量子ポイントコンタクトから出射された 電子波の角度分布

正員 齋藤 美 寿 (富士通研)

非会員 岡 田 誠 (富士通研)

非会員 高 津 求 (富士通研)

非会員 横 山 直 樹 (富士通研)

Angular Distribution of Electron Waves Injected through a Quantum Point Contact —Measurement and Analysis—

Miyoshi Saito, Member, Makoto Okada, Non-member, Motomu Takatsu, Non-member, Naoki Yokoyama, Non-member (Fujitsu Laboratories Limited)

We have measured the transfer efficiency of electrons from one Quantum Point Contact (QPC) to another QPC as a function of magnetic field. We obtained a double-peak profile for the point contact quantized to two wave modes. We suggested that this profile reflects the angular distribution of electrons emitted from the QPC using Fraunhofer diffraction approximation through the QPC by an electron propagating according to Green's function. However we used classical Lorentz force for analysis to account for the effect of the magnetic field. The analysis seems to be an unnatural mixture of quantum mechanics and classical mechanics. This paper describes quantum mechanical Fraunhofer diffraction analysis including the magnetic field to resolve this unnaturalness. This analytic result agreed with the above analytic and experimental results, confirming that we have measured angular distribution of electron wave injected through a QPC. It should be noted that our double-peak profile is explained by Fraunhofer diffraction of electron wave. This paper also discusses the interference between the 1st and 2nd mode electron waves.

キーワード：量子ポイントコンタクト、電子波、フラウンホーファー回折、コンダクタンスの量子化、
出射角分布、異モード間干渉、境界、弱磁界中のグリーン関数

1. ま え が き

半導体微細加工技術の進歩に伴い、様々な量子効果を人工的に出現させることが可能となってきた。コンダクタンスの量子化が発見された量子ポイントコンタクトもその一つである⁽¹⁾⁽²⁾。これらの量子効果は構造の大きさをド・ブロイ波長程度にしたときに現れる電子の量子力学的波動性によるものである。現在、量子ポイントコンタクトなど微細構造中（メソスコピック領域）を電子が伝導するモデルとして、ビリヤードモデル⁽³⁾やプロパゲーションウェーブの考え方があ

が、粒子的なビリヤードモデルだけで様々な現象を説明できるのかは不明である。本来、波動性と粒子性を明確に分けることはできないが、著者らは電子の波動的側面を積極的に考慮すべきであると考えている。また、ポイントコンタクトを出た後の電子の様子も波動的な振舞いを示すのか、粒子的な振舞いを示すのかを知ることは量子ポイントコンタクトのデバイス応用を考えるうえでも重要である。

本論文では量子ポイントコンタクトから出射された電子の角度分布の磁界を利用した測定と、その結果の解釈について述べる⁽⁴⁾。更に、境界条件および磁界

の効果に関して文献(4)より正確に取扱った解析について述べ、また異なるモード間の干渉の有無についても考察する。

2. 量子ポイントコンタクトから出射された電子の角度分布⁽⁴⁾

ポイントコンタクトから出射された電子の角度分布を磁界の関数として測定した実験について述べる。

〈2・1〉 電子波分布の測定素子について 図1に示す素子を用いて測定を行った。ポイントコンタクトをシリーズに接続し、エミッタ側のポイントコンタクトをインジェクタ、コレクタ側をディテクタとして用いる。ポイントコンタクトはGaAs/AlGaAs変調ドープ構造上に電子線露光法を用いて描画したショットキースプリットゲートを用いて形成した。使用したHEMTエピ結晶における二次元電子ガス(2DEG)の、1.2 Kにおける移動度 μ は $3 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ 、 N_s は $3.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ であった。これらから見積もられる平均自由行程は $2.9 \mu\text{m}$ で二つのポイントコンタクト間の距離 $1 \mu\text{m}$ より長い。また、見積もられたフェルミ波長は 42 nm である。

平均自由行程 L_e は

$$L_e = \frac{\hbar \mu}{e} \sqrt{2\pi N_s}$$

また、フェルミ波長 λ_F は

$$\lambda_F = \sqrt{2\pi/N_s}$$

を用いて、移動度 μ および N_s から求めた。

〈2・2〉 実験方法⁽³⁾⁽⁴⁾ 図2に測定系を示す。コレクタ、ベースを各々接地し、エミッタ-コレクタ間にAC電圧およびDCオフセット電圧を数 μV オーダー印加する(測定温度が 0.35 K であり、この印加電圧による電子のヒーティングが問題にならない測定である。すなわち $V < kT/e$)。このとき印加電圧の逆転を避けるためにオフセット電圧を印加している。

図1 電子波分布測定素子
Fig. 1. A schematic top view of the device.

