場の数値解析手法と数理計画法の併用による 電磁界問題における最適化について

正員 横井 利彰 (武蔵工大)

正員 石山 敦士 (早稲田大)

正員 小貫 天 (早稲田大)

1. ま え が き

電気機器の設計においては、所望の性能をもつ装置を作り上げるために、基本原理を踏まえ蓄積技術を駆使して装置を創造する努力がはらわれるが、その中に少なからず試行錯誤の過程が入り、貴重な時間をむだにするケースが多い。そのため、機器の大容量化・複雑化による開発費用の増大と小形・高性能・省資源などの厳しい制約のために、より高度の設計技術が要求されるのは言うまでもない。これは人間の五感では推察することが困難な場における振舞が、設計上の重要な問題点となっていることにも一因があると考えられる。このため、まず現存の装置の状況を正確に把握する必要に迫られる。これらの要求に対し、例えば電磁界の順問題の解析技術の開発が各所で活発に進められている〔例えば文献(1)〕。

他方、実際の装置形態に忠実な数学モデル化を行い、電磁界の三次元解析⁽²⁾⁽³⁾などにより精確なシミュレーションが可能となったとしても、これを電気機器の設計段階へ反映させるのは必ずしも容易なことではない。このため、設計段階を意識した新しい解析・最適化手法の重要性が増すものと考えられる。すなわち、これは解析技術の順問題から逆問題への発展を意味する。解析手法と最適化手法の適切な選択によれば、一見最適化が困難と思われる問題でも、現実的に十分な結果を得る可能性が出てきている。電気機器の

最適化の研究では、例えば電界・磁界設計問題において巧みな手法で成果を上げた例が幾つかあるが〔文献(4)～(12)〕、電極形状の最適化以外はまだ少ない。

ここで著者らの着眼している電気機器分野での最適化の目的を述べると、まず第一に静的な現象や交流定常状態の現象に関するものであり、機器自身の定常的な特性の向上を図るものである。第二の目的としては、更に発展した問題として機器の制御特性の向上を目指している。これは具体的には外乱に対する装置自体の安定性向上、制御干渉の抑制や制御領域の拡大などを意味し、制御装置の設計を含めた総合的な機器の完成度を高めることを目標としている。これまでに著者らは、有限要素法あるいは境界要素法と言った場の数値解析手法と数理計画法を併用した静磁界の最適設計手法の研究開発に携わってきた〔文献(4)～(7)、(11)、(12)〕。そして設計変数として電磁界問題におけるソース量である電流の大きさ、形状、位置を選び、応用として高均一磁界を発生させるコイルの設計などに応用してきた。これらの手法は解析領域に鉄などの磁性体が混在する場合にも適用でき、またその材質の非線形性をも考慮できるものとなっている。また、数理計画法により、コイル電流値や漏れ磁界に制約を与えることが容易に行えるという特長をもつ。

電磁界問題の最適化には、上記のような所望の磁界分布を得るという目的以外に、電磁界問題特有の現象である渦電流の分布やそれに伴う発熱・電磁力の分布といったものも目的関数として考えられる。あるいは、先述の制御装置の設計を踏まえた機器の制御性能の向上をねらった電磁界分布の最適化といった問題への発展も考えられる。

そこで本論文では、それら電磁界系において考えられる幾つかの最適化問題に、本最適設計手法(場の数

Optimization Techniques for Electromagnetic Field Problem by Using Numerical Field Computation Method and Mathematical Programming Method. By Toshiaki Yokoi, Member (Information Processing Center, Musashi Institute of Technology), Atsushi Ishiyama, Member & Takashi Onuki, Member (Department of Electrical Engineering, Waseda University).

