考えて、Cガスと重油の切換えを頻繁に行うことは好ましくない。そのためガス専焼を行う場合、最低 $2\Delta T$ 時間は継続できるように計画すべきであり、継続できないならばそれなりのペナルティーが課せられる。また、ガス専焼の缶数が時間的に減少する場合には、1缶ずつ減少すべきであり、一時に複数缶の減少が生ずるときにも大きいペナルティーが課せられる。

この制約を定式化するために、 $n(t)$ の時間的な変化分を表す変数として $m^+(t)$ および $m^-(t)$ を導入する。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} n(t) &= n(t-1) + m^+(t) - m^-(t) \\ m^+(t), m^-(t) &\geq 0 \\ n(0) &= n^0, n(T) = \text{free} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

また、 $n(t)$ の減少数を考慮するために、 $m^-(t)$ を次のように表す。

表 1 整数変数の間の関係

Table 1. Relationship among the integer variables.

k_1	k_2	k_3	m^-	m^+
0	0	0	0	0, 1, 2, or 3
1	0	0	1	0
1	1	0	2	0
1	1	1	3	0

$$\left. \begin{aligned} m^-(t) &= k_1(t) + k_2(t) + k_3(t) \\ k_1(t) &\geq k_2(t) \geq k_3(t) \\ k_1(t), k_2(t), k_3(t) &= 0 \text{ or } 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

更に、(12)式だけでは $m^+(t)$ と $m^-(t)$ がともに正となる可能性がある。これを避けるために、次の制約式を設ける。

$$0 \leq m^+(t) + 3k_1(t) \leq 3 \dots\dots\dots (14)$$

(13)式および(14)式より、 $k_1(t), k_2(t), k_3(t)$ と $m^+(t), m^-(t)$ の関係は表1のようになる。

ガス専焼を $2\Delta T$ 時間継続できないときのペナルティーを表す変数 $p(t)$ は、次式で与えられる。

$$p(t) = \begin{cases} m^-(t) & m^-(t-1) > 0 \text{ または} \\ & m^+(t-1) > 0 \text{ のとき} \\ 0 & m^-(t-1) = m^+(t-1) = 0 \\ & \text{のとき} \end{cases} \dots\dots\dots (15)$$

また、(15)式の関係を線形制約式で表現するために、0-1 整数変数 $l(t)$ を導入する。これより、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} 0 &\leq p(t) \leq m^-(t) \\ m^-(t) - U[1 - l(t-1)] &\leq p(t) \\ p(t) &\leq Ul(t-1) \\ 0 &\leq 3l(t) - [m^-(t) + m^+(t)] \leq 3 - \delta \\ l(t) &= 0 \text{ or } 1 \\ l(0) &= l^0, l(T) = \text{free} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

(4) 目的関数 目的関数は、次の項目からなる。

- (i) ガス供給量の評価額
- (ii) ガス専焼によって重油を削減したことによる利益
- (iii) ガス分散、およびガス不足によるホルダの保有量の上、下限制約を犯すことによるペナルティー
- (iv) ガス保有量の変動を抑制するためのペナルティー
- (v) ガス専焼を継続できなかったことによるペナルティー

(vi) ガス専焼の缶数が一時に複数個減少したことによるペナルティー

以上の項目をまとめると、最大化すべき目的関数は次のようになる。

$$z_T = \sum_{t=1}^T \{ r_1 \Delta T [q_B F_{BK}(t) + q_C (F_{CK}(t) - F_{CK}^1 n(t)) + q_M F_{MK}(t)] \\ + r_2 \Delta T [n_1(t) + n_2(t) + n_3(t)] \\ - [r_3 V_B^+(t) + r_4 V_C^+(t) + r_5 V_M^+(t) \\ + r_6 V_B^-(t) + r_7 V_C^-(t) + r_8 V_M^-(t)] \\ - r_9 p(t) - [r_{10} \Delta V_B^+(t) + r_{11} \Delta V_B^-(t) \\ + r_{12} \Delta V_C^+(t) + r_{13} \Delta V_C^-(t) \\ + r_{14} \Delta V_M^+(t) + r_{15} \Delta V_M^-(t)] \\ - [r_{16} k_2(t) + r_{17} k_3(t)] \} \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 q_C : C ガスのカロリー (kcal/Nm³), r_1 : ガスの評価金額 (円/kcal), r_2 : ガス専焼による利益 (円/缶・h), $r_3 \sim r_8$: 各ホルダの放散または突下げによる損失 (円/Nm³), r_9 : ガス専焼を継続できなかったことによる損失 (円/缶), $r_{10} \sim r_{15}$: ガス保有量の変動を抑制するペナルティー (円/Nm³), r_{16}, r_{17} : ガス専焼の缶数が一度に2または3だけ減少したことによるペナルティー (円)。

