ダブル電極形弾性表面波すだれ状電極の 等価回路定数の理論的導出

非会員 稲 川 清 (苫小牧高専)
正 員 小 柴 正 則 (北海道大)

Theoretical Determination of Equivalent Circuit Parameters for Double Electrode SAW Interdigital Transducers.

Kiyoshi Inagawa, Non-member (Tomakomai College of Technology), Masanori Koshiba, Member (Hokkaido University)

A theoretical method for determining circuit parameters of equivalent circuits is described for the analysis of excitation and reflection characteristics of double electrode SAW interdigital transducers (DIDT). Admittance mismatch for single electrode SAW interdigital transducers, dispersion characteristics of an infinite array corresponding to an electrically shorted or opened DIDT and static capacitance for one pair of DIDT, which are necessary for determining circuit parameters, are calculated by using the finite-element method. Therefore in this approach, all the effects of piezoelectric perturbation, mechanical perturbation, energy storage, and anisotropy of substrate are taken into account. Numerical examples are presented for the circuit parameters of DIDTs on several piezoelectric substrates. For a $128^\circ\text{Y-X LiNbO}_3$ substrate, excitation and reflection characteristics are calculated and the computed results agree well with the experimental results.

キーワード：ダブル電極 IDT, 弾性表面波 (SAW), 等価回路法, 有限要素法 (FEM)

1. ま え が き

弾性表面波 (SAW) すだれ状電極 (IDT) は SAW デバイスの最も基本的な構成要素であり、フィルタ、共振子などに用いられている。ところで、SAW フィルタの特性を劣化させる原因の一つとして、電極による多重反射⁽¹⁾があり、これを抑圧するためにダブル電極 (またはスプリット電極) IDT⁽²⁾⁽³⁾ (DIDT) が広く用いられている。DIDT は 2 本の極性の等しい電極を $1/2$ 対としており、電極は $\lambda/4$ 間隔で配置されている (λ : 基準周波数 f_0 における表面波の波長)。

さて、DIDT の特性解析には通常のシングル電極 (またはソリッド電極) IDT (SIDT) の場合と同様に、その取扱いの容易さから、等価回路法⁽⁴⁾⁽⁵⁾ が広く用いられている^{(6)~(10)} が、特性解析に必要な回路定数

は、実験的、経験的に求められているのが実情であり、基板の異方性、電極による電氣的・弾性的擾動効果、エネルギー蓄積効果をすべて考慮して DIDT の等価回路定数を理論的に決定した例はない。

そこで本論文では、DIDT の等価回路中の回路定数を有限要素法^{(11)~(13)} (FEM) を用いてすべて理論的に決定する方法を提案する。具体的には、回路定数の一つである、特性アドミタンスの不整合量 ε に DIDT と同じ電極幅をもつ SIDT の値を用い、他の回路定数を、DIDT の電気端子を短絡した場合に対応する SMSA (shorted metal strip array) ならびに開放した場合に対応する SOMSA⁽⁹⁾ (split open metal strip array) のストップバンドの周波数、および IDT 1 対あたりの静電容量から決定している。なお、 ε の決定、およびストップバンドの周波数の算出には FEM を用いて基板はもちろんのこと、電極部分も要

素に分割し、圧電弾性波の基本式を近似することなく、直接離散化しているので、基板の異方性、電極による電氣的・弾性的擾動効果、エネルギー蓄積効果はすべて考慮することができる。また、ダブル電極の場合には、等電位の電極の間隙が電気機械変換の弱結合領域となるが、ここでは静電容量の算出にも FEM を用いているので、こうした点も考慮することができる。実際に、実用上重要な種々の圧電基板について、等価回路定数を求め、その電極幅ならびに電極膜厚依存性を調べた。また、128°Y-X LiNbO₃ 基板については、IDT の入力アドミタンス、反射特性を求め、実験値⁽⁹⁾との比較から本手法の妥当性を確認している。

