観測雑音を考慮したブロック直交射影アルゴリズム の特性改善に関する一考察

正 員 古 川 利 博 (千葉工大)

非会員 久保田 一 (千葉工大)

正 員 柴 田 岩 夫 (千葉工大)

Improvement of Properties of Block Orthogonal Projection Algorithm with Observed Noises

Toshihiro Furukawa, Member, Hajime Kubota, Non-member and Iwao Shibata, Member
(Chiba Institute of Technology)

Much work has been done, concerning the adaptive algorithms to adjust filter's coefficients. Among them, Block Orthogonal Projection Algorithm (BOPA) already proposed by authors is effective one, from viewpoints of convergence speed and computational requirements. Unfortunately, the convergence characteristics of BOPA lower down, when the BOPA is applied to the important system of use in which the input signal is colored one and observed noises are added at output of unknown system.

First, this paper makes it clear that the convergence characteristic of BOPA can be strongly influenced by the dispersion of singular value distribution of input state matrix at any block, and secondly presents a block adaptive algorithm based on singular value decomposition, which can realize effective parameter estimation under the condition mentioned above. The proposed algorithm can obtain stable convergence characteristics by putting some smaller singular values of state matrix into zero. Furthermore, it is shown that the proposed algorithm is capable for application to practical systems by computer simulations.

キーワード：適応信号処理，ブロック直交射影アルゴリズム，収束特性，特異値分解

1. ま え が き

近年の半導体の技術革新に伴い適応信号処理の研究が多方面で活発に行われており、エコーキャンセラ⁽¹⁾、自動等化器⁽²⁾などディジタル通信系を中心とする幅広い分野で応用されている。適応信号処理においてはフィルタ係数を修正する適応アルゴリズムが重要な問題の一つである。これに関しては従来から数多くの研究成果が報告されており、学習同定法⁽³⁾、LMSアルゴリズム⁽⁴⁾、最小自乗法⁽⁵⁾などが代表的なアルゴリズムと言える。ところで、実際の応用においては多くの場合、入力信号が相関を有し、未知系の出力に雑

音を伴うような系が対象になると思われる。ところが、このような系に先のアルゴリズムを適用した場合、収束速度の低下や推定精度の劣化をまねくことが知られている。そこで、足立らと菊池らは上述したような系に最小自乗法を適用した場合のアルゴリズムの特性改善について考察している⁽⁶⁾⁽⁷⁾。これらの方式は、入力自己相関行列の固有値分解を利用した手法であり、自己相関行列の小さな固有値を零とおいて打捨てることによって、最小自乗法の適用によるパラメータ推定誤差の劣化を改善している。しかし、両者の方式はサンプル時刻ごとに自己相関行列の固有値と固有ベクトルを求める必要があり、かなりの演算量が見込ま

れている。また、これらは自己相関行列が正則であるという仮定の下で議論を行っているが、入力信号が前述した信号である場合、この行列が必ずしも正則であるとは限らないことも考えられる。

一方、観測雑音が無視できるときの高速なパラメータ推定法として、ブロック直交射影アルゴリズム (Block Orthogonal Projection Algorithm; BOPA) が著者らによって既に提案されている⁽⁸⁾。これは、尾関らが提案したアフィン射影算法 (以下、APA)⁽⁹⁾ にブロック処理の概念を導入した方式である。APA は、複数の入力状態ベクトルが張る部分空間への直交射影演算に基づく逐次アルゴリズムであり、入力信号が相関を有する場合でも高速な収束特性を得ることができる。しかしその反面、サンプルあたりの演算量が增大するという欠点があった。この欠点を改善した手法が BOPA である。これは、最小自乗法の自己相関行列に対応する入力状態行列が、列および行に関してランク落ちしている場合にも対処できるため、入力状態行列のランク落ちの有無を考慮する必要がない利点をも有している。ただし、BOPA は係数の修正を r (ブロック長) サンプルおきに行うため、 r 個の入力信号ベクトルが得られるまで係数の修正は行われないう。これは、サンプル単位での係数修正が望まれるような場合に適用する際には問題となる。従って、そのような場合に対しては、状況に応じてブロック長を短くするなどの注意が必要である。

本論文では、以上のような性質を有する BOPA を前述した系、即ち実際の応用で対象となるような系に適用した際生じる現象を解析的に検討し、このような状況下でも有効なパラメータ推定が期待できるブロック適応アルゴリズムを提案する。本方式は、任意のブロックに対応する状態行列の特異値分解に基づく手法であり、この行列の小さな特異値を零とおいて打切ることにより、パラメータ推定誤差の改善を図っている。また本方式によれば、文献(6)、(7)の手法と比較して少ない演算量で同程度のパラメータ推定精度を実現できることが期待される。

以下、第2章で以後の議論のための問題設定と準備を行い、第3章では第2章で述べた系に適用された BOPA の特性解析を行う。第4章では前章での結果を踏まえ、任意のブロックに対応する入力状態行列の小さい特異値を、適当な個数打切るブロック適応アルゴリズムを提案する。次いで、本アルゴリズムの性質について簡単に議論する。更に、第5章では計算機シミュレーションにより、本方式の先述した系に対する有効性を検証する。また、文献(6)、(7)の方式と比