目的関数に含まれる項目のうち、(i)および(ii)項は、本来の目的に相当するものである。一方、(iii)～(vi)項はある程度緩和可能な制約条件を実行可能解が得やすいように目的関数に変換したものである。従って、その重み係数 $r_3 \sim r_{17}$ は単に各項目の損失額を算出するだけで定めることは難しく、最適解の計算結果と現実の運用結果を比較することにより試行錯誤的に決定される。

4. 解 法

制約条件(1)～(16)のもとで、目的関数(17)を最大にする問題を解くことによって、最適ガス供給計画が定められる。本章では、残ガス量 $F_{BR}(t), F_{CR}(t)$ および $F_{MR}(t)$ が与えられたとき、この問題の実行可能な準最適解を短時間で得るためのアルゴリズムを考察する。

前章で定義した変数を0-1変数と非負連続変数に分類する。便宜上、一つの制約中に隣接する期に関する変数が含まれている場合、それは連続変数として扱う。そのために、(16)式に含まれる $l(t)$ は連続変数とみなして、その代わりに新たに0-1変数 $k(t)$ を導入する。すなわち、(16)式の第5式を次式に置き換え

る。

$$l(t) = k(t), \quad k(t) = 0 \text{ or } 1$$

これより、変数を次のように整理する。

$$\left. \begin{aligned} y(t) &\triangleq (V_B(t), V_C(t), V_M(t), n(t), l(t))' \\ u(t) &\triangleq (F_{BK}(t), F_{CK}(t), F_{MK}(t), F_M(t), \\ &\quad V_B^+(t), V_C^+(t), V_M^+(t), V_B^-(t), \\ &\quad V_C^-(t), V_M^-(t), \Delta V_B^+(t), \Delta V_B^-(t), \\ &\quad \Delta V_C^+(t), \Delta V_C^-(t), \Delta V_M^+(t), \\ &\quad \Delta V_M^-(t), p(t), m^+(t))' \\ v(t) &\triangleq (n_1(t), n_2(t), n_3(t), k_1(t), k_2(t), \\ &\quad k_3(t), k(t))' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $y(t), u(t)$: 連続変数、 $v(t)$: 整数変数

ただし、 $y(t)$ および $u(t)$ には本来整数変数であるものも含まれているが、それらは制約条件によって整数値として求められるので、連続変数として扱っても差しつかえない。(18)式で定義された変数を用いると、前章の問題は次のような形の0-1混合整数計画問題として表される。

$$P1: \min z_T = \sum_{t=1}^T [a'y(t) + b'u(t) + c'v(t)] \dots\dots\dots (19)$$

subject to

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= Ay(t-1) + Bu(t) + Cv(t) + s(t) \\ Dy(t-1) + Fu(t) + Gv(t) &\leq d(t) \\ y(t) &\geq 0, \quad u(t) \geq 0 \\ v(t) &\in \Theta \triangleq \{v(t) | v_i(t) = 0 \text{ or } 1, i = 1 \sim 7\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

$$y(0) = y^0 \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 A, B, C, D, F, G : 適当な次元の行列、 $a, b, c, s(t), d(t), y^0$: 適当な次元のベクトル (これらはいずれも既知量である)