2. ダブル電極 IDT の等価回路モデル

いま、図 1(a)に示すような周期 $p=2d=\lambda$ 、電極幅 d_m 、電極厚み h の DIDT 1/2 対あたりの等価回路として図 2 を考える。この等価回路では、導体被覆されていない部分を特性アドミタンス Y_0 、伝搬定数 $k_f = \omega/v_f$ の伝送線路で、導体被覆された部分を特性アドミタンス Y_m 、伝搬定数 $k_m = \omega/v_m$ の伝送線路で表しており、回路に並列に入っているサセプタンス B は電極端部での非放射バルク波の発生によるエネルギー蓄積効果を、巻線比 γ の変成器は電気系と機械系の結合を考慮したものである。また、DIDT 1 対あたりの静電容量を C_s としている。ここに、 ω は角周波数であり、 v_f は導体被覆しないときの表面波速度、

図 1 SAW-IDT
Fig. 1. SAW IDTs.

図 2 ダブル電極 IDT の等価回路
Fig. 2. Equivalent circuit model for a double electrode IDT.

v_m は基板上を一様に導体被覆したときの表面波速度である。

3. 回路定数の決定

特性解析に必要な回路定数は、特性アドミタンスの不整合量 $\epsilon = Y_m/Y_0 - 1$ 、規格化サセプタンス $\hat{B} = B/Y_0$ 、巻線比 γ 、静電容量 C_s である。

〈3・1〉 特性アドミタンスの不整合量 ϵ 特性アドミタンスの不整合量 ϵ については、DIDT の電極幅と同じ電極幅をもつ図 1(b)に示すような SIDT の電気端子を短絡した SMSA のストップバンドの上下限の周波数を FEM を用いて求めることにより定められる⁽¹⁴⁾。

〈3・2〉 規格化サセプタンス $\hat{B}$ 無限長 DIDT を考え、その電気端子を短絡した場合、反射体が $\lambda/4$ 間隔で並ぶ短絡グレーティング (SMSA) に対応し、その分散方程式は図 2 から

$$\cos(\beta d/2) = A_1 \quad (1)$$

で与えられる⁽¹²⁾。ここに、 β は伝搬定数、 A_1 は SMSA の単位区間(図 2 において電極の中心から左右に $(d_m + d_f)/2$ の区間)に対する等価回路の四端子定数 ($A_1, B_1, C_1, D_1 = A_1$) の一つである⁽¹²⁾。

ところで、(1)式は $\beta d = \pi$ を満たす周波数 f_s (ストップバンドが生じないのでブロッグ条件を満たす周波数は f_s のみである) において $A_1 = 0$ となるので、規格化サセプタンス $\hat{B}$ は

$$\hat{B} = \frac{c'}{s'}(\epsilon + 1) + \frac{c}{s} \pm \sqrt{\left(\frac{\epsilon + 1}{s'}\right)^2 + \left(\frac{1}{s}\right)^2} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} c &= \cos(k_f d_f), \quad s = \sin(k_f d_f) \\ c' &= \cos(k_m d_m), \quad s' = \sin(k_m d_m) \end{aligned} \right\}$$

で与えられるが、FEM により求められる f_s を(2)式に代入すると二つの解のうち一方は、

$$|\hat{B}| \ll 1, \quad h/\lambda \ll 1 \quad \text{に対して} \quad (3)$$

の条件を満足できず、 $\hat{B}$ として唯一の解が決定される。なお、 v_f, v_m は FEM により求められる。

〈3・3〉 巻線比 γ と静電容量 C_s 無限長 DIDT の電極を極性の同じ 1/2 対ごとに切離して、電気端子を開放した場合、いわゆるスプリット開放グレーティング⁽⁹⁾ (SOMSA) に対応し、その分散方程式は図 2 から回路の可逆性を考慮して

$$\cos \beta d = 1 + \frac{2(A_1^2 - 1)}{1 - j \frac{4A_1 C_1}{Y_0} \frac{\omega_0}{\omega} \frac{\gamma^2 Y_0}{\omega_0 C_s}} \quad (4)$$