較して演算量の点で本方式が有利であることを確認する。

2. 準備

本章では、問題の設定と以後の議論で使用する記号の定義を行う。なお、本論文では特に断わらない限り $(r \times N)$ の行列 A 、 $(N \times 1)$ のベクトル b をそれぞれ A_{rN} 、 b_N と表記する。

さて、適応フィルタの問題は、線形系の同定問題として定式化できる。すなわち、相関を有する定常な入力信号 $\{x(k), -\infty < k < \infty\}$ に対して

$$y(k) = \sum_{i=0}^{N-1} w(i)x(k-i) + n(k) \cdots \cdots (1)$$

で定まる観測信号 $\{y(k), -\infty < k < \infty\}$ を出力する未知系を考える。ここで、 $w(i)$ ($i=0 \sim (N-1)$) は未知の定数であり、推定すべき M. A. モデルのインパルス応答である。そこでこれを

$$W_N \triangleq [w(0), w(1), \cdots, w(N-1)]^T \cdots \cdots (2)$$

と定義する。ただし、肩文字 T は転置を表す。また、 $n(k)$ は未知系の出力に重畳している時刻 k における外乱であり、入力信号 $x(k)$ と独立な平均値 0、分散 σ^2 の正規性白色雑音系列とする。一方、同じ入力信号 $\{x(k), -\infty < k < \infty\}$ に対して、出力信号 $\{z(k), -\infty < k < \infty\}$ が

$$z(k) = \sum_{i=0}^{N-1} h(i)^{(k)} x(k-i) \cdots \cdots (3)$$

で定まる別の線形系を適応フィルタと呼ぶ。ここで、 $h(i)^{(k)}$ は時刻 k での $(i+1)$ 番目の適応フィルタ係数である。問題はある評価量に基づいた適当なアルゴリズムを用いて、 $h(i)^{(k)}$ により W_N を推定することである。本論文ではこの問題に対して、観測雑音が無視できる場合に高速で安定な収束特性が実現できる BOPA⁽⁸⁾ を適用し、その場合の特性解析を行うと共に収束速度の改善を図る方式について議論する。ここで、以後の議論で使用する記号、量を定義する。

〔定義1〕 ブロック長、推定すべきインパルス応答長をそれぞれ r 、 N とする。 r は1回の係数修正に用いる入力状態ベクトルの数である。

〔定義2〕 時刻 k に対応する入力状態行列 $A_{rN}(k)$ 、入力状態ベクトル $x_N(k)$ をそれぞれ

$$A_{rN}(k) \triangleq [x_N(k-r+1), x_N(k-r+2), \cdots, x_N(k)]^T \cdots \cdots (4)$$

$$x_N(k) \triangleq [x(k), x(k-1), \cdots, x(k-N+1)]^T \cdots \cdots (5)$$

と定義する。また、

$$F_{NN}(k) \triangleq A_{rN}(k)^T A_{rN}(k) \cdots \cdots (6)$$

とする。入力状態行列 $A_{rn}(k)$ のランクは特に断わらない限り、 $\text{Rank}[A_{rn}(k)] = m \leq r < N$ とする。

〔定義3〕 時刻 k における観測信号ベクトル $y_r(k)$ を

$$y_r(k) \triangleq d_r(k) + n_r(k) \quad \dots\dots\dots (7)$$

と定義する。ただし、

$$d_r(k) = A_{rn}(k) W_N \quad \dots\dots\dots (8)$$

であり、 $h_N(k)$ は時刻 k における推定係数ベクトルである。また、 $n_r(k)$ は同時刻での雑音ベクトルを表し、

$$n_r(k) \triangleq [n(k-r+1), n(k-r+2), \dots, n(k)]^T \quad \dots\dots\dots (9)$$

とする。ここで、 $n(k)$ は

$$E[n(k)] = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$E[n(k)n(k+i)] = \begin{cases} \sigma^2 & (i=0) \\ 0 & (i \neq 0) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$E[n(k)x(k+i)] = 0 \quad (i=0, 1, \dots) \quad \dots\dots\dots (12)$$

を満足する量である。ただし、 $E[\cdot]$ は期待値である。更に

$$g_N(k) \triangleq A_{rn}(k)^T n_r(k) \quad \dots\dots\dots (13)$$

とおく。 (定義終)

3. BOPA によるパラメータ推定

本章では、前章で述べたような系のパラメータ推定に BOPA を適用し、そのときに得られる推定係数ベクトルの振舞いを解析的に検討する。いま、時刻 k から同定を始めるものとし、このときの任意の推定係数ベクトルを $h_N(k)$ とする。ブロック長を r とする BOPA によれば、次の係数修正時刻は $(k+r)$ であり、このときに得られる係数ベクトル $h_N(k+r)$ は

$$h_N(k+r) = h_N(k) + A_{rn}(k+r-1)^+ e_r(k+r-1) \quad \dots\dots\dots (14)$$

で与えられる。ここで、

$$e_r(k+r-1) = y_r(k+r-1) - A_{rn}(k+r-1)h_N(k) \quad \dots\dots\dots (15)$$

である。さて、 $h_N(k+r)$ は h_N を未知ベクトルとする次の連立方程式

$$\begin{aligned} A_{rn}(k+r-1)h_N \\ = A_{rn}(k+r-1)A_{rn}(k+r-1)^+ y_r(k+r-1) \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