コレクタ側のアースの前段にロックインアンプを接続し、エミッタ電流を振動させ、電流感度モードで $\alpha = d(I_c)/d(I_e)$ (コレクタ到達率)を測定する。

まず、エミッタ側のポイントコンタクトによるコンダクタンスの量子化を確認した。測定結果を図3に示す。このデータでは印加磁界は 0 T である。1段目がモード(チャネル or サブバンド)数1個に対応し、2段目がモード数2個に対応する。この測定は、インジェクタとして用いるポイントコンタクトに印加するゲート電圧とモード数の関係を調べる目的で行った。ゲート電圧 -0.28 V 付近がモード数1個、 -0.195 V 付近がモード数2個となった。同様にコレクタ側のコンダクタンスの量子化も確認した。

次に、印加する磁界を掃引することによりエミッタ側のポイントコンタクトから出射した電子の角度分布を測定する。磁界は2DEGに対して図1に示すように垂直に印加する。このときコレクタ側のポイントコンタクトをディテクタとして使用する。このディテクタを通過した電子のみコレクタに到達し検出され、その他の電子はベース電流となる。その結果エミッタからコレクタへの到達率が測定される。 0 T のときには直進する電子のみ検出される。磁界印加時には、電子はローレンツ力による円弧軌道を描き、その軌道に対

図2 測定系
Fig. 2. Measurement system.

図3 エミッタ側のポイントコンタクトによるコンダクタンスの量子化
Fig. 3. Quantized conductance of the emitter quantum point contact.

図 4 モード数が 1 のときの測定結果
Fig. 4. Experimental result for the QPC having one mode.

図 5 モード数が 2 のときの測定結果
Fig. 5. Experimental result for the QPC having two modes.

応する角度に出射した電子のみが検出される (図 9 参照)。従って、磁界を掃引することによりポイントコンタクトから出射された電子の角度分布を磁界の関数として測定できる。

モード数と電子の角度分布の関係を調べるために、上記の測定をエミッタ側ポイントコンタクトでのモード数が 1, 2 のときで各々実験を行った。このときのゲート電圧は各々 -0.28 V , -0.195 V に固定し、コレクタ側のポイントコンタクトについてはモード数三つ分に相当する電圧を印加した。

〈2・3〉 測定結果 ポイントコンタクトでのモード数が 1 (基底サブバンドのみ) のときの結果を図 4 に、モード数が 2 のときの結果を図 5 に各々示す。図 4, 図 5 に示すように、モード数 1 のときには中心に一つの大きなピークがある分布が得られ、モード数 2 のときには中心はくぼみ中心からずれたところに対称的なダブルピークが得られ、モード数の違いによる分布の相違を見いだした。また、実験における印加磁界は $-0.18\text{ T} \sim +0.18\text{ T}$ であり、この範囲で上記ゲート電圧においてポイントコンタクトでのモード数の変化⁽⁵⁾が生じてないことを確認している。以上の測定は 0.35 K で行った。

3. 実験結果の解析

著者らは、この実験結果に対して電子波の伝搬という立場で解析を行った。

インジェクタ-ディテクタ間の距離 ($1\text{ }\mu\text{m}$) は平均自由行程 ($2.9\text{ }\mu\text{m}$) より短いので、解析すべてにわたる要請として、この距離のレンジで電子は散乱を受けないとした。従って、電子はこの間を位相情報を保った電子波として伝搬する。

また、ポイントコンタクト内での電子の伝搬については以下のように考えられる。ポイントコンタクトの入口から入射した電子波は、横方向の閉込めによって生じたサブバンド (またはモード) に分解され、ポイントコンタクト内を量子化された電子波 (定在波的分布をもつ電子波) として伝搬し出口まで到達する。

〈3・1〉節では、ポイントコンタクトの出口から出射した量子化された電子波が、ディテクタの位置に置いたスクリーンまでグリーン関数によって伝搬し、その電子強度が投影されるというモデルで計算を行った。すなわち、印加磁界零のときの投影像である。

また、実際にディテクタとして検出に用いたのは点状のポイントコンタクトであるので、この投影像が磁界によるローレンツ力で移動したとして、古典的に磁界の効果を取入れた。

〈3・2〉節では、ポイントコンタクトの出口から出射した電子波について、異なるモード間の干渉の出現の有無について考察する。

〈3・3〉節では、磁界の効果量子力学的に取入れてポイントコンタクトの出口からディテクタの 1 点まで電子波を伝搬させ、同様な計算を行う。従って、この解析では電子の強度を磁界の関数として直接求めることができる。

〈3・1〉 電子波のフラウンホーファー回折⁽⁴⁾

本節では、電子波によるフラウンホーファー回折のモデルで計算を行う。すなわち、インジェクタ-ディテクタ間の距離はインジェクタの出口の間隔に比べて十分に長いという条件である。

出口での電子の波動関数については、実際の量子ポイントコンタクトは図 6 に示すように緩やかに広がっていく形状であり、従ってポイントコンタクトの中心部での固有波動関数が断熱的に広がっていくと考えられる。そこで、広がった固有波動関数が出口から出射されるとして計算を行った。また、以下の計算においてはポイントコンタクトによるポテンシャルの形状を簡単のため井戸形とする。また、今回の測定温度は 0.35 K と十分低いので、電子はフェルミエネルギー

図 6 ポイントコンタクト中を伝搬する波動関数が断熱的に広がっていく様子
Fig. 6. Adiabatic propagation of the wave function through a QPC, showing the broadening of the wavelength.