ここに ω_0 : 基準周波数 $f_0 = v_f/2d$ に対応する角周波数

となる。〈3・2〉節で述べたように、(1)式はブラッグ条件 $\beta d = \pi$ を満たす周波数 f_s において $A_1 = 0$ となる。このとき、(4)式の右辺は-1となることから、 f_s は SOMSA のストップバンドの上下限の周波数のいずれかと一致する。従って、 f_s と一致しない SOMSA のストップバンドの上限、あるいは下限の周波数を FEM を用いて算出し⁽¹¹⁾、その周波数を (4)式に代入してブラッグ条件を考慮すれば回路定数 $\gamma^2 Y_0 / \omega_0 C_s$ の値が求められることになる。IDT 1 対あたりの静電容量 C_s は静電界の問題を FEM 解析することによって別途算出できるので⁽¹³⁾、結局、特性アドミタンス Y_0 で規格化された巻線比 $\gamma^2 Y_0$ が求まることになり、ここに、DIDT の特性解析に必要な回路定数はすべて決定されたことになる。

4. ダブル電極 IDT の等価回路定数

ここでは、実用上重要な 128°Y-X LiNbO₃ (LNO), X-112°Y LiTaO₃ (LTO), 45°X-Z Li₂B₄O₇ (LBO) ST-X Quartz (水晶) などの圧電基板上に電極材料としてアルミニウム (Al) を用いた DIDT の等価回路定数の電極幅依存性ならびに電極膜厚依存性を調べた結果を示す。

図 3 は IDT 1 対あたりの静電容量 (ただし、開口長方向の単位長さあたりの値) の電極幅依存性を調べたものである。静電容量は LNO が最も大きく、以下、LTO, LBO, 水晶の順に小さくなっており、いずれの基板においても電極幅の増加と共に静電容量は大きくなっている。図中の破線は LNO 基板上的 SIDT の値であるが、DIDT の静電容量は SIDT のそれよりも大きく、メタライゼーション (metallization) 比が

図 3 ダブル電極 IDT 1 対あたりの静電容量
Fig. 3. Static capacitance for one pair of double electrode IDT.

50% の場合、SIDT の値の 1.4 倍になっている。また、図中の実験値は LNO に対するものであるが、本解析結果は実験値⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ と比較的よく一致している。

(a) ϵ

(b) $\bar{B}$

(c) $\gamma^2 Y_0$

図 4 ダブル電極 IDT の等価回路定数の電極幅依存性

Fig. 4. Values of circuit parameters vs. electrode width.

多少の差異は、計算に用いた応力一定の場合の誘電率の値が、実際とは若干異なることによるものと考えられる。

図4 (a)～(c)はそれぞれ特性アドミタンスの不整合量 ϵ ，規格化サセプタンス $\bar{B}$ ，規格化巻線比 $\gamma^2 Y_0$

図5 ダブル電極 IDT の等価回路定数の電極膜厚依存性
Fig.5. Values of circuit parameters vs. electrode thickness.

の電極幅依存性を電極膜厚を零として求めたものである。なお、 p は IDT の周期長、 w は開口長である。 $\epsilon, \bar{B}$ の値はいずれも電極幅の増加と共に小さくなっているが、 $0.3d < d_m < 0.5d$ では ϵ の値の変化が緩やかになっている。また、通常ダブル電極 DIDT が使用される $d_m=0.25d$ 近傍では、電極幅の変化に対する $\epsilon, \bar{B}$ の値の変化が大きく、特に LNO において顕著である。更に $\bar{B}$ の値は、いずれの基板においても、DIDT の場合と導体被覆されていない部分の幅 d_f が等しい SIDT (例えば、 $d_m=0.25d$ の DIDT に対して $d_m=0.75d$ の SIDT を考える) の値⁽¹⁴⁾ とほぼ一致している点は興味深い。巻線比 $\gamma^2 Y_0$ は電気系と機械系の間の変換効率を示す指標となるが、その値は LNO が最も大きく、次いで LTO, LBO, 水晶の順となっている。なお、いずれの基板の場合にも電極幅の増加とともにその値は大きくなっている。

