最適手法による電力系統の多変数制御系構成 問題における最適解の存在条件

正 員 貝 津 弘 幸 (新潟大)

Conditions for Existence of Optimal Solution in the Synthesis of a Multivariable Control Problem for Power System by using Optimization Method

Hiroyuki Kaizu, Member (Niigata University)

This paper is concerned with the synthesis of a multivariable control problem for power system by using optimization method. The power system dynamics based on the usual assumptions can be formulated as a class of non-linear dynamic systems in which are contained the sinusoidal functions associated with the power torque-angle curve of AC generator. Then, an optimal control law, which retains the principal non-linearity of the power system, is derived by using the optimization techniques in the linear optimal control theory, and the feedback gain matrices are obtained by solving matrix equations appeared in the optimization procedure. In this paper, the conditions for existence of optimal solution of these matrix equations are derived by using the Anderson's theorem. The stability criterion for the control system is discussed from the point of view of Lur'e-type Lyapunov function. Thus, the optimal control law can be applied to a class of non-linear dynamical system, in which is represented by the dynamic equations divided into linear and non-linear terms.

キーワード：最適制御法，電力系統制御，リアプノフ関数，最小実現問題

1. ま え が き

電力系統の安定化制御問題に対し，現代制御理論に基づく適応形多変数制御方式が開発され⁽¹⁾，実用の段階に入っている。この最適レギュレータの応用による制御法は原理的に線形理論であるため，系統内のじょう乱が大きい場合，いわゆる過渡安定度領域にわたる系統の安定性評価まで言及するときその適用範囲についてあいまいさが残る。従って，この点の解析法の確立が今後の課題と考えられる。

電力系統において，交流発電機のトルク関係の非線形性は系統の有界な安定限界の評価に直接かわる主要な特性であり，基本的に正弦関数を含む形式で記述される。さきに著者らは，この主要な非線形性を考慮し，かつその非線形関数を系のフィードバック制御信号に直接組入れ可能な安定化制御法を提案した⁽²⁾。こ

れは一般的な二次形式積分形の評価関数とその最小値を与えるルーリエタイプのスカラ関数を導入することによって最適問題として取扱うものである。この制御法の特長は，評価関数の最小化による制御ベクトルが状態ベクトルのフィードバックと系統の非線形ベクトル値関数のフィードバックを併用した形式で与えられる点にある。更に，最適化の過程で上述のスカラ関数はリアプノフ関数となり，系統の過渡安定度の評価が可能となる。しかしながら，このフィードバック利得決定のための行列方程式の解法としては，系統の動特性の詳細が具体的に与えられた場合についてその解を十分条件として求めるにとどまり，最適解の存在を一般的に証明するまでには至らなかった。

本論文は，系のダイナミクスが線形項と非線形項とに分離した形式で記述される非線形系の多変数制御系構成問題に最適手法を適用する場合，評価関数の最小

化によって現れる行列方程式群の最適解の存在条件を、Anderson の安定定理⁽³⁾を応用することによって一般的に導き、本制御法がある非線形系の最適フィードバック法則となることを示す。

2. 対象システムの記述

制御対象が次式のように表される非線形系を考える。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax - Hf(\sigma) + Bu \\ \sigma &= Cx \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 x : n 次元状態ベクトル、 u : r 次元制御ベクトル、 σ : m 次のベクトル、 $f(\sigma)$: m 次の非線形ベクトル値関数、 A , B , C , H : $n \times n$, $n \times r$, $m \times n$ および $n \times m$ の係数行列、 (A, B) は可制御とする

更に、本制御系に対して次のような仮定を設ける。

(I) 非線形ベクトル値関数 $f(\sigma)$ については $\sigma = 0_m$ 近傍の有界な領域 Ω において次式の性質を満足する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma^T Q f(\sigma) &> 0; \sigma \neq 0_m \\ f(0_m) &= 0_m \\ \text{ここに、} \\ Q &= \text{diag}(Q_k), Q_k > 0 \quad (k=1, 2, \dots, m) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 0_m : m 次の零ベクトル