図 7 計算で用いた系
Fig. 7. The system we used for our calculation.

で伝搬するとする。

計算は図 7 に示す座標で行った。ゲートに沿った方向を y 方向、ポイントコンタクト中での電子の進行方向を x 方向とし、ポイントコンタクトの出口の中心を原点 O 、ポイントコンタクトからスクリーンまでの距離を X 、スクリーン上の点を $P(X, Y)$ とする。また、 $OP=R$ 、ポイントコンタクトの幅 (y 方向) を L 、長さ (x 方向) を W とする。

ポイントコンタクトの出口での波動関数はポイントコンタクト内でのモード数が 1 のときは、

$$\Omega_1(0, y) = \sqrt{2/L} e^{ik_x W} \cos(\pi y/L) \quad (-L/2 \leq y \leq L/2) \quad (1)$$

モード数が 2 のときの 1st モードは上記の Ω_1 であり、2nd モードは、

$$\Omega_2(0, y) = \sqrt{2/L} e^{ik_x W} \sin(2\pi y/L) \quad (-L/2 \leq y \leq L/2) \quad (2)$$

ここで k_x, k'_x は各々

$$k_x = \sqrt{k_F^2 - \left(\frac{\pi}{L}\right)^2}, \quad k'_x = \sqrt{k_F^2 - \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2} \quad (3)$$

である。また、出口を除いた部分のゲートによる境界 ($x=0$) 上においては、

$$\Omega(0, y) = 0 \quad (y \leq -L/2, L/2 \leq y) \quad (4)$$

図 8 (8)式を満たすグリーン関数を求めるための鏡像法を示す図
Fig. 8. Method of images to obtain the Green's function.

とし、出口以外のゲート上には電子が存在しないという境界条件をとる。すなわち、上記の (1), (2), (4) 式は境界 $x=0$ 上で波動関数 Ω を与えている。

境界 S があるとき、境界から離れた点 r での波動関数はグリーン関数を用いて

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{\hbar}{2m^*} \int_S d\vec{S}' \{ G(\vec{r}, \vec{r}') \vec{\nabla}' \Psi(\vec{r}') - \Psi(\vec{r}') \vec{\nabla}' G(\vec{r}, \vec{r}') \} \quad (5)$$

の表式で表される*1。

特に、今の場合には境界上での波動関数を与える Diriclet 問題になるので、境界上で

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = 0 \quad (r': S \text{ 上}) \quad (6)$$

を満たすグリーン関数を使う (以後、この条件を満たすグリーン関数を G^D と書く)。従って (5) 式は、

$$\Psi(r) = -\frac{\hbar}{2m^*} \int_S d\vec{S}' \Psi(\vec{r}') \vec{\nabla}' G^D(\vec{r}, \vec{r}') \quad (7)$$

となる。

いま、境界は $x=0$ 上にあるので G^D は、二次元自由粒子グリーン関数、

$$G^0(x, y; x', y') = -\frac{m^*}{\pi \hbar} K_0(-ik_F \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) \quad (8)$$

を用いると、図 8 に示す通常の鏡像法により (6) 式を満たすグリーン関数が求められ以下のとおりになる。

$$G^D(x, y; x', y') = -\frac{m^*}{\pi \hbar} [K_0(-ik_F \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) - K_0(-ik_F \sqrt{(x+x')^2 + (y-y')^2})] \quad (9)$$

*1 本論文において、グリーン関数を $(E-H)G(\vec{r}, \vec{r}') = \hbar \delta(\vec{r}-\vec{r}')$ で定義する。

図 9 出射角と軌道半径の関係
Fig. 9. Relation among orbital radius and injection angle of electrons.

(1), (2)式の波動関数を(7)式の表式により G^P [(9)式]でポイントコンタクトから点 $P(X, Y)$ まで伝搬させる。その結果、点 P での電子の強度はモード数が1のときには (ただし $R \gg L, k_F R \gg 1$ の条件で展開),

$$|\Psi_1(X, Y)|^2 = \frac{k_F L}{4\pi} \frac{X^2}{R^3} \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{k_F L Y}{2R}\right)}{\frac{\pi}{2} - \frac{k_F L Y}{2R}} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{k_F L Y}{2R}\right)}{\frac{\pi}{2} + \frac{k_F L Y}{2R}} \right\}^2 \dots (10)$$

モード数が2のときには1stモードと2ndモードの干渉項は消えて

$$\begin{aligned} |\Psi(X, Y)|^2 &= |\Psi_1(X, Y)|^2 + |\Psi_2(X, Y)|^2 \\ &= |\Psi_1(X, Y)|^2 + \frac{k_F L}{4\pi} \frac{X^2}{R^3} \left\{ \frac{\sin\left(\pi - \frac{k_F L Y}{2R}\right)}{\pi - \frac{k_F L Y}{2R}} - \frac{\sin\left(\pi + \frac{k_F L Y}{2R}\right)}{\pi + \frac{k_F L Y}{2R}} \right\}^2 \dots (11) \end{aligned}$$