図5 (a)～(c)はそれぞれ $\epsilon, \bar{B}, \gamma^2 Y_0$ の電極膜厚依存性を電極幅 $d_m=0.25d$ として求めたものである。 ϵ の値は、LNO では電極膜厚の増加と共に減少しているが、LTO, LBO では $h=0.03d$ 近傍で、水晶では $h=0.01d$ 近傍で最大となっている。また、いずれの基板も電極が厚くなると ϵ の値が負となっている。 $\bar{B}$ の値はいずれの基板においても、電極膜厚の増加と共にその値が大きくなっているが、特に LBO において顕著である。 $\gamma^2 Y_0$ の値は電極が厚くなると共に LTO, 水晶では減少、LBO では増加している。また LNO では、SIDT の場合⁽¹⁴⁾ と異なり、 $h=0.05d$ 近傍で最大となった後、膜厚の増加と共にその値が減少している。

5. ダブル電極 IDT の励振・反射特性評価

IDT の等価回路定数が決定されると、 N 対の IDT の等価回路は、電極の極性が負の場合には巻線比を $-\gamma$ とすることに注意して、図2の等価回路を機械的には直列に、電気的には並列に接続することで得られ、その入力アドミタンスは

$$Y = j\omega NC_s + Y_a \dots\dots\dots (5)$$
$$Y_a = G_a + jB_a \dots\dots\dots (6)$$

と表すことができる。ここに Y_a は放射アドミタンスであり、 G_a はそのコンダクタンス分、 B_a はそのサセプタンス分である。

図6 (a), (b)は電極に Al、基板に LNO を用いた DIDT (電極膜厚 $h=0.0037d$ 、電極幅 $d_m=0.27d$ 、対数 $N=20$ 、開口長 $w=5.9$ mm、 $f_0=20.291$ MHz) の入力アドミタンスの周波数特性であ

(a) G_a

(b) $B_a + j\omega NC_s$

図6 ダブル電極 IDT 入力アドミタンス
Fig. 6. Input admittance for a double electrode IDT.

る。放射コンダクタンス G_a は SIDT の場合⁽¹⁴⁾ と異なり、その最大値を与える周波数に対して、対称的に振舞うことがわかる。また、本手法による計算値は実験値⁽⁹⁾ とよく一致しており、本手法の有効性が確かめられる。

図7(a), (b)は図6で用いた IDT の電気端子を短絡、開放した場合の反射特性である。負荷を短絡した場合、ほとんど反射は生じず、ダブル電極構成としたことで、電極による反射を抑圧できることが確かめられる。負荷を開放した場合の反射特性は、通常の金属グレーティング反射器と異なり、主ローブが、反射係数が最大になる周波数に対して非対称になっており、また、電極数が少ないにもかかわらず反射量が大きく、かつサイドローブが低く抑えられている。更

(a) 負荷短絡

(b) 負荷開放

図7 ダブル電極 IDT の反射特性
Fig. 7. Reflection characteristics of a double electrode IDT.