上の仮定 (I) は、多機電力系統において

- (i) 発電機の過渡リアクタンス背後の電圧一定、
- (ii) 系統の伝達コンダクタンス無視、

なる近似に基づく系統モデルで成立することが知られている⁽²⁾。

(II) 与えられた初期値 $x(t_0)$ に対して次式を満足する制御ベクトル $u(t)$, $t \geq t_0$ が存在する。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0_n \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 0_n : n 次の零ベクトル

上の仮定 (II) は (I) の性質と関係し、電力系統の場合、初期値は安定平衡点を含むある有界な領域内で任意である。

(III) 状態ベクトル $x(t)$ のすべての要素を制御ベクトル $u(t)$ 構成のために利用可能とする。

上の仮定 (III) は、電力系統において発電機の慣性定数と制動係数の比に関する“uniform damping”の場合⁽⁴⁾を除く。また、直接測定が困難な状態変数についてはカルマンフィルタの応用⁽¹⁾など、いわゆるオブザーバにより推定可能とする。

3. 最適手法によるフィードバック系の導出⁽²⁾

(1) 式の制御系に対して一般化した次式の評価関数を定義する。

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} \begin{bmatrix} x \\ f(\sigma) \\ u \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W & L & F \\ L^T & S & K \\ F^T & K^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ f(\sigma) \\ u \end{bmatrix} dt \dots\dots\dots (4)$$

ここに、上式右辺の重み係数に関する複合行列は半正定値、また R は正定値行列である。

評価関数について u に関して $\min J$ なる最適問題を考え、 J の最小値を与える汎関数として次式のスカラ関数を導入する。

$$V(x) = \frac{1}{2} x^T P x + \int_{0_m}^{\sigma} f(\sigma)^T Q d\sigma \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 P : 正定値行列

そこで、文献(2)の最適化手順を適用すると、最適制御ベクトルは

$$u = -R^{-1}[(B^T P + F^T)x + (B^T C^T Q + K^T)f(\sigma)] \dots\dots\dots (6)$$

で与えられ、上式の P は次式を満足する解である。

$$\left. \begin{aligned} PA_1 + A_1^T P &= -W_1 + PBR^{-1}B^T P \\ PH_1 &= A_1^T C^T Q + L_1 - PBR^{-1}B^T C^T Q \\ S_1 - QCBR^{-1}B^T C^T Q &= QCH_1 + H_1^T C^T Q \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= A - BR^{-1}F^T \\ H_1 &= H + BR^{-1}K^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= W - FR^{-1}F^T \\ L_1 &= L - FR^{-1}K^T \\ S_1 &= S - KR^{-1}K^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

さて、(4) 式の評価関数の重み係数を与え、直接 (7) 式から最適解を求める問題は、正定解 P の存在条件と解法を示すことが困難である。 Q は (2) 式の意味で任意であるが、対角行列という制約が付くため (7) 式の第 3 式が成立するためには K , S , R などにある拘束条件を満たす必要がある。このため、評価関数の選び方に特別な工夫のいることがわかる。

従って、本論文では (6) 式の制御則が (4) 式の最適解となるためには、どのような指針で重み係数行列 W , L , S , F , K , R を選定すればよいかを検討する一種の逆問題を考える。

そこで、第一段階として、ある与えられた行列 Q , F , K および R に対して次の二次形式

$$\begin{bmatrix} x \\ f(\sigma) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W_1 L_1 \\ L_1^T S_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ f(\sigma) \end{bmatrix} \geq 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