の解である⁽⁸⁾。ただし、 $A_{rn}(k+r-1)^+$ は $A_{rn}(k+r-1)$ の Moore-Penrose 形一般逆行列である。この一般逆行列については、例えば文献(11)を参照されたい。ここで、(16)式の両辺に左から $A_{rn}(k+r-1)^T$ を乗じ、前章で定義した記号を用いると

$$\begin{aligned} F_{NN}(k+r-1)h_N \\ = A_{rn}(k+r-1)^T y_r(k+r-1) \quad \dots\dots (17) \end{aligned}$$

を得る。(16)式と(17)式は同値であるから⁽¹⁰⁾、以後の議論では(17)式を用いて行う。さて、(17)式の解 $h_N(k+r)$ は(6)~(8)式、(13)式より $h_N(k)$ を用いて

$$\begin{aligned} h_N(k+r) &= F_{NN}(k+r-1)^+ A_{rn}(k+r-1)^T \\ &\quad \times y_r(k+r-1) + [I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^+ \times F_{NN}(k+r-1)]h_N(k) \\ &= h_N(k) + F_{NN}(k+r-1)^+ F_{NN}(k+r-1) \times [W_N - h_N(k)] + F_{NN}(k+r-1)^+ \times g_N(k+r-1) \quad \dots\dots (18) \end{aligned}$$

と表すことができる。ただし、 $F_{NN}(k+r-1)^+$ は $F_{NN}(k+r-1)$ の Moore-Penrose 形一般逆行列である。ここで、パラメータ推定誤差 $\theta_N(k)$ を

$$\theta_N(k) \triangleq W_N - h_N(k) \quad \dots\dots\dots (19)$$

と定義すると、(18)式より

$$\begin{aligned} \theta_N(k+r) &= [I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^+ F_{NN}(k+r-1)] \times \theta_N(k) - F_{NN}(k+r-1)^+ g_N(k+r-1) \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

が成立する。(20)式より、 $\|\theta_N(k+r)\|^2$ の期待値は(10)~(12)式で述べた雑音 $n(k)$ の性質を用いると

$$\begin{aligned} E\|\theta_N(k+r)\|^2 \\ = \|[I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^+ F_{NN}(k+r-1)] \times \theta_N(k)\|^2 + E\|F_{NN}(k+r-1)^+ \times g_N(k+r-1)\|^2 \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

となる。ただし、期待値は雑音系列 $n(k)$ に関してとられるものとする⁽⁶⁾⁽⁷⁾。また、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムである。ここで、(21)式の右辺第1項を E_1 とすると

$$\begin{aligned} E_1 &= \theta_N(k)^T [I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^+ \\ &\quad \times F_{NN}(k+r-1)] \theta_N(k) \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

である。ところで、 $A_{rn}(k+r-1)$ は特異値分解により

$$A_{rn}(k+r-1) = \sum_{i=1}^m \mu(i) u_r(i) v_N(i)^T \quad \dots\dots (23)$$

と表現できるから、 $A_{rn}(k+r-1)^+$ は

$$\begin{aligned} A_{rn}(k+r-1)^+ &= \sum_{i=1}^m \frac{1}{\mu(i)} v_N(i) u_r(i)^T \\ &\quad \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

となる。ただし、

$$\left. \begin{aligned} F_{NN}(k+r-1)v_N(i) &= \lambda(i)v_N(i) \\ A_{rn}(k+r-1)v_N(i) &= \mu(i)u_r(i) \\ \mu(i)^2 &= \lambda(i) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (25)$$

なる関係を満足する⁽¹¹⁾。従って、(6)，(13)，(23)，(24)式を用いて(21)式の右辺第2項を変形すると

$$\begin{aligned} & E\|F_{NN}(k+r-1)^+g_N(k+r-1)\|^2 \\ &= \text{Tr} \{ [F_{NN}(k+r-1)^+]^2 \\ &\quad \times E[g_N(k+r-1)g_N(k+r-1)^T] \} \\ &= \text{Tr} \left[\sum_{i=1}^m \frac{1}{\mu(i)^4} v_N(i)v_N(i)^T \right. \\ &\quad \times A_{rN}(k+r-1)^T \sigma^2 I_{rr} A_{rN}(k+r-1) \\ &= \sigma^2 \text{Tr} \left[\sum_{i=1}^m \frac{1}{\mu(i)^4} v_N(i)v_N(i)^T \right. \\ &\quad \times \sum_{i=1}^m \mu(i)^2 v_N(i)v_N(i)^T \Big] \\ &= \sigma^2 \sum_{i=1}^m \frac{1}{\mu(i)^2} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

となる。ただし、 I_{rr} は単位行列であり、次の関係

$$x_N^T y_N = \text{Tr} \{ x_N y_N^T \} \dots\dots\dots (27)$$

を用いた。ここで、 $\text{Tr}[A]$ は行列 A のトレースを表す。(22)，(26)式より、(21)式は

$$\begin{aligned} & E\|\theta_N(k+r)\|^2 \\ &= \theta_N(k)^T [I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^+ F_{NN}(k+r-1)] \\ &\quad \times \theta_N(k) + \sigma^2 \sum_{i=1}^m \frac{1}{\mu(i)^2} \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