に、本手法による計算結果は実験値⁽⁹⁾ とよく一致している。

6. む す び

DIDT の特性解析によく用いられる等価回路法に必要な回路定数をすべて理論的に定める方法を提案した。本手法では、回路定数の決定に必要な諸量を有限要素法を用いて求めているので、基板の異方性、弾性的・電氣的摂動効果、エネルギー蓄積効果をすべて考慮することができる。実際に、種々の基板の等価回路定数を求め、また、LNO については IDT の入力アドミタンス、反射特性の実験値との比較を行い、本手法の妥当性、有用性を確認した。

等価回路法は各種デバイスへの応用が容易であり、今後は本手法を用いて、フィルタ・共振子の特性解析を行う予定である。 (平成3年2月25日受付)

文 献

- (1) W. S. Jones, C. S. Hartmann & T. D. Sturdivant: "Second order effects in surface wave devices", *IEEE Trans. Sonics Ultrason.*, SU-19, 368 (1972)
- (2) T. W. Bristol, W. R. Jones, P. B. Snow & W. R. Smith: "Application of double electrodes in acoustic surface wave device design", *Proc. IEEE Ultrasonics Symp.*, p. 343 (1972)
- (3) A. J. DeVries, R. L. Miller & T. J. Wojcik: "Reflection of surface wave from three types of I. D. transducers", *ibid.*, p. 353 (1972)
- (4) W. R. Smith, H. M. Gerard, J. H. Collins, T. M. Reeder & H. J. Shaw: "Analysis of interdigital transducers by use of an equivalent circuit model", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-17, 856 (1969)
- (5) W. R. Smith, H. M. Gerard & W. R. Jones: "Analysis and design of dispersive interdigital surface wave transducers", *ibid.*, MTT-20, 458 (1972)
- (6) A. J. DeVries & S. Subramanian: "Overall comparison between theoretical predictions using the crossed-field transmission line model and experimental measurements of a split-connected transducer", *Proc. IEEE Ultrasonics Symp.*, p. 407 (1973)
- (7) W. R. Smith: "Minimizing multiple transit echoes in surface wave devices", *ibid.*, p. 410 (1973)
- (8) T. Kojima & K. Shibayama: "Investigation of an equivalent circuit for a surface-acoustic-wave double electrode", *Japan. J. Appl. Phys.*, 24, Suppl. 24-1, 142 (1985)
- (9) 児島: 「弾性表面波トランスジューサの等価回路解析とその共振器への応用」, 東北大博士論文(平成)
- (10) T. Shiba, J. Yamada & T. Toyama: "Study on transformer ratio and capacitance in equivalent circuit model for SAW transducer", *Japan. J. Appl. Phys.*, 29, Suppl. 29-1, 129 (1990)
- (11) M. Koshiha, S. Mitobe & M. Suzuki: "Finite-element solution of periodic waveguides for acoustic waves", *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. & Freq. Contr.*, UFFC-34, 472 (1987)
- (12) M. Koshiha & S. Mitobe: "Equivalent networks for SAW gratings", *ibid.*, UFFC-35, 531 (1988)

- (13) Y. Kagawa & T. Yamabuchi: "A finite element approach to electromechanical problems with an application to energy-trapped and surface-wave devices", *IEEE Trans. Sonics Ultrason.*, SU-23, 263 (1976)
- (14) 稲川・小柴: 「弾性表面波すだれ状電極の等価回路定数の理論的導出」, 信学論(C), J73-C-1, 731(平2-11)

稲 川 清 (非会員)

昭和38年5月5日生。平成元年3月北海道大学大学院工学研究科修士課程電子工学専攻修了。同年4月国立苫小牧工業高等専門学校電気工学科助手。弾性表面波デバイスの研究に従事。電子情報通信学会会員。

小 柴 正 則 (正員)

昭和23年11月23日生。51年3月北海道大学大学院工学研究科博士課程電子工学専攻修了。51年4月北見工業大学電子工学科講師, 52年4月同助教授。54年4月北海道大学工学部電子工学科助教授, 62年4月同教授。工学博士。光・波動エレクトロニクスに関する研究に従事。62年電子情報通信学会論文賞受賞。電子情報通信学会, テレビジョン学会, 日本シミュレーション学会, 境界要素法研究会, IEEE 会員。