の重み係数に関する制約の下に(7)式を P について解くこととする。このように定式化した問題は $\min J$ なる本来の最適問題の中に含まれる⁽²⁾。このとき、与えられた F, K, R と重み W_1, L_1, S_1 から(9)式によって逆に W, L, S が決定され、(4)式の重み係数の半正定値性が成立する。このことは、(4)式の複合行列を三つの行列の積に分解し、右辺中間のブロック対角行列を半正定値にすることによって満足される。

$$\begin{bmatrix} W & L & F \\ L^T & S & K \\ F^T & K^T & R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & FR^{-1} \\ 0 & I & KR^{-1} \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 L_1 0 \\ L_1^T S_1 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ R^{-1}F^T & R^{-1}K^T & I \end{bmatrix}$$

ただし、 $I, 0$: 適合する次数の単位行列および零行列

更に、(10)式の重み係数 W_1, L_1, S_1 も任意に与えることは実際上困難であり、次の段階として、次章で示す方法により同じく逆問題の形式で P を求めることとする。

4. 最適解の存在条件

(6)式の制御ベクトルを

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 + u_1 \\ \text{ここに、} \\ u_0 &= -R^{-1}[F^T x + K^T f(\sigma)] \\ u_1 &= -R^{-1}[B^T P x + B^T C^T Q f(\sigma)] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (11)$$

のように分割し、これを(1)式に用いて u_1 を制御ベクトルとする次式の系を考える。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x - H_1 f(\sigma) + B u_1 \\ \sigma &= C x \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、上式の係数行列 A_1 および H_1 は(8)式で与えられる。

さて、(12)式から制御ベクトル u_1 を取除いた系

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x - H_1 f(\sigma) \\ \sigma &= C x \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

を形式的に非線形フィードバック制御系とみなせば、系の構成線図は図1のように表され、線形部分の伝達関数 $G(s)$ は次式で与えられる。

$$G(s) = C(sI - A_1)^{-1} H_1 \quad \dots\dots\dots (14)$$

本論文で対象とするシステムでは、適当な行列 $F,$

図1 構成線図
Fig. 1. Block diagram.

K, R を選定することによって (A_1, H_1, C) が $G(s)$ の最小実現となるものとする。すなわち、次の関係が成立する場合を考える。

$$\left. \begin{aligned} \text{rank}(H_1 \ A_1 H_1 \cdots A_1^{n-1} H_1) &= n \\ \text{rank}(C^T \ A_1^T C^T \cdots (A_1^T)^{n-1} C^T) &= n \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

特に、 A_1 の固有値については

$$\lambda[A - BR^{-1}F^T] \neq 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

が成立するように F, R を選定することとする。このとき、 A_1 は正則である。

いま、次式の行列 $Z(s)$ を考える。

$$\left. \begin{aligned} Z(s) &= (Qs)G(s) \\ &= QC[(sI - A_1) + A_1](sI - A_1)^{-1} H_1 \\ &= QCH_1 + QCA_1(sI - A_1)^{-1} H_1 \\ Z(\infty) &= QCH_1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

〔補題〕 $Z(s)$ はその要素が実係数有理関数からなる行列であり、すべての極は s 平面の虚軸を含む左半平面にあって虚軸上の極は1位とする。このとき、もし $Z(s)$ が正実行列となり、かつ (Qs) と $G(s)$ 間に極、零点の消去の生じないような Q, F, K および R が存在するならば、次式を満足する正定値対称行列 P と行列 W_0 および S_0 が存在する。

$$\left. \begin{aligned} PA_1 + A_1^T P &= -W_0 W_0^T \\ PH_1 &= A_1^T C^T Q - W_0 S_0 \\ S_0^T S_0 &= QCH_1 + H_1^T C^T Q \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