横井利彰: 正員, 武蔵工業大学情報処理センター

石山敦士: 正員, 早稲田大学電気工学科

小貫 天: 正員, 早稲田大学電気工学科

値解析法と数値計画法の併用法)を適用する場合の具体的な定式化過程を明確にし、適用上の留意点を述べる。検討例として、まず簡単な誘導電磁加熱の磁界設計問題を上げる。次に、具体的な研究対象である常電導磁気浮上式リニア搬送装置の最適設計を目標に、まず最適なりニア駆動力を得るための基礎的検討として、誘導電磁力発生起磁力分布設計問題をまた磁気浮上用電磁石の最適化の例として案内力の増加問題を考える。そして、最後に浮上用電磁石の制御性の向上の例として、制御領域の拡大を目指した電磁石形状の最適化を試みている。

2. 渦電流現象操作のための最適化について

これまでに著者らは、線形計画法や変分法により静磁界の設計が可能であることを明らかにしてきた。そこで、最適設計の適用範囲を交流電磁界現象の最適化へと拡張することを試みる。ここでは、場の解析手法として有限要素法を最適化手法として二次計画法を用いる⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾。

交流電磁界現象の最適化問題を解く場合に、設計変数として最も扱いやすいと考えられるのは起磁力である。磁性材などの特性が線形である場合には、磁束密度や磁気ベクトルポテンシャルと起磁力とは線形関係にあり、また発熱電力や電磁力は起磁力の二乗と相互積という比較的簡単な関係で表される。

具体的に適用可能と考えられる対象としては、まず誘導発熱問題については誘導加熱による焼入れの制御、機器の渦電流損失抑制のための補助電流の設計などが考えられる。他方、誘導電磁力問題については、リニア誘導機特性改善が大きな目標となる。リニア誘導機の有限長に起因する問題を解決するための新たな設計自由度の導入に関し、なんらかの指針が得られるのではないかと考えている。

上述の適用方法により、渦電流現象を含んだ装置において機器固有の制約を考慮しつつ、最適設計を行える可能性が開けてくる。ただし、試行錯誤が軽減される反面、新たな問題として評価関数や設計変数、制約条件の適切な選択作業が極めて重要な問題となってくる。また、材質形状などの最適化問題に対しては二次計画法などは適用できないため、非線形問題の解法を用いることになる。

〈2・1〉電磁界の支配方程式の導出 本論文で述べる最適化手法は三次元場においても実現可能であるが、ここでは電流が実行き z 方向成分だけをもつ二次元場を考える。また、場を記述する量として磁気ベクトル・ポテンシャルを選んでいますが、この他にも起磁

力と誘導電磁力・発熱との関係を導くことができる記述量であれば、「電流ベクトル・ポテンシャルと磁気スカラーポテンシャル」、「磁束密度と電界強度」などの組を選ぶこともできる。なお、強制電流は正弦波で与えるものとし、以下の展開では複素数表示を用いる。すなわち、

$$J_{0z} = \text{Re} \{ \sqrt{2} \cdot J_{0z} \cdot e^{j\omega t} \} \dots\dots\dots (1)$$

$$A_z = \text{Re} \{ \sqrt{2} \cdot A_z \cdot e^{j(\omega t + \theta)} \} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 J_{0z} 、 A_z は実効値を表す。

各有限要素内で材質定数が一定とした場合の支配方程式は次式となる。ここで、導体の x 、 y 方向移動速度 V_x 、 V_y を考慮している。

$$-\nu \left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) + \sigma \left(j\omega A_z + \frac{\partial \phi}{\partial z} + V_x \frac{\partial A_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = j_{0z} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 A_z : 磁気ベクトルポテンシャル、 ϕ : 電気スカラーポテンシャル、 J_{0z} : 強制電流、 ν : 透磁率の逆数、 σ : 導電率、 ω : 角周波数、 V_x 、 V_y : 導体の x 、 y 方向移動速度、 j : 虚数単位

(3)式にガラーキン法を適用して離散化し、これに渦電流の閉路条件を連立することで最終的に次の方程式を導く。

$$\{ \dot{K} \} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial z} \right\} = [\dot{W}] \{ F \} + \{ \dot{F}_0 \} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $\{ F \}$: 起磁力の列ベクトル、 $[\dot{W}]$: 係数行列、 $\{ \dot{F}_0 \}$: 強制起磁力の列ベクトル