となる。入力信号が相関を有する場合には、 $E\|\theta_N(k+r)\|^2$ の値が大きくなると推察される。これは、入力状態行列 $A_{rN}(k+r-1)$ の特異値分布に広がりが生じ、その結果(28)式の右辺第2項が大きくなるためである。つまり、実際の応用で対象となるような系にBOPAを適用すると、 $A_{rN}(k+r-1)$ の小さな特異値の影響でパラメータ推定誤差が劣化する可能性がある。

4. 特異値の打ち切りによる適応アルゴリズム

本章では、前章での議論に基づき、 $A_{rN}(k+r-1)$ の大きな特異値を $j(\leq m)$ 個のみ用いたブロック適応アルゴリズムを提案する。

<4・1> 特異値の打ち切りによるBOPAの性質

次式のように、 $A_{rN}(k+r-1)$ の $(m-j)$ 個の小さな特異値を零とおく。

$$\begin{aligned} & \mu(1) \geq \mu(2) \geq \dots \geq \mu(j) > \mu(j+1) = \dots \\ &= \mu(m) = 0 \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

このとき、特異値の打ち切りによって表現される $A_{rN}(k+r-1)$ に対応した入力状態行列を $A_{rN}(k+r-1)^{(j)}$ とすれば、(23)式より

$$A_{rN}(k+r-1)^{(j)} = \sum_{i=1}^j \mu(i) u_r(i) v_N(i)^T \dots\dots (30)$$

である。また、 $F_{NN}(k+r-1)^{(j)}$ を

$$\begin{aligned} & F_{NN}(k+r-1)^{(j)} \triangleq A_{rN}(k+r-1)^{(j)T} \\ &\quad \times A_{rN}(k+r-1)^{(j)} \dots\dots (31) \end{aligned}$$

と定義する。

本論文では(30)，(31)式を用いることにより、前章で得られた $h_N(k+r)$ の代わりに、 h_N を未知ベクトルとする次の連立方程式

$$\begin{aligned} & A_{rN}(k+r-1)^{(j)} h_N \\ &= A_{rN}(k+r-1)^{(j)} A_{rN}(k+r-1)^{(j)+} \\ &\quad \times y_r(k+r-1) \dots\dots\dots (32a) \end{aligned}$$

あるいはは

$$\begin{aligned} & F_{NN}(k+r-1)^{(j)} h_N \\ &= A_{rN}(k+r-1)^{(j)T} y_r(k+r-1) \dots\dots (32b) \end{aligned}$$

の解 $h_N(k+r)^{(j)}$ を推定係数ベクトルとするアルゴリズムを提案する。ただし、(32a)式と(32b)式は、(16)，(17)式の場合と同様に同値である。さて、(7)，(8)，(13)，(32b)式より、 $h_N(k+r)^{(j)}$ は

$$\begin{aligned} & h_N(k+r)^{(j)} \\ &= F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} A_{rN}(k+r-1)^{(j)T} \\ &\quad \times y_r(k+r-1) + [I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} \\ &\quad \times F_{NN}(k+r-1)^{(j)}] h_N(k) \\ &= F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} F_{NN}(k+r-1)^{(j)} W_N \\ &\quad + F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} g_N(k+r-1)^{(j)} \\ &\quad + [I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} F_{NN}(k+r-1)^{(j)}] h_N(k) \\ &= h_N(k) + F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} F_{NN}(k+r-1)^{(j)} [W_N - h_N(k)] \\ &\quad + F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} \\ &\quad \times g_N(k+r-1)^{(j)} \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

となる。ただし、

$$g_N(k+r-1)^{(j)} \triangleq A_{rN}(k+r-1)^{(j)T} u_r(k+r-1) \dots\dots\dots (34)$$

$$F_{NN}(k+r-1)^{(j)} = A_{rN}(k+r-1)^{(j)T} A_{rN}(k+r-1) \dots\dots\dots (35)$$

を用いた。また、(33)式中の $h_N(k)$ は(18)式のそれと同一であるものとする。ここで、

$$\theta_N(k+r)^{(j)} \triangleq W_N - h_N(k+r)^{(j)} \dots\dots\dots (36)$$

を定義し、前章と同様に $E\|\theta_N(k+r)^{(j)}\|^2$ について検討する。(33)式より

$$\begin{aligned} & \theta_N(k+r)^{(j)} = [I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} \\ &\quad \times F_{NN}(k+r-1)^{(j)}] \theta_N(k) \\ &\quad - F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} g_N(k+r-1)^{(j)} \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

を得る。ところで、

$$F_{NN}(k+r-1)^{(j)} \\ = F_{NN}(k+r-1) - \sum_{i=j+1}^m \mu(i)^2 v_N(i) v_N(i)^T \quad (38)$$

$$F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} \\ = F_{NN}(k+r-1)^+ - \sum_{i=j+1}^m \frac{1}{\mu(i)^2} v_N(i) v_N(i)^T \quad (39)$$

であるから、(38)、(39)式より

$$F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} F_{NN}(k+r-1)^{(j)} \\ = F_{NN}(k+r-1)^+ F_{NN}(k+r-1) \\ - \sum_{i=j+1}^m v_N(i) v_N(i)^T \quad (40)$$