(17)の係数行列の集合 (A_1, H_1, QCA_1) について、まず (A_1, H_1) の可制御性は(15)式により直ちに成立する。次に (A_1, QCA_1) の可観測性の成立については、正則な行列 A_1 および Q を用いて次のように示される。

$$\begin{aligned} &\text{rank}\{A_1^T C^T Q \ (A_1^T A_1^T C^T Q) \\ &\quad \cdots (A_1^T)^{n-1} A_1^T C^T Q\} \\ &= \text{rank}(A_1^T)^{-1} \{A_1^T C^T Q \ (A_1^T A_1^T C^T Q) \\ &\quad \cdots (A_1^T)^{n-1} A_1^T C^T Q\} \\ &\quad \times \text{diag}(\underbrace{Q^{-1}, Q^{-1}, \cdots, Q^{-1}}_{n \text{ 回}}) \end{aligned}$$

$$= \text{rank}\{C^T A_1^T C^T \dots (A_1^T)^{n-1} C^T\} = n$$

..... (19)

従って、 (A_1, H_1, QCA_1) は $Z(s) - Z(\infty)$ の最小実現となるから、補題は Anderson の定理⁽³⁾ によって直ちに証明される。また、 (Qs) と $G(s)$ との間に極、零点の消去のないようにできることは以下のように示される。

$Z(s)$ を詳しく書くと

$$Z(s) = (Qs)C\{sI - (A - BR^{-1}F^T)\}^{-1} \times (H - BR^{-1}K^T)$$

のように表され、 F, K をともに零行列に設定すると

$$\bar{Z}(s) = (Qs)C\{sI - A\}^{-1}H$$

となる。電力系統においては、通常、 (Qs) と $C\{sI - A\}^{-1}H$ との間に極、零点の消去の生じることが知られている⁽⁵⁾。しかるに、前述のように本制御系における行列 F, K, R は (15)、(16) 式の成立する範囲内で任意であり、かつ (A, B) が可制御なることから、 $G(s)$ の極配置の変更は F, K, R を適切に設定することによって可能である。従って、 (Qs) と $G(s)$ 間に極、零点の消去が生じないようにすることは F, K および R を用いることによって可能となる。また、 $Z(s)$ の極を s 平面の左半平面に配置することが可能である。

〔定理〕 行列 F, K, R を適当に選び (A_1, H_1, QCA_1) が最小実現、かつ $Z(s)$ が正実行列になるようにできたとする。このとき、(18) 式の解 P, W_0, S_0 を用いて W_1, L_1, S_1 を

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= W_0 W_0^T + PBR^{-1}B^T P \\ L_1 &= -W_0 S_0 + PBR^{-1}B^T C^T Q \\ S_1 &= S_0^T S_0 + QCBR^{-1}B^T C^T Q \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

のように決定し、更にこれらの W_1, L_1, S_1 を用いて (9) 式によって W, L, S を定める。また、この正定解 P を (5) 式に用いた V 関数の時間導関数 $dV(x)/dt$ は (12) 式の系の原点 ($x=0$) 以外の解軌道に沿って恒等的に零でないと仮定する。

以上より、これらの行列によって (4) 式の評価関数を設定すると、 P は (7) 式の行列関係式を満足し、最適制御解は (6) 式によって与えられる。

〔証明〕 (18) 式を満足する P, W_0, S_0 を用いて (20) 式のように設定すると、これらの P, W_1, L_1, S_1 が (7) 式を満たすことは明らかである。

次に、重み係数の制約条件に関する (10) 式の半正定値性の成立は、(20) 式の W_1, L_1, S_1 を代入することによって次のように示される。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} x \\ f(\sigma) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W_1 & L_1 \\ L_1^T & S_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ f(\sigma) \end{bmatrix} \\ &= [W_0^T x - S_0 f(\sigma)]^T [W_0^T x - S_0 f(\sigma)] \\ &+ [B^T P x + B^T C^T Q f(\sigma)]^T R^{-1} \\ &\times [B^T P x + B^T C^T Q f(\sigma)] \geq 0 \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

以上の方法によって定められた正定値対称行列 P は制御ベクトル u_1 を取除いた (13) 式の系の安定性評価に基づいて導出したものである。そこで、このようにして定められた (5) 式の V 関数が制御ベクトル u_1 を有する (12) 式の制御系のリアプノフ関数となることを以下に示す。