また、' はベクトルおよび行列の転置記号である。

P1の制約条件は特殊な構造をしている。(20)式の第1および第2式を各 t について並べた制約条件の係数行列は、その非零要素が階段状に分布していることから、階段構造と呼ばれている。この制約式の構造に着目して問題を分解して解く方法が、三宮ら⁽⁶⁾によって提案されている。その解法は線形計画問題に対するNested Decomposition 法⁽⁴⁾⁽⁵⁾を拡張したもので、P1を T 個の小規模な部分問題に分解し、その各部分問題を上位レベルに対しては子問題、下位レベルに対し

ては親問題となるように直列に結合させて、一定の条件（限定された最適性の条件）が成り立つまで繰返し解くものである。これより P1 の実行可能な準最適解が求められ、また付加的な計算により解の最適性に関する評価が行えるので、本問題に対してこの分解法を採用することにする。

文献(6)では、P1 において $D=0$ の場合の問題を扱っている。紙面の制約のために詳細な内容を省略するが、 $D \neq 0$ の場合にも同様のアルゴリズムが得られる。その場合の部分問題は $2 \leq t \leq T$ に対して

$$P2(t): \min z_t = a'y(t) + b'u(t) + c'v(t) + \bar{q}'\lambda(t) \dots (22)$$

subject to

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= \bar{A}\lambda(t) + Bu(t) + Cv(t) + s(t) \\ \bar{D}\lambda(t) + Fu(t) + Gv(t) &\leq d(t) \\ \sum_i \lambda_i(t) &= 1 \\ y(t) &\geq 0, u(t) \geq 0, \lambda(t) \geq 0, v(t) \in \Theta \\ \{v(1), v(2), \dots, v(t)\} &\in Q_t \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

であり、 $t=1$ に対しては次式で与えられる。

$$P2(1): \min z_1 = a'y(1) + b'u(1) + c'v(1) \dots (24)$$

subject to

$$\left. \begin{aligned} y(1) &= Ay^0 + Bu(1) + Cv(1) + s(1) \\ Dy^0 + Fu(1) + Gv(1) &\leq d(1) \\ y(1) &\geq 0, u(1) \geq 0 \\ v(1) &\in \Theta, v(1) \in Q_1 \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

部分問題列 $\{P2(t): t=1, 2, \dots, T\}$ において、 t の大きいほうを上位レベルと呼ぶ。各レベル間の繰返し計算は次の二つの手続きからなる。

(1) 下位レベルの整数変数の値を固定して部分問題の解を改善する。

(2) 部分問題の解を改善し得る下位レベルの整数変数の値を求める。

(22)~(24)式で $a, \bar{A}$ および $\bar{D}$ の値は繰返し計算のたびに修正される。

$P2(t)$ において、下位レベルの変数 $y(t-1)$ は、複数個の解の候補値の凸結合として表される〔例えば、 $Ay(t-1)$ は $\bar{A}\lambda(t)$ と表される〕。手続き(1)では、凸結合の重み係数 $\lambda(t)$ を他の変数 $y(t), u(t)$ および $v(t)$ と共に決定する。暫定解を更に改善するために手続き(2)を実行するが、改善に失敗した整数変数列を集合 Q_t に記憶させて、以後の計算では Q_t の値を除外する。ただし、手続き(2)では計算時間を節約するため

に、すべての改善可能性を調べつくさないで限定した範囲で探索を行う。

部分問題 $P2(t)$ には、制約条件 $\{v(1), v(2), \dots, v(t)\} \in Q_t$ が含まれている。この制約条件はある整数解の組合せが禁止されることを表している。 $v(1), v(2), \dots, v(t-1)$ の値に対する禁止条件は、 $a, \bar{A}$ および $\bar{D}$ の値を定めるときに考慮されるので、この条件は $v(t)$ がある特定の値をとらないという制約を与えている。そこで、 $P2(t)$ の解法としては、 $P2(t)$ に $v(t)$ の禁止された値を除外するような線形制約式（いわゆるカット）を与えて、その問題に分枝限定法を適用することにする。