となる*2。

これらは、印加磁界がないときにディテクタの位置に置いたスクリーンに投影される回折像である。この回折像を磁界の掃引によって測定したと考えられる。そこで、印加磁界が微弱なので、電子は古典的な円弧軌道を通るとする。図9に示すように出射角と軌道半径の幾何学的な関係から、(10), (11)式は各々以下のようになる。モード数1のとき、

図 10 フラウンホーファー回折の近似を電子波に適用した計算結果
Fig. 10. Calculation.

$$|\Psi_1(X, B)|^2 = \frac{k_F L}{4\pi} \frac{X^2}{R^3} \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{eBLX}{4\hbar}\right)}{\frac{\pi}{2} - \frac{eBLX}{4\hbar}} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{eBLX}{4\hbar}\right)}{\frac{\pi}{2} + \frac{eBLX}{4\hbar}} \right\}^2 \dots (12)$$

モード数2のとき、

$$\begin{aligned} |\Psi(X, B)|^2 &= |\Psi_1(X, B)|^2 + \frac{k_F L}{4\pi} \frac{X^2}{R^3} \\ &\times \left\{ \frac{\sin\left(\pi - \frac{eBLX}{4\hbar}\right)}{\pi - \frac{eBLX}{4\hbar}} - \frac{\sin\left(\pi + \frac{eBLX}{4\hbar}\right)}{\pi + \frac{eBLX}{4\hbar}} \right\}^2 \dots (13) \end{aligned}$$

これらをプロットしたものを図10に示す。上段がポイントコンタクトでのモード数が1のときで、下段がポイントコンタクトでのモード数が2のときである。これらは、著者らが実験で得たモード数1のときのシングルピーク、モード数2のときのダブルピークと形状が一致し、特にモード数が2個のときのポイントコンタクトの出口における実効的な幅を150 nmとすると、ダブルピークの位置は実験データと一致する。また、モード数1個のときの出口における実効的な幅を90 nmとした。

2 DEGのフェルミ波長42 nmから見積もられる、モード数1のときのポイントコンタクトの幅21~42 nm、モード数2のときのポイントコンタクトの幅

*2 ここで、1stモードと2ndモードとの干渉項は必ずしも消えない。そこで、干渉項の有無について(3・2)節で詳述し、(11)式の結果が正しいことを示す。

42~63 nm に比べて出口のフィティングした実効的な幅が大きい。しかし、これは微細加工部分の N_s が薄くなっていること、および出口の形状が緩やかに広がっていくことによるポイントコンタクトの出口での波動関数の広がりのためと考えれば説明がつく (図 6)。

〈3・2〉 入射波の対称性とモード間の干渉

ポイントコンタクトを通過してきた電子波は各モードに分解されているが、もともと一つの電子であり、ポイントコンタクト出射後、異モード間の干渉効果が生ずると考えられる。ここでは、1st モードと 2nd モードについての干渉効果について考察する。

まず、ポイントコンタクトの入口から平面波をポイントコンタクト内に入射させる。図 7 に示すようにポイントコンタクトに対し、 θ の角度で入射する平面波は次式となる。ここで $Q(-W, 0)$ をポイントコンタクトの入口の中心とする。

$$\Phi_\theta(x, y) = e^{ik_y y \sin \theta} e^{ik_x(x+W) \cos \theta} \dots \dots \dots (14)$$

ポイントコンタクト中で電子の波動関数は x 方向と y 方向が分離可能で、モード数 2 個のときは、

$$\Omega_\theta(x, y) = \alpha(\theta) \chi_1(y) e^{ik_x(x+W)} + \beta(\theta) \chi_2(y) e^{ik'_x(x+W)} \dots \dots \dots (15)$$

と表される。ここで、 $\chi_1(y)$ は y 方向についての一番下の単位の固有関数であり、ポイントコンタクト内の系が y 方向に関して対称という条件の下で偶関数である。 $\chi_2(y)$ は 2 番目の単位の固有関数で系が対称であるなら奇関数である。また、 $\alpha(\theta), \beta(\theta)$ は θ に依存する展開係数である。

y 方向についての全系の対称性から入射波の波動関数は次の対称性を有する (ただし、磁界がないとき)。

$$\Phi_\theta(x, y) = \Phi_{-\theta}(x, -y) \dots \dots \dots (16)$$

従ってポイントコンタクト中での波動関数も同じ対称性を有し、

$$\Omega_\theta(x, y) = \Omega_{-\theta}(x, -y) \dots \dots \dots (17)$$

(15), (17) 式より、 α, β は次の対称性を有する、

$$\alpha(\theta) = \alpha(-\theta), \quad \beta(\theta) = -\beta(-\theta) \dots \dots \dots (18)$$

(15) 式で表記される波動関数がポイントコンタクトの出口まで伝搬したとき、出口での波動関数は、

$$\Omega_\theta(0, y) = \alpha(\theta) \chi_1(y) e^{ik_x W} + \beta(\theta) \chi_2(y) e^{ik'_x W} \dots \dots \dots (19)$$