となる。(40)式を(37)式に代入して整理すると

$$\theta_N(k+r)^{(j)} \\ = [I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^+ F_{NN}(k+r-1) \\ + \sum_{i=j+1}^m v_N(i) v_N(i)^T] \theta_N(k) \\ - F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} g_N(k+r-1)^{(j)} \quad (41)$$

となる。従って、(41)式より $\|\theta_N(k+r)^{(j)}\|^2$ の期待値は

$$E\|\theta_N(k+r)^{(j)}\|^2 \\ = \|[I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^+ F_{NN}(k+r-1) \\ + \sum_{i=j+1}^m v_N(i) v_N(i)^T] \theta_N(k)\|^2 \\ + E\|F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} g_N(k+r-1)^{(j)}\|^2 \quad (42)$$

となる。ただし、(21)式同様、期待値は雑音系列に関してとるものとする。ここで、(42)式の右辺第1項を $E^{(j)}$ とすると

$$E^{(j)}_1 = \theta_N(k)^T [I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^+ \\ \times F_{NN}(k+r-1)] \theta_N(k) \\ + \sum_{i=j+1}^m [\theta_N(k)^T v_N(i)]^2 \quad (43)$$

である。(43)式の右辺第2項は、特異値の打ち切りにより現れた量であり、 $j=m$ のとき、すなわち特異値を全く打切らない場合、この量は0となる。

次に、(42)式の右辺第2項を(30)、(31)、(34)式を用いて変形すると

$$E\|F_{NN}(k+r-1)^{(j)+} g_N(k+r-1)^{(j)}\|^2 \\ = \text{Tr} \{ [F_{NN}(k+r-1)^{(j)+}]^2 E[g_N(k+r-1)^{(j)} \\ \times g_N(k+r-1)^{(j)T}] \}$$

$$= \text{Tr} \left[\sum_{i=1}^j \frac{1}{\mu(i)^4} v_N(i) v_N(i)^T \right. \\ \left. \times \sigma^2 \sum_{i=1}^j \mu(i)^2 v_N(i) v_N(i)^T \right] \\ = \sigma^2 \sum_{i=1}^j \frac{1}{\mu(i)^2} \quad (44)$$

が得られる。従って、(43)、(44)式より

$$E\|\theta_N(k+r)^{(j)}\|^2 \\ = \theta_N(k)^T [I_{NN} - F_{NN}(k+r-1)^+ F_{NN}(k+r-1) \\ \times \theta_N(k) + \sum_{i=j+1}^m [\theta_N(k)^T v_N(i)]^2 \\ + \sigma^2 \sum_{i=1}^j \frac{1}{\mu(i)^2}] \quad (45)$$

となる。(45)式を(28)式と比較すると、(45)式では右辺第2項が特異値の打ち切りによって新たに生じている。(45)式の右辺第2項の値は、 j が増加するに従って減少するが、第3項の値は j の増加に従って増大する。このことから、(第2項+第3項)の値を最小にする最適な j の値が存在すると考えられ、この j を用いることにより、(45)式を(28)式よりも小さくできることが期待される。この最適な打ち切り数 j が存在することについては、後述の具体例で確認する。

以上の議論に基づいて、次節ではBOPAの特性改善を行うブロック適応アルゴリズムについて述べる。

〈4・2〉 BOPAの特性改善アルゴリズム 前節の議論から、(32)、(33)式に基づいたBOPAのパラメータ推定精度を向上させる、次のブロック適応アルゴリズム

$$h_N(Lr) = h_N[(L-1)r] + A_{rN}(Lr-1)^{(j)+} \\ \times e_r(Lr-1)^{(j)} \quad (46)$$

が導かれる。ただし、 $L(\geq 1)$ 、 $h_N[(L-1)r]$ はそれぞれブロック番号、 L 番目ブロックにおける推定係数ベクトルであり、

$$e_r(Lr-1)^{(j)} \triangleq y_r(Lr-1) - A_{rN}(Lr-1)^{(j)} \\ \times h_N[(L-1)r] \quad (47)$$

とする。また、 $A_{rN}(Lr-1)^{(j)}$ は L 番目ブロックにおける入力状態行列 $A_{rN}(Lr-1)$ の大きい特異値を j 個のみ用いて表現される行列である。さて、(23)式より

$$A_{rN}(Lr-1) = \sum_{i=1}^m \mu(i)^{(L)} u_r(i)^{(L)} v_N(i)^{(L)T} \quad (48)$$

であるとする。ここで、(46)式を運用するにあたり、(48)式の $\mu(i)^{(L)}$ 、 $u_r(i)^{(L)}$ 、 $v_N(i)^{(L)}$ を以下に述べるベキ乗法⁽¹²⁾を用いて求めることにする。

$$\left. \begin{aligned}
 & \text{(i)} \quad a_N(i)^{(L),p} = F_{NN}(Lr-1)v_N(i)^{(L),p-1} \\
 & \text{(ii)} \quad b_N(i)^{(L),p} = \left[I_{NN} - \sum_{n=1}^{i-1} v_N(n)^{(L),p} \right. \\
 & \quad \quad \quad \times \{v_N(n)^{(L),p}\}^T \Big] a_N(i)^{(L),p} \\
 & \text{(iii)} \quad v_N(i)^{(L),p} = \frac{b_N(i)^{(L),p}}{\|b_N(i)^{(L),p}\|} \\
 & \text{(iv)} \quad [\mu(i)^{(L),p}]^2 = [v_N(i)^{(L),p-1}]^T \\
 & \quad \quad \quad \times a_N(i)^{(L),p} \\
 & \text{ただし,} \\
 & \quad b_N(1)^{(L),p} = a_N(1)^{(L),p} \\
 & \quad v_N(i)^{(L),0} = (1, 0, \dots, 0)^T \\
 & \dots\dots\dots (49)
 \end{aligned} \right\}$$