前述した二つの手続きを一定の規則で実行すれば、準最適解が得られる。一方、(20)式の第1および第2式を緩和してラグランジュ問題を作り、ラグランジュ乗数として本解法で得られたシンプレックス乗数を用いれば、この場合の双対ギャップ $\varepsilon_{\max}$ が求められる。この値より、得られた目的関数値 z_T と最適な目的関数値 z_{opt} の差異が評価できる。すなわち、次式が成り立つ⁽⁶⁾。

$$0 \leq z_T - z_{\text{opt}} \leq \varepsilon_{\max} \dots (26)$$

$\varepsilon_{\max}$ の値は次式で与えられる。

$$\varepsilon_{\max} = z_T - \sum_{t=1}^T \omega_t - \sum_{t=2}^T \{ \pi_A(t)' s(t) - \pi_D(t)' d(t) \} \dots (27)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \omega_t &= \min \{ (b + B'\pi_A(t) - F'\pi_D(t))' u(t) \\ &\quad + (c + C'\pi_A(t) - G'\pi_D(t))' v(t) \} \end{aligned} \dots (28)$$

subject to

$$u(t) \geq 0, v(t) \in \Theta$$

(27)式および(28)式における $\pi_A(t)$ および $\pi_D(t)$ は、それぞれ(23)式の第1および第2式に対するシンプレックス乗数を表す。通常、双対ギャップは $(\varepsilon_{\max}/z_T) \times 100\%$ の値で表示する。

5. 計算例

実際の操業に対応して、例題を作成してオフラインで計算を実行し、本解法の妥当性と有効性を検討した。計画期間を8時間 ($\Delta T=2\text{h}$ および $T=4$) とし、実際の操業データに基づいて例題を作成した。最初に、大形計算機（京都大学大形計算機センター FACOM M-382）を用いて計算を行い、次に現場のプロセス計算機（川崎製鉄水島製鉄所エネルギーセンター FACOM S-3500）を用いて実用可能性を確認し

図 2 最適解と実操業データの比較

Fig. 2. Comparison of the optimal solution with the real operation data.

た。

まず、第3章で定式化したモデルの妥当性を評価するため、 $y(0)$ および最終時刻における各ガスホルダの保有量を実操業データと一致させて分解法による計算を行った。一例として、実操業データと分解法による計算結果を図2に示す。同図(i)は実操業データのホルダの保有量および共同火力に供給される1時間あたりのガスの量(熱量で表示)を表し、同図(ii)は分解法による結果を表す。ホルダの保有量を見れば、実操業データでは上下に小幅な変動をしているのに対して、分解法では標準値からの変動が極力抑えられた。また、共同火力に供給されるガス専焼のための缶数が、実操業データでは2期および3期で2缶であるのに対して、分解法ではすべての期で3缶分供給された。この事例で得られた最適な目的関数値は、実操業データによって算定した目的関数値より0.4%良い結果が得られた。また、他の事例でも同様に目的関数値の改善が得られた。この結果より、第3章で定式化したモデルはオペレータの考え方に基づいて作成されたものであるが、その考え方が徹底したために得られた数学的解答は、操業データよりも良い目的関数値を与えていることがわかる。これより、本モデルは現実のシステムの本質的な部分をよく記述しており、十分な信頼性があると考えられる。

なお、目的関数に含まれるパラメータのうち、 $r_{10} \sim r_{15}$ をゼロとした場合には、ホルダの保有量は上、下限値の間で大きく変動する解が得られた。しかし、この結果はオペレータには許容できないものであったの

で、当面はそれらのパラメータをゼロとはせずに実績を重ねていく段階で検討することにした。

次に、分解法の計算時間および計算精度を検討するために、原問題P1に直接分枝限定法を適用した解法(非分解法)と分解法との間で結果を比較した。分枝限定法のプログラムとしては、FACOM OSIV/F4の数理計画システムMPS/Xを用いた。表2は4個の例題に対する結果を示す。計算精度に関しては、両解法ですべて目的関数および各変数の最適値が一致した。また双対ギャップはすべてがゼロになり、分解法においても最適解が得られたことがわかる。一方、計算時間に関しては、分解法はMPS/Xの約2倍を要した。ただし、MPS/Xの場合には同表に示された計算時間のほかに、ファイルのアクセスタイムに数秒程度必要とするが、分解法ではその必要はない。従って、オフラインの計算で計算速度を比較した場合、確かに分解法はMPS/Xに劣るものの、オンラインリアルタイムで

表 2 分解法と非分解法の計算結果の比較

Table 2. Comparison of computational results between decomposition algorithm and non-decomposition algorithm.