となる。これを、グリーン関数 G で出口からディテクタまで伝搬させる。ディテクタでの波動関数 Ψ は形式的に、

$$\Psi_\theta = \alpha(\theta) e^{ik_x W} \{G\chi_1(y)\} + \beta(\theta) e^{ik'_x W} \{G\chi_2(y)\} \dots \dots \dots (20)$$

のように書ける。

このときの強度は、

$$\begin{aligned} |\Psi_\theta|^2 = & |\alpha(\theta)|^2 |G\chi_1(y)|^2 + |\beta(\theta)|^2 |G\chi_2(y)| \\ & + [\alpha^*(\theta)\beta(\theta) e^{i(k'_x - k_x)W} \\ & \times \{G\chi_1(y)\}^* \{G\chi_2(y)\} + \text{c. c.}] \\ & \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

ここで c. c. : 複素共役な項

となる。ここで第 3 項、第 4 項は 1st モードと 2nd モードの干渉項で α, β は平面波の入射角 θ に依存し、 $(k'_x - k_x)W$ は 1st モードと 2nd モードの進行方向についての波数ベクトルの違いからポイントコンタクト内を伝搬することによって生じる位相差である。

入射平面波 Φ はすべての方向からポイントコンタクトに入射するので、実際の測定で検出される強度は θ に関しての平均であり、以下のものである。

$$\begin{aligned} \langle |\Psi_\theta|^2 \rangle_\theta = & \langle |\alpha(\theta)|^2 \rangle_\theta |G\chi_1(y)|^2 \\ & + \langle |\beta(\theta)|^2 \rangle_\theta |G\chi_2(y)|^2 \\ & + [\langle \alpha^*(\theta)\beta(\theta) \rangle_\theta e^{i(k'_x - k_x)W} \\ & \times \{G\chi_1(y)\}^* \{G\chi_2(y)\} + \text{c. c.}] \\ & \dots \dots \dots (22) \end{aligned}$$

干渉項について考察する。 $-\theta$ 方向からの入射平面波の伝搬による、ディテクタにおける電子の強度を同様に求めると、

$$\begin{aligned} |\Psi_{-\theta}|^2 = & |\alpha(-\theta)|^2 |G\chi_1(y)|^2 + |\beta(-\theta)|^2 |G\chi_2(y)| \\ & + [\alpha^*(-\theta)\beta(-\theta) e^{i(k'_x - k_x)W} \\ & \times \{G\chi_1(y)\}^* \{G\chi_2(y)\} + \text{c. c.}] \dots (23) \end{aligned}$$

となる。

θ 方向からの波と $-\theta$ 方向の波の平均をとると干渉項は相殺され次のようになる [(18) 式を用いる]。

$$\begin{aligned} \frac{|\Psi_\theta|^2 + |\Psi_{-\theta}|^2}{2} \\ = & |\alpha(\theta)|^2 |G\chi_1(y)|^2 + |\beta(\theta)|^2 |G\chi_2(y)|^2 \\ & \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

現在の解析法では正確な議論はできないが、コンダクタンスの量子化から 1st モードと 2nd モードは同じ寄与を与えると考えられるので、展開係数についての平均は

$$\langle |\alpha(\theta)|^2 \rangle_\theta \approx \langle |\beta(\theta)|^2 \rangle_\theta \dots \dots \dots (25)$$

とする。

従って、強度の θ に関する平均は

$$\langle |\Psi_\theta|^2 \rangle_\theta \approx |G\chi_1(y)|^2 + |G\chi_2(y)|^2 \dots \dots \dots (26)$$

となり、系の対称性から印加磁界がないときには 1st モードと 2nd モードの干渉項は相殺され、検出されない。

従って、行うべき計算は出口での波動関数をディテクタまでグリーン関数で伝搬させ、ディテクタでの

1st モードと 2nd モードの強度を計算し和をとればよい。よって、〈3・1〉節のように干渉項が現れないとすることは妥当である。

〈3・3〉 弱磁界中のグリーン関数による伝搬

〈3・1〉節の解析において、電子波の伝搬に関しては量子力学内で考察している。一方、磁界に関してのみ古典的に取扱っており、若干不自然である。そこで、ここでは磁界をも量子力学の範囲内に包含した議論を行う。従って、電子の円弧状の古典軌道を特には考慮しない解析となる。

磁界を考慮した場合、グリーン関数が満たすべき方程式は（スピンを考えない場合）、

$$\left[i \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{\hbar} \left\{ \frac{1}{2m^*} (\vec{P} - e\vec{A})^2 + e\phi \right\} \right] G^A(\zeta, \zeta') \\ = \delta^{(4)}(\zeta - \zeta') \quad \dots\dots\dots (27)$$

である。弱磁界中においては、境界がないときのグリーン関数は次のように近似できる^{(6)(7)*3}、

$$G^A(\zeta, \zeta') = \exp \left\{ i \frac{e}{\hbar} \phi(\zeta, \zeta') \right\} G^0(\zeta, \zeta') \quad (28)$$