ここで、 $p(=1, 2, \dots)$ は手順 (i) ~ (iv) の繰返し回数を表すパラメータであり

$$F_{NN}(Lr-1) = A_{rN}(Lr-1)^T A_{rN}(Lr-1) \dots\dots\dots (50)$$

である。本論文では任意のブロック L において、(49)式の手順を $r(p=r)$ 回繰返して得られる $\mu(i)^{(L),p}$ 、 $v_N(i)^{(L),p}$ をそれぞれ $\mu(i)^{(L)}$ 、 $v_N(i)^{(L)}$ とし、 $u_r(i)^{(L)}$ を

$$A_{rN}(Lr-1)v_N(i)^{(L)} = \mu(i)^{(L)}u_r(i)^{(L)} \dots (51)$$

により求める。従って、(46)式の $A_{rN}(Lr-1)^{(j)+}$ は (49)~(51)式より

$$A_{rN}(Lr-1)^{(j)+} = \sum_{i=1}^j \frac{1}{\mu(i)^{(L)}} v_N(i)^{(L)} u_r(i)^{(L)T} \dots\dots\dots (52)$$

で与えられ、その結果 $h_N(Lr)$ が得られる。また、最適な打ち切り数 j は (45)式の (右辺第2項+右辺第3項) に基づいた次式

$$J^{(L)} = \sum_{i=j+1}^m [\{\theta_N^{(L)T} v_N(i)^{(L)}\}^2 + \sigma^2 \sum_{i=1}^j \frac{1}{[\mu(i)^{(L)}]^2}] \dots\dots\dots (53)$$

を最小にするように決定される。ただし、

$$\theta_N^{(L)} = W_N - h_N[(L-1)r] \dots\dots\dots (54)$$

である。ところで (53)式の計算に際し、(54)式の W_N は実際に知ることができないので、これの代わりに次式で計算される過去の推定係数ベクトルの平均値 $W_N^{*(L)}$

$$W_N^{*(L)} = \sum_{n=1}^L \frac{h_N[(n-1)r]}{L} \dots\dots\dots (55)$$

を用いて (53)式の計算を行う。 $W_N^{*(L)}$ は次式

$$W_N^{*(L)} = \frac{(L-1)W_N^{*(L-1)} + h_N[(L-1)r]}{L} \dots\dots\dots (56)$$

により、ブロックごとに更新される。本論文では、演

図1 システム構成
Fig. 1. System configuration.

算量を考慮して前のブロックで選択された j と $j-1$ の2つについて、(53)式を計算し、小さいほうの値に対応する数を現ブロックの最適な打ち切り数とする。また、 $L=1$ のときのみ $j=m$ とし、特異値の打ち切りは行わない。

5. 具体例

ここでは、本論文で提案したアルゴリズムの性能評価と従来方式⁽⁶⁾⁽⁷⁾との比較検討を計算機シミュレーションにより行う。ただし、文献(6)、(7)の方式は基本的に同じ手法と考えられるので、以下で示す従来方式の数値例は文献(6)のものをを用いた。また、本方式は (46)式を用い、 $h_N(0)=0_N$ とした。なお、すべての結果は10回の試行を行い、その平均値を示した。図1に本具体例で用いたシステム構成を示す。図1において $y(k) [=d(k)+n(k)]$ 、 $d(k)$ 、 $n(k)$ はそれぞれ観測信号、未知系の出力、重畳外乱であり、 $n(k)$ は (10)~(12)式を満たす量である。

〈5・1〉 シミュレーション条件 本具体例で用いた信号、未知系のインパルス応答等を以下のように設定した。

(i) 未知系のインパルス応答 W_N は次の周波数特性

$$\left. \begin{aligned} A(\omega) &= 1 + 0.5 \cos(0.5\omega) \\ \eta(\omega) &= 1 + 0.5(\pi^2 - \omega^2)/\pi^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (57)$$

の20点 ($N=20$) DFTにより決定した⁽¹³⁾。ただし、 $A(\omega)$ 、 $\eta(\omega)$ はそれぞれ振幅特性、群遅特性である。

(ii) 入力信号 $x(k)$ として、次式

$$x(k) = G(z)u(k) \dots\dots\dots (58)$$

で生成される信号を用いた。ただし、 $u(k)$ は平均値零、分散1の1様乱数である。また、 $G(z)$ は次式で表現される FIR フィルタ

$$F(z) = 1 + 0.445z^{-1} + 0.202z^{-2} + 0.0907z^{-3} + 0.0408z^{-4} + 0.0183z^{-5} \dots\dots\dots (59)$$

を7個縦続接続したシステムの伝達関数である。

(iii) 図1の観測信号 $y(k)$ の信号対雑音比 (SNR)