ここで、 $\{ F \}^T = \{ F_1 \oplus F_1 \oplus F_1 \oplus F_1 \oplus F_1 \oplus F_1 \oplus F_2 \oplus \dots \}$ であり、例えば $F_1 \oplus$ は起磁力候補点1における三相交流の U 相成分で、 $+Z$ 方向(紙面表向き)の起磁力の大きさを表す。この起磁力の位相成分 $e^{j\theta}$ は、行列 $[\dot{W}]$ へ含める形をとる。また、強制的に与えたい起磁力は、 $\dot{F}_0$ として与えることにより考慮可能である。

(4)式の両辺に左から $(\dot{K})^{-1}$ をかけ、 $\{ \dot{A}_z \}$ および $\left\{ \frac{\partial \phi}{\partial z} \right\}$ を起磁力で表す。

$$\left\{ \frac{\partial \phi}{\partial z} \right\} = (\dot{K})^{-1} [\dot{W}] \{ F \} + (\dot{K})^{-1} \{ \dot{F}_0 \} \dots\dots\dots (5)$$

〈2・2〉目的関数および制約条件 さきに述べたとおり、設計変数としては起磁力を選ぶ。このとき、発熱電力および電磁力の二次形式が(7)、(10)式のよ

うに得られる。

(1) 発熱電力最適化のための目的関数 発熱電力の基本式から、導体内での単位奥行きあたりの発熱電力の時間平均値 W_e (W/m) は次式で与えられる。

$$W_e = \int_{\sigma} \frac{1}{\sigma} \mathbf{j}_e^* \cdot \mathbf{j}_e d\Omega \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $\mathbf{j}_e^*$: 渦電流密度 $\mathbf{j}_e$ の共役複素数

$\mathbf{j}_e$ は導体内で A_z および $\partial\phi/\partial z$ によって表されるので、これに(5)式の関係を適用することにより次の二次形式を得る。ここで、次式の第二項と第三項は強制起磁力を式中で考慮する場合に表れる項である。

$$W_e = \frac{1}{2} \{F\}^T [\hat{Q}_w] \{F\} + [\hat{R}_w] \{F\} + C_0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

(2) 電磁力最適化のための目的関数 電磁力の時間平均値 $\mathbf{f}$ (N/m) は、Maxwell 応力により次式で求められる (ここで、 $\mathbf{n}$ は応力積分境界上の外向き単位法線ベクトルを表す)。

$$\mathbf{f} = \text{Re} \left\{ \oint (\hat{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、応力テンソル $\hat{\mathbf{T}}$ の成分は

$$\hat{T}_{ij} = \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{H}}^* \cdot \hat{\mathbf{B}}) \delta_{ij} + \hat{H}_i^* \hat{B}_j \quad (i, j = x, y, z) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 $\hat{\mathbf{H}}^*$: 磁界 $\hat{\mathbf{H}}$ の共役複素数、 δ_{ij} : クロネッカーのデルタ

$\hat{\mathbf{H}}, \hat{\mathbf{B}}$ は A_z の一次式によって表されるので、これを(8)、(9)式に適用することにより、例えば電磁力の x 成分に関し次の二次形式を得る。

$$f_x = \frac{1}{2} \{F\}^T [\hat{Q}_f] \{F\} + [\hat{R}_f] \{F\} + C_0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

(3) 制約条件式 以降の解析にあたり、最小限必要となる制約条件を以下に掲げる (単相交流起磁力の場合の式)。

最適化においては効率的な電磁力の発生、あるいは局所的な発熱を相対的に高めることが目的として考えられる。そこで、総起磁力の最大値はあらかじめ与えておき、設計後の起磁力の分布に着目するものとする。

二次計画法では、設計変数は非負値であることが必要のため起磁力の各候補点に正負の各起磁力変数 $F_{\oplus}, F_{\ominus}$ を設定する (ただし、 $F_{\oplus} \geq 0, F_{\ominus} \geq 0$)。