ここで、 G^0 : 自由粒子グリーン関数

また、 ϕ は、

$$\phi(\zeta, \zeta') = \sum_{\mu=0}^3 \int_{\zeta'}^{\zeta} d\xi^{\mu} A_{\mu}(\xi) \quad \dots\dots\dots (29)$$

で線積分は ζ' から ζ までの直線上で実行する。 ξ および A は四次元ベクトルであり、次に示すものである。

$$\left. \begin{aligned} \xi^{\mu} &= (t, x, y, z) \\ A^{\mu} &= (\phi, A_x, A_y, A_z) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここに、 ϕ : 静電ポテンシャル、 A : ベクトルポテンシャル

境界での波動関数をやはり〈3・1〉節と同じく (1), (2), (4) 式で与える。(5) 式は磁界中では次のように変更される。

$$\Psi(\vec{r}) = -\frac{\hbar}{2m^*} \int_S d\vec{S}' \left\{ G^A(\vec{r}, \vec{r}') \right. \\ \times \left\{ \vec{\nabla}' - i \frac{e}{\hbar} \vec{A}(\vec{r}') \right\} \Psi(\vec{r}') - \Psi(\vec{r}') \\ \times \left. \left\{ \vec{\nabla}' + i \frac{e}{\hbar} \vec{A}(\vec{r}') \right\} G^A(\vec{r}, \vec{r}') \right\} \\ \dots\dots\dots (31)$$

しかし、〈3・1〉節と同様に Diriclet 問題であるので、グリーン関数は境界上で

$$G^A(\vec{r}, \vec{r}') = 0 \quad (\vec{r}': S \text{ 上}) \quad \dots\dots\dots (32)$$

図 11 弱磁界中でのグリーン関数を求めるためのベクトルポテンシャルについての積分回路
Fig. 11. Integral path to calculate the Green's function in weak magnetic field.

を満たす（以後、 $G^{A,D}$ と記す）。従って、(31) 式は

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{\hbar}{2m^*} \int_S d\vec{S}' \cdot \Psi(\vec{r}') \vec{\nabla}' G^{A,D}(\vec{r}, \vec{r}') \\ \dots\dots\dots (33)$$

となる。

境界がある場合にも、弱磁界中のグリーン関数は (28), (29) 式と同様に、磁界がないときのグリーン関数にベクトルポテンシャルの線積分で決まる位相因子をかけて近似的に求めることができる。ただし、(i) 積分経路の終点において、積分経路はベクトルポテンシャルがないときにおけるグリーン関数の傾きの方向と一致する必要がある。(ii) グリーン関数の相反性

$$G^{A,D}(\vec{r}, \vec{r}'; \vec{A}(\vec{r})) \\ = G^{A,D}(\vec{r}', \vec{r}; -\vec{A}(\vec{r}')) \quad \dots\dots\dots (34)$$

を満たすために、グリーン関数の始点と終点を交換したとき、積分回路が等しく（積分の方向は逆に）ならなければならない。

これらの条件を満たすものとして、図 11 に示す積分経路を直接波と反射波について各々採用する。このときのグリーン関数を以下に示す。

$$G^{A,D}(\vec{r}, \vec{r}') \\ = \exp \left(i \frac{e}{\hbar} \phi_1(\vec{r}, \vec{r}') \right) G^0(x, y; x', y') \\ - \exp \left(i \frac{e}{\hbar} \phi_2(\vec{r}, \vec{r}') \right) G^0(x, y; -x', y') \\ \dots\dots\dots (35)$$

このとき、図 8 の鏡像に相当する部分は図 11 における反射に対応する。これらは印加磁界がないとき（ベクトルポテンシャルがないとき）には完全に同等である。(35) 式の第 1 項は直接波によるもので、

$$\phi_1 = \sum_{j=1}^3 \int_{C_1} d\xi^j A_j(\xi) \quad \dots\dots\dots (36)$$

は C_1 の経路により生じた位相成分であり、第 2 項は

*3 シリーズに接続したポイントコンタクト間ではサイクロトロン運動が生じない強さの磁界を印加している。従って、この近似が使える程度の印加磁界である。

反射波によるもので

$$\varphi_2 = \sum_{j=1}^3 \int_{C_2} d\xi^j A_j(\xi) \dots\dots\dots (37)$$

は C_2 の経路により生じた位相成分である。

また、実験においては Z 方向に一様磁界 B が印加されているので、 A を例えば次のようにとればよい。

$$A^\mu = (0, -By, 0, 0) \dots\dots\dots (38)$$

このグリーン関数でポイントコンタクトの出口からディテクタの中心 $D(X, 0)$ まで 1st モード[(1)式]と 2nd モード[(2)式]を伝搬させると、1st モードの強度は D 上で