例 題	1	2	3	4
分 解 法				
CPU タイム (s)	2.4	2.5	2.5	2.5
目的関数値(千円)	19,146	18,444	17,778	17,133
双対ギャップ(%)	0	0	0	0
非 分 解 法				
CPU タイム (s)	1.2	0.6	1.2	1.2
目的関数値(千円)	19,146	18,444	17,778	17,133

図3 Cガス専焼率(規格値)の推移

Fig. 3. Transition of the sole use rate of C-gas (the normalized value).

用いる場合には、分解法は十分有効であると考えられる。

更に、この分解法のプログラムを若干手直して現場の実機で稼働させ、オフラインバッチ環境下でのテストを行った。表2の例題1~4に対して、CPUタイム(s)はそれぞれ13.4、14.2、14.0、14.0であった。大形計算機による結果と比較すると、計算精度には差はなかったが、計算時間は約6~8倍かかった。しかし、この程度の計算時間は実用化の点で十分満足できると考えられる。

このガス供給通告システムを含む新しいエネルギーセンターは、昭和63年1月より運用が開始された。図3は、運用開始の前後16箇月におけるCガスの専焼率の変化を示したものである。ここに、ガス専焼率は理論的に可能なガス専焼量に対する実際のガス専焼量の割合を表す。この専焼率はCガスが余り気味のときには当然上昇して100%近くの値になるので、この値そのものから運用の有効性を判断できない。そこで同図では、ガス専焼率を F_{CR} で除して規格化した値で表示している。同図より、昭和63年1月以後Cガス運用の改善がみられる。この改善は本最適化法のみから得られたものではないが、これまでに人間の判断

のみに頼ってきた問題に対して、本手法を含む計算機システム導入がもたらした効果を示していると考えられる。

6. 結 言

本論文では、共同火力発電プラントへの最適ガス供給問題を階段構造をもつ混合整数計画問題に定式化し、分解法により解を求めた。定式化において、オペレータの操業経験を取入れたため、現実の運用に適合した計算結果が得られた。このことは数学モデルの信頼性が高いことを示すもので、最適化法を現実の問題に適用する場合にはまず考慮しなければならないことである。また分解法のアルゴリズムは、計算時間および精度の両方の点からオンラインリアルタイムで計画を作成する能力は十分あると思われる。

最後に、本研究に協力された京都大学工学部電気工学科卒業生春日 温氏(現在、三井銀行(株))、富士ファコムソフトウェア開発(株)国分成道氏、および川崎製鉄(株)水島製鉄所エネルギープロジェクトのメンバーに感謝の意を表す。

(昭和63年4月6日受付、同63年9月19日再受付)

文 献

- (1) 西谷・船橋・松本:「基底分解法による大規模システム動的最適化問題の一解法とエネルギー管理システムへの適用」, 計測自動制御学論, 20, 411 (昭59-5)
- (2) H. Hara, K. Yamashita & T. Watanabe: "Online application of large scale linear programming to pulp and paper mill by mini-computer", 13th IFIP Conf. on System Modeling and Optimization, Tokyo (1987)
- (3) 三宮・西川・赤城・津田・八島:「酸素プラントの最適運用計画」, 計測自動制御学論, 21, 747 (昭60-7)
- (4) C. R. Glassey: "Nested decomposition and multistage linear programs", *Management Sci.*, 20, 282 (1973)
- (5) J. K. Ho & A. S. Manne: "Nested decomposition for dynamic models", *Math. Prog.*, 6, 121 (1974)
- (6) N. Sannomiya & K. Okamoto: "A method for decomposing mixed-integer linear programs with staircase structure", *Int. J. Systems Sci.*, 16, 99 (1985)