(12) 式の系の解軌道に沿った V の時間導関数は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{dV(x)}{dt} &= -\frac{1}{2} [W_0^T x - S_0 f(\sigma)]^T [W_0^T x \\ &- S_0 f(\sigma)] + u_1^T [B^T P x \\ &+ B^T C^T Q f(\sigma)] \end{aligned}$$

上式に (11) 式の u_1 を用いると V の時間導関数は

$$\begin{aligned} \frac{dV(x)}{dt} &= -\frac{1}{2} [W_0^T x - S_0 f(\sigma)]^T [W_0^T x \\ &- S_0 f(\sigma)] \\ &- [B^T P x + B^T C^T Q f(\sigma)]^T R^{-1} \\ &\times [B^T P x + B^T C^T Q f(\sigma)] \leq 0 \\ &\dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

となり、この V 関数は (12) 式の制御系のリアプノフ関数となる。更に、(12) 式の制御系は解析の便宜上原系の (1) 式の制御ベクトルを (11) 式のように u_0 と u_1 とに分割したに過ぎないから、ここに得られた V 関数は、原系の (1) 式に (6) 式の制御ベクトル u を用いたフィードバック系のリアプノフ関数であって、ある正のスカラ値、すなわち、しきい値⁽⁵⁾ V_c について

$$V(x) < V_c \dots\dots\dots (23)$$

の成立する領域内で漸近安定が保証される。

5. フィードバック制御系構成の手順

本制御系構成の手順をまとめると次のようになる。

(1) 行列 Q と F, K, R を与える。なお、電力系統では、実際上行列の積 $C^T Q$ の交換が必要となることから、 Q については次章の例題で示すように正のスカラ値 q を用いて $C^T Q = qC^T$ に設定することとなる。また、 F, K を実際上どのように選定するかについて現在明確な方法がなく、設計者の価値判断、シミュレーションを含む経験などによることとなる。

(2) F, K, R を用いて (8) 式から A_1 および H_1 を計算する。

(3) (18)式から正定解 P と行列 W_0 および S_0 を求める。なお、(18)式の解法について幾つか知られているが⁽²⁾⁽⁵⁾ P と W_0 , S_0 とを並列的に決定することとなる。

(4) 以上による Q, F, K, R, P を用いて(6)式のフィードバック利得を決定する。

なお、重みについては

$$P, W_0, S_0 \rightarrow W_1, L_1, S_1 \rightarrow W, L, S$$

(20)式 (9)式

のように矢印で示す方向(逆方向は不可)に設定し、逆問題の形式となる。

6. 例 題

(1)式 of 非線形系で記述される制御問題の例として、調速機系に安定化信号を付加する場合の N 機電力系統を考える⁽⁶⁾。このとき、(1)式の形式で記述される各ベクトルおよび係数行列はそれぞれ次のように表される⁽²⁾⁽⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0_{NN} & I_N & 0_{NN} \\ 0_{NN} & -M^{-1}D & -M^{-1} \\ 0_{NN} & \Lambda & -\Gamma \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0_{NN} \\ 0_{NN} \\ I_N \end{bmatrix} \\ C &= [C_1 \ 0_{Nm}^T \ 0_{Nm}^T], H = \begin{bmatrix} 0_{Nm} \\ M^{-1}C_1^T \\ 0_{Nm} \end{bmatrix} \\ M &= \text{diag}(M_i), D = \text{diag}(D_i) \\ \Lambda &= \text{diag}(\Lambda_i), \Gamma = \text{diag}(\Gamma_i) \\ &\quad (i=1, 2, \dots, N) \\ f(\sigma) &= [f_1(\sigma_1), f_2(\sigma_2), \dots, f_m(\sigma_m)]^T \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ここで、 x : $3N$ 次の状態ベクトル, u : N 次の制御ベクトル, σ : m 次のベクトル, $m = N(N-1)/2$, I_N : N 次の単位行列, 0_{NN} : $N \times N$ の零行列, C_1 : $m \times N$ の行列, 0_{Nm} : $N \times m$ の零行列, $M_i, D_i, \Lambda_i, \Gamma_i$: 正の定数