① 総起磁力の最大値指定 総起磁力を F_{Total} 以内に抑えるためには、起磁力のうちで $+z$ 方向成分の起磁力 $F_{i\oplus}$ の総和に関する以下の制約を与える。

$$\sum_{i=1}^{NF} F_{i\oplus} \leq F_{\text{Total}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 NF は起磁力候補位置の総数

② 起磁力の平衡条件

$$\sum_{i=1}^{NF} F_{i\oplus} - \sum_{i=1}^{NF} F_{i\ominus} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

③ 起磁力の方向を一意に定めるための微小起磁力 F_s

$$F_{k\oplus} \geq F_s \quad \dots\dots\dots (13)$$

(11)式と(12)式の条件を与えるだけでは、 $F_{\oplus}$ と $F_{\ominus}$ の値を入れ替えた結果もまた解と成り得るため、一意には定まらない。そこで、電流の方向の基準を与える触媒的な起磁力として、微小起磁力を設定すると、総和起磁力条件によりこれを有効に使う解が得られる。具体的な値の例は〈2・3〉節(1)項で示す。最終的には、次式の形式にまとめあげることになる。

$$\{S\} \{F\} \geq \{T\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 $\{S\}$ は制約式の係数行列で次元は (制約式総数、起磁力総数)、 $\{T\}$ は、 F_{Total} や F_s を含む列ベクトルで次元は制約式総数である。

制約する内容を制約式の数で書き表すとき、幾とおりかの表現が可能な場合があるが、重複しないよう十分吟味したうえで最小数の制約式にまとめることが必要である。また、(4)式に含まれる強制起磁力項は制約式として与えることも可能である。このほうが二次係数行列 Q の導出は簡単になり、また強制起磁力値の変更も容易となる。ただし、制約式数の増大は解の探索時間の急増につながるため、可能な限り強制起磁力項として取扱うほうが効率的と考えられる。

〈2・3〉 基礎モデルにおける発熱電力最適化 (モデル A)

(1) 最適化モデルと制約条件 図1に示すような鉄シールド内において、導体の誘導発熱問題を取上げる。左の導体1はアルミニウム、右の導体2は銅と

図1 発熱電力最適化モデル (モデル A)

Fig. 1. Model for Joule heat loss optimization problem (Model-A).

する。比較基準となる基本起磁力分布としては、番号 3, 7 の位置に強制起磁力 $+100, -100$ [AT] をそれぞれ与える。この場合の発熱分布 (図中○印) を図 2 に示す (周波数は 50 Hz)。

発熱電力の最適化は以下の目標の下に行った。

目標：導体 1 の発熱を増加，導体 2 の発熱を抑制

この場合の目的関数 Z の例として，次式を考えることができる。

図 2 発熱分布 (基本起磁力 モデル A)

Fig. 2. Joule heat loss distribution (Basic M. M. F.: Model-A).

表 1 最適起磁力分布 (モデル A)

Table 1. Optimal M. M. F. distribution (Model-A).

起磁力位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9
基本起磁力	0	0	100	0	0	0	-100	0	0
最適化 $k=1.0$	100	0	0	0	0	0	0	0	-100
$k=0.8$	100	0	0	0	0	0	-100	0	0
$k=0.6$	100	0	0	0	0	-100	0	0	0
$k=0.5$	100	0	0	0	-100	0	0	0	0
$k=0.4$	100	0	0	0	-100	0	0	0	0
$k=0.2$	100	0	0	-100	0	0	0	0	0

表 2 発熱電力の比較 (モデル A)

Table 2. Comparison of resultant Joule heat loss (Model-A).