$$|\Psi_1(X, B)|^2 = |\Psi_1(X, B)|^2 + |\eta_1(X, B)|^2 \dots\dots\dots (39)$$

2nd モードの強度は

$$|\Psi_2(X, B)|^2 = |\Psi_2(X, B)|^2 + |\eta_2(X, B)|^2 \dots\dots\dots (40)$$

となる。

ここで、 $|\Psi_1(X, B)|^2$ および $|\Psi_2(X, B)|^2$ はそれぞれ<3・1>節で磁界を古典的に取扱って求めた(12)式および(13)式の第2項と同じものである(ただし、 $R=X$)。また $|\eta_1(X, B)|^2$ 、 $|\eta_2(X, B)|^2$ は直接波と反射波との位相差から生じるものであり、以下に示す。

$$|\eta_1|^2 = \frac{4}{\pi k_F} \frac{1}{XL} 16 \left(\frac{eB}{2\hbar} \right)^2 \times \left[\frac{\pi \cos\left(\frac{eBXL}{4\hbar}\right)}{-\left(\frac{eBX}{2\hbar}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2} - \frac{4 \frac{eBX}{2\hbar} \frac{\pi}{L} \sin\left(\frac{eBXL}{4\hbar}\right)}{\left\{ -\left(\frac{eBX}{2\hbar}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \right\}^2} \right]^2 \dots\dots\dots (41)$$

$$|\eta_2|^2 = \frac{4}{\pi k_F} \frac{1}{XL} 16 \left(\frac{eB}{2\hbar} \right)^2 \times \left[\frac{2\pi \cos\left(\frac{eBXL}{4\hbar}\right)}{-\left(\frac{eBX}{2\hbar}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2} - \frac{4 \frac{eBX}{2\hbar} \frac{2\pi}{L} \sin\left(\frac{eBXL}{4\hbar}\right)}{\left\{ -\left(\frac{eBX}{2\hbar}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \right\}^2} \right]^2 \dots\dots\dots (42)$$

著者らの実験条件の場合には、1st モード、2nd モードに対してそれぞれ、ピーク比でおよそ

$$\left\{ \begin{array}{l} |\Psi_1|^2 \approx 100 |\eta_1|^2 \\ |\Psi_2|^2 \approx 20 |\eta_2|^2 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

となる。よって、著者らの実験条件($L < X < \text{サイクロトロン直径}$)においては、直接波と反射波の位相差

に起因する $|\eta_1|^2$ および $|\eta_2|^2$ は実験結果に影響を与えない大きさとなる。従って、測定にかかる強度はポイントコンタクトでのモード数が1のとき、

$$|\Psi_1(X, B)|^2 \approx |\Psi_1(X, B)|^2 \dots\dots\dots (44)$$

モード数が2のとき、

$$|\Psi_2(X, B)|^2 \approx |\Psi_1(X, B)|^2 + |\Psi_2(X, B)|^2 \dots\dots\dots (45)$$

で磁界を古典的に扱った場合と近似的に一致する**。(44)、(45)式の場合も、やはりフラウンホーファー回折であるが、回折を生じさせる位相差を作り出すものは、グリーン関数にも現れている電子波の伝搬経路上のベクトルポテンシャルの存在である。

一方、<3・1>節の解析(零磁界でスクリーン上での電子強度を求めた解析)もフラウンホーファー回折であるが、その回折を起こすための位相差は電子の伝搬経路の行路差が原因である。

しかし、(12)、(13)式と(44)、(45)式から、行路差によるフラウンホーファー回折像がローレンツ力でずれたとする(磁界の取扱いに関して古典的な)解析結果と、ベクトルポテンシャルの存在による位相変化から生じたフラウンホーファー回折という(磁界の取扱いに関して量子力学から出発した)解析結果が一致したことがわかる。その結果として、この実験の場合における定常的な弱磁界の下では、磁界の取扱いに関して古典的な見方が許される。従って、<3・1>節のスクリーン上の回折像が磁界によって移動したという考え方は妥当である。よって、これらの解析と実験結果のモード数1のときのシングルピーク・モード数2のときのダブルピークの形状、およびダブルピークの磁界に対する位置の一致から、これらの実験は確かにポイントコンタクトの出射角分布を測定したものであり、その出射角分布は定在波の分布をもつ電子波のフラウンホーファー回折で説明できる。

(44)、(45)式をプロットしたものも図10に示したものである。また、以上の電子波の伝搬によって得られた計算結果と実験の一致から、著者らの実験結果はコヒーレントな電子波伝搬による回折・干渉効果によって生じたものであると考えられる。

(参考) ここでは、ポテンシャルの形状を井戸形としているが実際には放物形のほうが現実に近い。

*4 磁界が存在するときには y 方向についての系の対称性が壊れるので、必ずしも<3・2>節での議論のように干渉項が消えるとは限らない。しかし、ここでは弱磁界中であり、系の対称性がそれほど壊れないと考えられるので、干渉項が打消されるとい傾向はそれほど変化しないと思われる。よって、ここでは干渉項を無視した。

この場合でも同様な解析結果が得られることはたやすく推測できる。しかし、この場合の固有関数を伝搬させたときはサブピークは現れないこと（モード数1なら中央のシングルピークのみ、モード数2ならダブルピークのみ現れる）が大きな相違点である。