は 20 dB とする。ただし、SNR は

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{E[d(k)^2]}{E[n(k)^2]} \quad (\text{dB}) \quad \dots\dots\dots (60)$$

により算出した。

(iv) パラメータ推定精度を表す指標として、次式で定義される推定誤差 E (Estimation Error)

$$E = \frac{\|W_N - h_N(k)\|^2}{\|W_N\|^2} \quad \dots\dots\dots (61)$$

を採用した。

〈5・2〉 シミュレーション結果 初めに、(ii) で生成される入力信号 $x(k)$ から形成される入力状態行列の特異値の分布を図 2 に示す。ただし、これらの値は任意のブロック (ブロック長: $r=10$) に対応する適当な個数の入力状態行列を選択し、それらの特異値を平均化したものを表示した。このような入力信号に対し、 $L=25$ (入力サンプル数に換算すると約 250 サンプルに相当) の時点における (53) 式の $J^{(L)}$ と特異値打ち切り数 j の関係を図 3 に示す。ただし、ブロック

図 2 入力状態行列の特異値分布
Fig. 2. Disitribution of singular values of input state matrix.

図 3 特異値打ち切り数と $J^{(L)}$ の関係
Fig. 3. $J^{(L)}$ vs. singular values truncation number j .

長は $r=10$ とし、 $j=1$ のときの $J^{(L)}$ を 1.0 と正規化している。〈4・1〉節で述べたように、 $J^{(L)}$ を最小にするような j が存在することがこの図から確認できる。これによれば、 $J^{(L)}$ を最小にする j の値は 5 あるいは 6 であり、ブロック長の半分程度である。ほかのブロックにおいて異なるブロック長を用いた場合でも、特異値の打ち切り数はブロック長の半分程度が望ましいという同様の結果が得られた。

ところで、重畳外乱が存在する場合には、よく知られているように、ステップゲイン α ($0 < \alpha < 1$) を用いることによってアルゴリズムの収束特性を安定化させることができる。そこで、次式

$$\left. \begin{aligned} h_N(Lr) &= h_N[(L-1)r] + \alpha A_{rN}(Lr-1) \\ &\quad \times e_r(Lr-1) \\ e_r(Lr-1) &= y_r(Lr-1) - A_{rN}(Lr-1) \\ &\quad \times h_N(L-1)r \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (62)$$

で表現される、従来の BOPA ($\alpha=1$, $j=m$) にステップゲイン α を導入した方式 (ここでは、 $\alpha=0.03$, 0.07 とした) と本方式との特性比較を行い、その結果を図 4 に示した。また、本方式の特異値打ち切り効果を確認するため、従来の BOPA の特性も併せて図示した。ただし、(62) 式の $A_{rN}(Lr-1)^+$ は 4.2 節で述べた手法に基づいて計算した。この図からわかるように、従来の BOPA と比較して本方式では、収束速度と推定精度の改善が図られており、特異値の打ち切り効果が現れていると言える。また、ステップゲインを導入した方式との性能比較を行うと、本方式の方が推定の初期段階 (約 500 サンプルまでの区間) において推定誤差が速く減少しており、定常状態 (500 サンプル以降の区間) においても良好な推定精度、および安定した収束特性が得られている。従って、(46) 式と (62) 式の演算量がほぼ等しいことを考慮すると、本方式のほうがステップゲインを導入した手法よりも収束特性

図 4 収束特性
Fig. 4. Convergence characteristics.

図 5 本方式と従来方式との特性比較
Fig. 5. Comparison of characteristics between the proposed and conventional.

表 1 演算量の比較

Table 1. Comparison of computational requirements.

本方式	$[(2r^2 + rj + 2)jN + 3rj]/\text{ブロック}$
従来方式 ⁽⁶⁾	$[(r-1)qN^2 + q(rq + r + 3)N]/\text{サンプル}$

の面で有利であることが理解できる。

次に、本方式を最小自乗法の改善を行っている文献(6)の手法と比較する。第1章で述べたように、この方式は自己相関行列の固有値分解に基づいているが、ここでは(49)式を用いて固有ベクトルと固有値を求めている。実際には時刻 k における自己相関行列 $R_{NN}(k)$

$$R_{NN}(k) = \frac{(k-1)R_{NN}(k-1) + x_N(k)x_N(k)^T}{k} \quad (63)$$

を(49)式の $F_{NN}(Lr-1)$ に対応させ、サンプル時刻ごとに(49)式を実行する。また固有ベクトル、固有値の精度を本方式の場合と同程度に見積るため、(49)式の(i)~(iv)の繰返し回数は $p=r$ とした。図5に両者の収束特性を示す。この図から、収束特性はほぼ同じであることがわかる。ほかの SNR を用いた場合にも同様な傾向がみられた。次に、両者の1回の係数修正に必要なおおよその演算量を表1に示す。ただしここでは、両者の演算量とも、(49)式の手順を実行する部分と係数更新を行う部分におけるそれぞれの乗算回数の和で評価した。また、本方式は1ブロックあたり(サンプル数で r サンプルあたり)の乗算回数を、文献(6)は1サンプルあたりの乗算回数をそれぞれ示しており、本方式の評価については(49)式の手順(i)の行列 $F_{NN}(Lr-1)$ が

$$F_{NN}(Lr-1) = \sum_{i=0}^{r-1} x_N(r(L-1)+i) \times x_N[r(L-1)+i]^T \cdots (64)$$