	導体 1 W_{e1} (W/m)	導体 2 W_{e2} (W/m)	総発熱 (W/m)	導体 1 正電流 (A)	導体 2 正電流 (A)
基本起磁力	0.0497	0.0650	0.1147	4.721	9.632
最適化 $k=1.0$	0.1671	0.2110	0.3781	9.870	19.595
$k=0.8$	0.1511	0.0807	0.2318	9.672	10.252
$k=0.6$	0.1357	0.0357	0.1714	9.360	5.965
$k=0.5$	0.1130	0.0141	0.1271	8.735	3.520
$k=0.4$	0.1130	0.0141	0.1271	8.735	3.520
$k=0.2$	0.0802	0.0047	0.0849	7.523	2.024

図 3 発熱分布 (最適起磁力 $k=0.4$: モデル A)

Fig. 3. Joule heat loss distribution (Optimal M. M. F., $k=0.4$: Model-A).

図 4 発熱電力と重み係数 k の関係

Fig. 4. Variation of Joule heat loss with weighting coefficient k .

$$Z = -k \cdot W_{e1} + (1-k) \cdot W_{e2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ただし， k : 重み係数， W_{e1} , W_{e2} : 導体 1 と導体 2 の各発熱電力

本例題では，図 1 の位置 2 の起磁力 $F_{2\oplus}$ に対して， $F_{2\oplus} \geq 1 \times 10^{-20}$ の条件を与えている。 k の値を 1.0, 0.8, 0.6, 0.5, 0.4, 0.2 と変化させた場合の最適起磁力分布を表 1 に，発熱電力の推移を表 2，図 4 に示す ($k=0$ の場合は自明のため省略)。また，発熱分布の一例を図 3 に示す。

(2) 結果の検討 $k=1.0$ の場合は，単に導体 1 の発熱を最大化することが目標とされる。その結果，電流は両端部 (1 と 9) に集中することで導体の鎖交磁束が増加し，発熱電力が約 3.3 倍となる。ちなみに，両導体の発熱を共に最大化させる条件の場合にも，全く同じ起磁力分布が得られた。また， $k=0.5$ つまり

図 5 電磁力最適化モデル (モデル B)

Fig. 5. Model for Electromagnetic force optimization problem (Model-B).

導体 1 の発熱最大化と導体 2 の発熱最小化の重みを等しくした場合、導体 1 の発熱が基本起磁力の場合の 2.3 倍となり、導体 2 では 1/4.6 倍という所望の傾向が得られた。この傾向が k の値と共に変化していく様子が見てとれる。この場合の設計変数の数は 18 であり、解の探索回数は 12~16 回程度であった。

(4) 誘導電磁力の最適化例題 (モデル B) 本論文で提案した最適化手法を三相交流電源を用いた機器に適用する。ここでは、検証が容易なモデルとして図 5 に示す鉄シールド内の導体 (アルミニウム) の電磁力問題について検討する。

本手法によれば、リニアモータにおける機器の有限長を考慮した起磁力分布の設計の一指針が得られる可能性がある。回転形誘導機の場合には、その回転軸に対する構造の幾何学的対称性のために、起磁力分布は対称に配置されている。しかし、リニア誘導機では機器が有限長であるために、起磁力分布には工夫が必要とされる。この場合の最適起磁力分布を類推することは必ずしも容易でないため、最適設計手法の適用対象として取上げる。現実的には、力率・効率の考慮無しには実機への適用は困難であるが、限られた総起磁力の配置問題の例題として意味をもつ。

最適起磁力の比較対象には、表 3 に示される基本起磁力を取上げる (全節、集中巻)。右方向 (+ x 方向) への導体移動速度 V_x の値を変化させた場合の解析結果を表 4 に示す (周波数 50 Hz)。

電磁力の最適化は以下の条件の下に行った。この場合の目的関数としては、導体に働く電磁力の x 方向成分 f_x を選ぶ。各相の起磁力は最大 100 AT として基本制約条件を定めた。そして、初期起磁力分布として基本起磁力の 80% を与え、残り 20% の起磁力を可変量として最適化を行うものとした。このときの起

表 3 最適起磁力分布 (モデル B)

Table 3. Optimal M. M. F. distribution (Model-B).