この場合、(17)式の行列 $Z(s)$ は次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} Z(s) &= (Qs)C_1 \{ s\{(sI_N + M^{-1}D) \\ &\quad + M^{-1}(sI_N + \Gamma + R^{-1}F_3^T)^{-1}(\Lambda - R^{-1}F_2^T)\} \\ &\quad - M^{-1}(sI_N + \Gamma + R^{-1}F_3^T)^{-1}R^{-1}F_1^T\} \\ &\quad \times M^{-1}\{C_1^T - (sI_N + \Gamma + R^{-1}F_3^T)^{-1}R^{-1}K^T\} \\ F &\triangleq [F_1^T \ F_2^T \ F_3^T]^T \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

ここで、 K : $m \times N$ の行列, F_1, F_2, F_3 : それぞれ $N \times N$ の行列

いま、任意の行列 F_1, F_2, F_3, K と正定値対角行列 Q について

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &\triangleq R^{-1}F_1^T, \alpha_2 \triangleq R^{-1}F_2^T, \alpha_3 \triangleq R^{-1}F_3^T \\ \beta C_1^T &\triangleq R^{-1}K^T, Q = qI_N, q > 0 \\ \alpha_i &= \text{diag}(\alpha_{i1}), \alpha_{i1} \neq 0 \\ \alpha_2 &= \text{diag}(\alpha_{2i}), \alpha_3 = \text{diag}(\alpha_{3i}) \\ \beta &= \text{diag}(\beta_i) \quad (i=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

なる設定を行うと、 $Z(s)$ は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} Z(s) &= qC_1 \{ \text{diag}\{g_i(s)\} \} C_1^T \\ g_i(s) &= \frac{s(s + \Gamma_i + \alpha_{3i} - \beta_i)}{M_i s(s + M_i^{-1}D_i)(s + \Gamma_i + \alpha_{3i})} * \\ &\quad * \frac{1}{-s(\Lambda_i - \alpha_{2i}) - \alpha_{1i}} \quad (i=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$Z(s)$ が正実行列であるためには次の三つの条件を満足することが必要である。

- (1) $Z(s)$ の要素は $\text{Re}(s) > 0$ に対し解析的である
- (2) $Z^*(s) = Z(s^*)$
- (3) $Z(s) + Z^T(s^*)$ は $\text{Re}(s) > 0$ に対して半正定値である

ここに、 Z^*, s^* はそれぞれ Z, s の共役量を表す。

(27)式の $Z(s)$ について、上述の条件(1)および(2)は明らかに満たされている。条件(3)の成立については、任意のスカラ値 ω に対して $Z(j\omega) + Z^T(-j\omega)$ が半正定値のとき満足される⁽⁶⁾。

(27)式から次式の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} Z(j\omega) + Z^T(-j\omega) &= 2qC_1 \left[\text{diag} \left\{ \frac{a_i c_i + b_i d_i}{a_i^2 + b_i^2} \right\} \right] C_1^T \\ a_i &= -\{\omega^2 M_i (M_i^{-1}D_i + \Gamma_i + \alpha_{3i}) + \alpha_{1i}\} \\ b_i &= -\omega \{\omega^2 M_i - D_i(\Gamma_i + \alpha_{3i}) + \Lambda_i - \alpha_{2i}\} \\ c_i &= -\omega^2 \\ d_i &= \omega(\Gamma_i + \alpha_{3i} - \beta_i) \end{aligned} \right\} \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (28)$$

従って、 $Z(s)$ が正実であるためには

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_i c_i + b_i d_i}{a_i^2 + b_i^2} &\geq 0 \\ (i=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