であることを利用した。ただし、表1の q は文献(6)の方式による固有値の打ち切り数である。さて、本方式の最適な特異値打ち切り数 j は前述したように、 $j \approx (r/2) \leq (N/2)$ である。一方、文献(6)の最適な固有値打ち切り数 q はフィルタ次数 N の半分程度 ($q \approx (N/2)$) とされている。従って、このような打ち切り数を用いて演算量の比較を行った場合、本方式の1サンプルあたりに換算した演算量は、文献(6)の量と比べて大幅に軽減される。以上のことから、本方式は少ない演算量で文献(6)の手法と同程度の収束特性を実現できるため、本方式の優位性が理解できる。

6. む す び

本論文では、さきに著者らが提案したBOPAを実際の応用で対象となるような系に適用し、この場合におけるアルゴリズムの特性解析を行った。次いで、その結果を踏まえ、特異値分解に基づいたブロック適応アルゴリズムを提案した。更に、計算機シミュレーションにより、本方式の有効性を検証した。以下、本研究で得られた結果を列記する。

(1) 本アルゴリズムにおいて、適当なブロック長(例えば $r=10$)を選択することにより、ステップゲインを導入した方式よりも安定した良好な収束特性を得ることができる。

(2) 本アルゴリズムを従来方式⁽⁶⁾と比較すると、収束特性はほぼ同等であるが、1サンプル時刻あたりの演算量では従来方式に比べてかなりの軽減が見込める。このことから、本方式の方がコストパフォーマンスに優れたハードウェア構成が可能になると考えられる。

本論文では、提案したアルゴリズムの評価を、ブロック長を次数の半分とした場合について行ったが、今後は、より良好な収束特性を得るため、最適なブロック長の選択法に関して検討する予定である。併せて、入力状態行列 $A_{NN}(Lr-1)$ の特異値を効率的(精度および演算量の点で)に算出する方法についても今後の検討課題としたい。

終りに本研究に際して、貴重な御意見をいただいた本学修士課程学生 木村裕司君、ならびに計算やデータ整理をお手伝いいただいた卒論学生 府川明世君(現、東京電力)に深く感謝する。なお、本研究の一部は文部省科研費(No. 02750231)によるものである。(平成2年4月23日受付、同2年8月1日再受付)

文 献

- (1) M. M. Sondhi: "An Adaptive Echo Canceller", *BSTJ*, 46 497 (1967)
- (2) O. Macchi & E. Weda: "Convergence Analysis of Self-Adaptive Equalizers", *IEEE Trans. Inform. IT*, 30, 161 (1984)
- (3) J. Nagumo & A. Noda: "A Learning Method for System Identification", *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-12, 282 (1967)
- (4) B. Widrow, et al.: "Adaptive Noise Cancelling: Principle and Applications", *Proc IEEE*, 63, 1692 (1975)
- (5) L. Ljung & T. Soderstrom: *Theory and Practice Recursive Identification*, (1983), MIT Press
- (6) 足立・伊原木・佐野: 「滑らかな入力信号を用いたインパルス応答の同定」, 信学論(A), **J68-A**, 1061 (昭60-10)
- (7) 菊池・斉藤: 「入力信号相関行列の特異値分解に基づく適応フィルタ」, 同上(A), **J71-A**, 1266 (昭63-6)
- (8) 古川・久保田・辻井: 「ブロック適応信号処理における直交射影アルゴリズムとその諸性質」, 同上(A), **J71-A**, 2138 (昭63-12)
- (9) 尾関・梅田: 「アフィン空間への直交射影を用いた適応フィルタアルゴリズムとその諸性質」, 同上(A), **J67-A**, 126 (昭59-2)
- (10) 古川・久保田・辻井: 「高速なブロック適応アルゴリズムとその性能評価」, 同上(A), **J72-A**, 1069 (平元-7)
- (11) 柳井・竹内: 射影行列・一般逆行列・特異値分解 (昭58) 東京大学出版会
- (12) ファジューエフ・ファジューエバ (小国 訳): 線型代数の計算法 (昭45) 産業図書
- (13) 坂庭・横山: 「2次縦続構成による自動等化器の一構成」, 信学論(A), **J65-A**, 333 (昭57-4)

古 川 利 博 (正員)

昭和55年東京工業大学工学部情報工学科卒業。同年キャノン(株)入社。61年千葉工業大学電気工学科助手, 平成2年同専任講師, 現在に至る。工学博士。現在, 適応デジタル信号処理, 最適受信システム設計に関する研究に従事。電子情報通信学会会員。

久保田 一 (非会員)

昭和56年東京工業大学大学院工学研究科博士課程修了。同年千葉工業大学助手, 57年同大学講師, 61年同助教授, 現在に至る。工学博士。デジタルフィルタの設計, 適応信号処理に関する研究に従事。電子情報通信学会会員。IEEE 会員。

柴 田 岩 夫 (正員)

昭和24年東京工業大学電気工学科卒業。同年東洋電機製造(株)入社。主として, 回転電気機械および制御の研究・設計に従事。46年東京都立工科短期大学電気電子工学科教授。50年千葉工業大学電気工学科教授。現在に至る。工学博士。