起磁力位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9
基本起磁力	U	50	0	0	-100	0	0	50	0
	V	0	0	50	0	0	-100	0	0
	W	0	-50	0	0	100	0	0	-50
最適化起磁力									
$V_x=0$ m/s	U	40	0	-20	-80	0	0	40	6
	V	20	0	40	0	0	-80	-20	0
	W	-20	-40	0	0	80	20	0	-40
$V_x=1.5$ m/s	U	40	0	-20	-80	0	0	40	0
	V	20	0	40	0	0	-80	0	-20
	W	-20	-40	0	0	80	20	0	-40
$V_x=3.0$ m/s	U	40	-20	0	-80	0	0	40	0
	V	20	0	40	0	0	-80	0	0
	W	-20	-40	0	0	80	0	20	-40

表 4 電磁力の比較 (モデル B)

Table 4. Comparison of resultant electromagnetic force (Model-B).

移動速度 V_x (m/s)	起磁力 種 別	発生電磁力 f_x (N/m)	発生電磁力 f_y (N/m)	発 熱 (W/m)
0.0	基 本	20.09×10^{-3}	1.965×10^{-3}	0.1055
	最適化	36.14×10^{-3}	13.043×10^{-3}	0.1987
1.5	基 本	15.27×10^{-3}	7.823×10^{-3}	0.0617
	最適化	32.42×10^{-3}	6.384×10^{-3}	0.1487
3.0	基 本	7.29×10^{-3}	13.116×10^{-3}	0.0384
	最適化	26.92×10^{-3}	1.100×10^{-3}	0.1158

図 6 発熱分布 (基本起磁力 $V_x=1.5$ m/s: モデル B)

Fig. 6. Joule heat loss distribution (Basic M. M. F., $V_x=1.5$ m/s; Model-B).

磁力分布の概略は表 3 に、発生電磁力は表 4 に示す。

また、渦電流による発熱の様子を図 6、図 7 に示し、移動速度に対する x 方向発生力の変化の様子を図 8 に示す。

いずれの場合でも、 x 方向の電磁力 f_x を見る限りでは改善されていることがわかる。この要因を起磁力

図 7 発熱分布 (最適起磁力 $V_x = 1.5$ m/s : モデル B)

Fig. 7. Joule heat loss distribution (Optimal M. M. F., $V_x = 1.5$ m/s : Model-B).

図 8 導体速度に対する発生力の変化

Fig. 8. Variation of electromagnetic force f_x with conductor velocity.

分布から考えるに、導体端部付近での極ピッチが若干変化することで実質的な滑りを変化させ、推力の減少を抑えているものとみられる。この例から基本的に電磁力に関してもある程度の最適化の可能性を示すことができたものと考えられる。

3. 制御系設計に則した磁界系の最適化

ここでは、非接触搬送システムの磁気浮上用電磁石の形状の最適化を取上げる。ここでの目的は案内方向の力を増大させるような形状を求めることと、浮上力に関してシステムの安定性の向上、制御領域の拡大を可能とするような形状を求めることにある。

浮上用磁石のモデルは図 9 に示すものである。ここで解析上の仮定として鉄の透磁率を無限大としている。解析手法には、開領域解析のための 0-1 次境界要素法を適用した⁽¹⁷⁾。浮上力および案内力は被吸引鉄

図 9 磁気浮上用電磁石

Fig. 9. The magnet for magnetic levitation system.

図 10 磁極形状と形状変数

Fig. 10. Magnetic pole shape and shape variables.

心周囲を積分路として Maxwell の応力により求めている。以降では、上記算定モデルの最適化シミュレーションを行い、これに基づいた磁石を試作し測定を行った結果について述べる。

〈3.1〉案内力の最大化問題 案内力は磁石が軌道からずれた場合の復元力を指し、この力を増大させれば追従性の良いスムーズな走行が可能となる。そこで、一定の変位 (本考察では x 方向変位 2 mm) の場合について、案内力を評価関数としてマルカート法⁽¹⁸⁾により、磁極先端部の最適形状を求める。図 10 に磁極先端部の可動節点を表す。