4. む す び

量子ポイントコンタクトからの電子の出射角分布の測定において、ポイントコンタクトでのモード数によって、角度分布が異なることを初めて見いだした⁽⁴⁾。モード数2のときのダブルピークは特筆できる。また、この結果はポイントコンタクトで量子化された電子波（定在波の分布をもつ電子波）のフラウンホーファー回折現象によって説明できることについて述べた。

今回、特に磁界についての考察を弱磁界中で量子力学から出発して行い、その結果としてこの実験の場合の回折は電子波伝搬経路相互間の、ベクトルポテンシャルによって生じる位相差によることがわかったが、同時に磁界を古典的に扱った場合の、スクリーンに映った回折像がローレンツ力で移動したという考え方は、弱磁界においては妥当であることもわかった。従って、実験は確かに出射角分布を測定したものであり、その結果はいずれにせよ定在波の分布をもつ電子波のフラウンホーファー回折で説明できる。

更に、1stモード、2ndモード間の干渉は印加磁界がないときに、実際には観測にかからないことを入射波および系の対称性から示した。

本研究を行うにあたり、大学・民間共同研究（メソスコピック・エレクトロニクス」文部省大型基礎プロジェクトの一環として有益な御助言をいただきました東京大学生産研 生駒俊明教授、東京大学物性研 安藤恒也教授に感謝いたします。また、磁界中でのキルヒホッフ-ホイヘンスの定理の表(31)式について御助言をいただきました慶応大学理工学部 川村 清教授に感謝いたします。また、御協力いただいたEB露光グループ 石割秀敏氏、小瀬村欣司郎氏、永田武雄氏、および結晶成長グループ 藤井俊夫氏、佐々誠彦氏、中田義昭氏に感謝いたします。日ごろ御指導いただいている柴富昭洋氏に感謝いたします。

(平成2年6月26日受付、同2年10月23日再受付)

文 献

- (1) B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel & C. T. Foxon: "Quantized Conductance of Point Contacts in Two-Dimensional Electron Gas", *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848 (1988)
- (2) D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie & G. A. C. Jones: "One-dimensional transport and the quantization of the ballistic resistance", *J. Phys.* **C21**, L 209 (1988)
- (3) L. W. Molenkamp, A. A. M. Staring, C. W. J. Beenakker, R. Eppenga, C. E. Timmering, J. G. Williamson, C. J. P. M. Harmans & C. T. Foxson: "Electron-Beam collimation with a quantum point contact", *Phys. Rev.* **B41**, 1274 (1990)
- (4) 斎藤・岡田・小瀬村・永田・石割・横山: 「量子ポイントコンタクトから発射される電子波の角度分布」, 信学技報, **ED90-4**, 21 (平2); M. Okada, M. Saito, M. Takatsu, K. Kosemuru, T. Nagata, H. Ishiwari & N. Yokoyama: "Angular Distribution of Electrons Injected through a Quantum Point Control" to be published in *Superlattices and Microstructures*
- (5) B. J. van Wees, L. P. Kouwenhoven, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. E. Mooij, C. T. Foxson & J. J. Harris: "Quantized conductance of magnetoelectric subbands in ballistic point contacts", *Phys. Rev.*, **B38**, 3625 (1988)
- (6) Julian Schwinger, "Particles, Sources, and Fields", Vol. II, p. 21 (1973) Addison-Wesley
- (7) L. P. Gor'kov: "Microscopic Derivation of The Ginzburg-Landau Equations in The Theory of Superconductivity", *Soviet Phys. JETP*, **9**, 1364 (1959)

斎藤 美 寿 (正員)

昭和62年東京工業大学理学部物理学科卒業。平成元年同修士課程修了。同年富士通研究所入社。以来、量子効果デバイスの研究に従事。現在、同社機能デバイス研究部第二研究室所属。物理学会会員。

岡 田 誠 (非会員)

昭和61年早稲田大学大学院修士課程修了。同年富士通研究所入社。以来、量子細線など、量子効果デバイスの研究に従事。現在、同社機能デバイス研究部第二研究室所属。応用物理学会会員。

高 津 求 (非会員)

昭和62年東京大学大学院博士課程修了。同年富士通研究所入社。以来、共鳴トンネルのウィグナー形式による過渡解析、共鳴トンネルリングホットエレクトロントランジスタの論理回路など、量子効果デバイスの研究に従事。現在、同社機能デバイス研究部第二研究室所属。工学博士。応用物理学会会員。

横 山 直 樹 (非会員)

昭和 46 年大阪市立大学理学部物理学科卒業。48 年大阪大学大学院修士課程修了。同年富士通研究所入社。以来、化合物半導体デバイスの

研究に従事。現在、同社機能デバイス研究部第二研究室長。工学博士。1987 年 GaAs Symposium Young Scientist Award, 学術奨励賞受賞。応用物理学会会員, 電子情報通信学会, IEEE, AIP 会員。