が成立すればよい。

まず、上式の分母 $a_i^2 + b_i^2$ が $\omega=0$ を除く任意の値に対して零でないために次式の成立が必要である。

$$(i) \quad \alpha_i + \{D_i(\Gamma_i + \alpha_i) - \Lambda_i + \alpha_{2i}\} \\ \times (\Gamma_i + \alpha_i + M_i^{-1}D_i) \neq 0$$

次に、分子 $a_i c_i + b_i d_i$ が非負となるために次式の成立が必要である。

$$(ii) \quad \beta_i \geq -M_i^{-1}D_i$$

$$(iii) \quad \alpha_i + \{D_i(\Gamma_i + \alpha_i) - \Lambda_i + \alpha_{2i}\} \\ \times (\Gamma_i + \alpha_i - \beta_i) \geq 0$$

しかるに、条件(ii)の β_i の最小値 $\beta_i = -M_i^{-1}D_i$ を条件(iii)に用いると

$$\alpha_i + \{D_i(\Gamma_i + \alpha_i) - \Lambda_i + \alpha_{2i}\} \\ \times (\Gamma_i + \alpha_i + M_i^{-1}D_i) \geq 0$$

となり、等号条件は上述の(i)の条件に抵触する。従って、 $Z(s)$ が正実行列であるための条件は

$$\left. \begin{aligned} \beta_i &> -M_i^{-1}D_i \\ \alpha_i + \{D_i(\Gamma_i + \alpha_i) - \Lambda_i + \alpha_{2i}\} \\ &\times (\Gamma_i + \alpha_i - \beta_i) \geq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30) \\ (i=1, 2, \dots, N)$$

なる関係を満足するように対角行列 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ および β を選定することである。このとき、行列 F および K は、逆に、任意の正定な R に対して次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F &= \begin{bmatrix} \alpha_1 R \\ \alpha_2 R \\ \alpha_3 R \end{bmatrix} \\ K &= C_1 \beta R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

7 む す び

電力系統の動特性が線形項と非線形項とに分離して記述できることに着目し、これに最適手法を適用すると系の状態量を総合した多変数のフィードバック制御

系が構成できる。本論文は、この種の非線形系の多変数の制御系構成問題に現れる行列方程式群の最適解の存在条件を Anderson の安定定理を応用することによって一般的に導き、本手法がある非線形制御系の最適フィードバック法則となることを示した。

(平成元年 11 月 24 日受付, 同 2 年 10 月 5 日再受付)

文 献

- (1) 田中・植田・横川：「多変数最適制御の発電所励磁・調速系への応用」, 電学誌, **106**, 657 (昭 61-7)
- (2) T. Taniguchi & H. Kaizu: "New Approach to the Synthesis of a Stabilizing Control Method for a Power System", *Int. J. Control*, **49**, 691 (1989)
- (3) B. D. O. Anderson: "A System Theory Criterion for Positive Real Matrices", *SIAM J. Control*, **5**, 171 (1967)
- (4) M. A. Pai & P. G. Murthy: "New Lyapunov Function for Power Systems based on Minimal Realization", *Int. J. Control*, **19**, 401 (1974)
- (5) N. Kakimoto, Y. Ohsawa & M. Hayashi: "Transient Stability Analysis of Multimachine Power Systems with Field Flux Decay via Lyapunov's Direct Method", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, **PAS-99**, 1819 (1980)
- (6) 山下・岡野・谷口：「多機送電系統の過渡時の安定性向上を目的とした最適制御について」, 電学論 B, **102**, 243 (昭 57-4)

貝 津 弘 幸 (正員)

昭和 12 年 9 月 29 日生。38 年 3 月新潟大学工学部電気工学科卒業。41 年 3 月大阪府立大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。

同年 4 月新潟大学工学部助手, 52 年 4 月同助教授, 現在に至る。工学博士。主として、電力系統の安定化制御に関する研究に従事。計測自動制御学会会員。