磁気ベクトル・ポテンシャルを用いた定式化 (例えば文献(7))を用いると、 A_z と境界要素上での外向き法線方向微分値 $A_{z,n}$ に関し、連立方程式(16)を得る。以降の最適化過程では、形状が変化することにより(16)式を作成して解き、Maxwell の応力を求める方法をとる。

$$\{D\} \begin{Bmatrix} A_z \\ A_{z,n} \end{Bmatrix} = \{J\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ただし、 $\{D\}$: 磁極形状によって定まる係数マトリックス、 $\{J\}$: 強制電流による外力項
この場合に評価する量には、目標とする案内力との

図 11 磁極形状 (案内力増加問題, $R_1=10, R_2=4$)

Fig. 11. Magnetic pole shape obtained by the guide force maximization procedure.

図 12 試作電磁石

Fig. 12. Test magnet.

図 13 インダクタンス特性

Fig. 13. Variation of inductance with the displacement.

表 5 案内力と浮上力の算定結果
Table 5. Result of guide force and levitation force.

重み R_1, R_2	案内力 (N)	浮上力 (N)
原形	0.59162×10^3	0.11182×10^3
$R_1=10, R_2=2$	0.78193×10^3	0.10247×10^3
$R_1=10, R_2=4$	0.76819×10^3	0.10236×10^3
$R_1=10, R_2=8$	0.75386×10^3	0.10278×10^3

相対差を表す関数 f_1 と形状が過剰変化することを抑制する関数 f_2 を選び, f_1, f_2 の二乗和を最小化するような形状変数値を求める。

$$f_1 = R_1 \cdot \frac{1}{F_0} (F_0 - F_x) \dots\dots\dots (17)$$

$$f_2 = R_2 \cdot \frac{1}{N} \sum_i \left(\frac{Z_i}{Z_0} \right) \dots\dots\dots (18)$$

ただし, F_0 : 目標値, F_x : 案内力, R_1, R_2 : 重み, Z_i : 可動節点の移動量, Z_0 : 基準移動量, N : 総可動節点数

図 11 に最適化後の磁極形状と磁束分布を示し, 表 5 に案内力と浮上力を示す。拘束条件の重みにより, 形状はかなり変化するが総じて上部がくびれ, 下部が広がる傾向を示す。換言すると磁極の対向面での磁気抵抗は減少し, 側面部での磁気抵抗は増大する形状を示す。このような場合, 横方向の変位が生じると主磁束の減少の度合いが顕著になることが推察される。ここで, インダクタンスは

$$L = \frac{n\phi}{I} \dots\dots\dots (19)$$

で示されるため, 電流 I を一定としたとき主磁束 ϕ の減少の度合いが増大すれば, インダクタンスの減少

率 $-\frac{\partial L}{\partial x}$ も増す。よって, 案内力 F_x は

$$F_x = -\frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial x} \dots\dots\dots (20)$$

の関係から, 結果的に案内力の増加を生じると考えることができる。

以上の計算結果の考察より, 図 12 に示されるような形状の磁極を試作した。案内力を実験により求めることは, 摩擦などのためにほとんど不可能であるため, インダクタンスを測定しその変化率を評価することにした。図 13 にインダクタンスの変位に対する特性を, 図 14 にインダクタンスの変化率の特性を示す。

試作した磁極は微小変位時のインダクタンスの変化率が高くなっており, 実質的な案内力の増加に寄与することになる。

〈3・2〉制御領域の拡大問題 一般に制御系を設計する際には, 非線形式で表される量を定常点近傍で線形近似して扱うことが多い。この線形式に対して, 制御理論を適用し帰還定数などを決定する。従って, 制御理論が有効なのは線形近似が成り立つ範囲に限られ, 範囲外では制御特性は劣化することになる。磁気浮上系において, 線形近似式の有効範囲が特に問題となるのは, 浮上力のギャップに対する特性であることから, これを可能な限り線形特性に近づけ制御領域を拡大することを試みる。

この場合の評価関数の導出は, 以下の手順による。定常時のギャップ値の近傍における浮上力特性について直線回帰を行い, その直線と浮上力特性曲線の差の二乗を複数の点で求め, その和を評価する。また, 形状の過剰な変化を抑制する条件も付与する。

このような評価関数に基づいて得られた磁極形状を図 15 に示す。ギャップに対する浮上力特性の変化の

図 14 $\partial L/\partial x$ 特性

Fig. 14. Variation of $\partial L/\partial x$ with the displacement.

図 15
磁極形状(浮上力-ギャップ特性線形化)

Fig. 15. Magnetic pole shape obtained by the procedure of levitation force-gap characteristics linearization.

図 16 浮上力-ギャップ特性

Fig. 16. Variation of levitation force with gap length.

様子を図 16 に示す。また、非線形シミュレーションにより得られた制御特性を図 17 に示す。このシミュレーションに際し、状態方程式のパラメータは定常点で固定し、非線形性から生じる項は修正量として外力項と同様に処理する方法をとっている〔例えば文献(19)〕。

図 17 制御特性の比較

Fig. 17. Comparison of control characteristics.

この例では定常ギャップ値からずれた領域での制御特性の劣化が少ない結果が得られた。

4. まとめ

電磁界系における最適化問題のうち、まず所望の渦電流分布、発熱分布および電磁力分布を得るための最適設計手法を提案し、その定式化を示すと共に、簡単な例を挙げ、その実用性を確認した。また、単に機器そのものの性能向上だけでなく、機器を制御する装置の設計を意識した電磁界系の最適設計の可能性を磁気浮上用電磁石の形状最適化という具体例により立証した。適切な制約式の与え方や目的関数の選択方法には、まだ検討すべき点があるので以後の報告で明らかにしたい。また、今回取上げた方法以外にも、より効率的な手法が考えられる可能性が十分あるので今後の課題としたい。

なお、本研究の一部は文部省科学研究費一般研究(C)および奨励研究(A)の補助による。

(昭和 63 年 5 月 27 日受付, 同 63 年 9 月 1 日再受付)

文 献

- (1) 宅間・中田: 電学誌, **108**, 209 (昭 63-3)
- (2) 横井・小貫: 電学論A, **105**, 597 (昭 60-11)
- (3) 小貫・横井・木本: 電気学会回転機・静止器合同研究, RM 87-12, SA 87-23, p. 109 (昭 62-7)
- (4) 石山・横井・小貫: 電学論B, **106**, 969 (昭 61-11)
- (5) Ishiyama, Yokoi, Takamori & Onuki: *IEEE Trans. on Magnetics*, MAG-23, 603 (1987)
- (6) 石山・小貫: 電学論D, **107**, 922 (昭 62-7)
- (7) Ishiyama, Yokoi, Takamori & Onuki: *IEEE Trans. on Magnetics*, MAG-24, 922 (1988)
- (8) 坪井・美咲: 電学論A, **106**, 307 (昭 62-7)
- (9) 徳増・村川・明神: 電学論B, **104**, 253 (昭 59-4)
- (10) 中田・高橋・河瀬・藤原: 電気学会回転機・静止器合同研究, RM 84-47, SA 84-18 (昭 59-8)
- (11) 神田・横井・石山・高森: 第 8 回日本シミュレーション学会, 電気・電子への有限要素法の応用シンポジウム (昭 62-4)
- (12) 梅田・石山・横井・小貫: 第 8 回日本シミュレーション学会, 電気・電子への有限要素法の応用シンポジウム (昭 62-4)
- (13) 今野・山下: 非線形計画法 (昭 62) 日科技連
- (14) 近藤: 最適化法 (昭 59) 培風館
- (15) 横井, 他: 電気学会マグネティックス研究, MAG-87-164 (昭 62-11)
- (16) 横井, 他: 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-87-43, RM-87-81, (昭 62-11)
- (17) 小貫・石山・小川: 電学論A, **102**, 541 (昭 57-10)
- (18) R. Fletcher: *AERE Report R. 6799* (1971)
- (19) 鷲津, 他: 有限要素法ハンドブック II 応用編, p. 72 (昭 60) 培風館