VLF 波垂直偏波受信による下部電離層 電子密度推定のシミュレーション

正 員 満 保 正 喜 (富山県立大)

Simulation of Estimating the Electron Density Profile of the Lower Ionosphere by the Reception of VLF Vertical Polarization Waves

Masayoshi Mambo, Member (Toyama Prefectural University)

Previously, methods of estimating the D layer electron density profile by using the VLF reflection coefficients were studied by solving a Fredholm integral equation of the first kind⁽¹⁾⁽²⁾. In this paper, a Fredholm integral equation not belonging to the first to third kinds is obtained for the receiving antenna output voltages for vertical polarizations, assuming known ground wave field strengths. The solution of this equation is iteratively calculated by a full wave technique⁽¹⁾⁽²⁾. A simulation of its solution is performed with simulated voltage measurements that include relative phase errors and multi-reflected components from the ionosphere. Voltages inferred from both exponential profiles and in-situ electron density profile measurements are used as input to the simulation. The estimated electron density profile shows fairly good agreement with both the exponential profiles and the insitu measurements.

キーワード：電子密度推定，VLF 波，垂直偏波受信，下部電離層，シミュレーション

1. ま え が き

著者らは，地上局 VLF 波の電離層反射波の振幅および位相を利用して，下部電離層電子密度分布の計測法の計算機シミュレーションを研究してきた⁽¹⁾⁽²⁾。下部電離層を地上より計測する方法としては，VLF 波受信資料に経験則を用いて電子密度を求める Deeks の方法⁽³⁾がよく知られているが，客観的な方法とはいえない。著者らは先に，D 層領域の電子密度を推定する手段として，電離層反射係数の変分と電子密度の変分についてのフレッドホルム第一種積分方程式を full wave 計算⁽⁴⁾を用いて繰返し計算により数値解法する手法を示した。そこでは，電離層反射係数の測定や電離層の電子密度がどのように分布していても入射角が一定であるなどの仮定を用いた。しかし，VLF 波の下部電離層多重反射波の入射角を測定することはできないし，また受信機で VLF 波の絶対位相を測定することは非常に困難である。本論文では，基本方程式として受信アンテナ出力電圧と電子密度による第 1

～3 種の，いずれにも属さないフレッドホルム形の積分方程式を得た⁽⁵⁾。この解法にあたって受信電圧へ寄与する成分の吟味により，第一次近似として前回の方法⁽²⁾を用い，逐次近似し，かつそれを繰返し計算する電子密度推定法を開発した。これには平面層状電離層の平面波の入射角を求めるとか，相対位相測定により生ずる位相ずれを消去する方法を開発した⁽⁶⁾。具体的シミュレーションでは，対馬のオメガ波を金沢で受信するモデルを考える。このオメガ波の地表波はほとんど海上伝搬で，これは既知であると仮定する⁽⁶⁾⁽⁷⁾。そして，ロケット実験報告⁽⁸⁾や電子密度指数分布の電離層モデルによる多重反射を含み，受信電界強度の低い水平偏波を受信せず，垂直偏波のみを受信する受信アンテナ出力電圧で，計算機シミュレーションを行って良い結果を得たので報告する⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。

2. 電子密度推定の基本式

VLF 送信局からある程度離れて，電離層反射波を受信すると，一般に垂直偏波成分に比べ水平偏波成分

はかなり小さいので、VLF 垂直偏波成分のみを受信することを考える。地上の VLF 垂直偏波受信アンテナ出力電圧は地上波や電離層多重反射波を含む。本論文で取扱う対馬のオメガ波の地表波は大部分が海上伝搬で、地表波電界強度は既知⁽⁶⁾⁽⁷⁾であるのでこれを除く。地上波の電界強度を E_g (下付き添字 g は地表波成分、または大地の反射係数であることを示す)、磁界強度を H_g と置く。従って、受信アンテナとしては垂直偏波成分のみを受信し、〈3・3〉節に示すように、受信出力電圧の位相ずれ消去のため、垂直アンテナと入射面内にその面を置いたループアンテナを 1 基ずつ用いる。まず、図 1 で角周波数 $\omega(=2\pi f)$ の VLF 波の入射角 θ_{ij} に対する入射面内の電界強度成分を $E_{ij}^{\parallel}$ とする。ここで、 θ_{ij} などの下付き添字 i, j ($i, j=1, 2, \dots$) の i は電離層の反射回数を、 j は全伝搬距離にわたる伝搬様式を示す。また、上付き、または下付き添記号の $\parallel, \perp$ はそれぞれ入射面内およびそれに垂直な電界強度などの成分を表す。表 1 に 2 回反射までの伝搬様式を、以下に示す反射係数の記号を用いて表す。例えば、入射角が θ_{22} の場合、この伝搬様式は電離層 2 回反射で、これを反射係数で表すと最初の電離層反射様式は ${}_{\parallel}R_{\parallel}(\theta_{22})$ ⁽¹⁾ (電離層反射の場合、 R の前および後付き添字はそれぞれ入射および反射電界の偏波を表す) で、次の大地の反射様式が $R_{\perp}^{\perp}(\theta_{22})$ 、2 回目の様式が ${}_{\perp}R_{\parallel}(\theta_{22})$ となる。図 1 で、大地上の実効高 h_{eff} の垂直アンテナとループアンテナ (面積 S 、巻数 n) のそれぞれの出力電圧を $V_v^{\parallel}, V_l^{\parallel}$ とする。ここで下付き添字 v, l は垂直アンテナおよびループアンテナを

図 1 $E_{ij}^{\parallel}$ 成分とその受信アンテナ系
Fig. 1. $E_{ij}^{\parallel}$ component and the receiving antenna system.

表 1 電離層 2 回反射までの伝搬様式
Table 1. Propagation mode for 1 and 2 reflections from the ionosphere.

入射角	伝搬様式
θ_{11}	${}_{\parallel}R_{\parallel}(\theta_{11})$
θ_{12}	${}_{\parallel}R_{\perp}(\theta_{12})$
θ_{21}	${}_{\parallel}R_{\parallel}(\theta_{21}) - R_{\perp}^{\perp}(\theta_{21}) - {}_{\parallel}R_{\parallel}(\theta_{21})$
θ_{22}	${}_{\parallel}R_{\perp}(\theta_{22}) - R_{\perp}^{\perp}(\theta_{22}) - {}_{\perp}R_{\parallel}(\theta_{22})$

表す。自由空間の波数 k_0 、透磁率 μ_0 とし、地上波を理論的に除去し、それぞれの単位長当たりのアンテナ出力電圧を V_v, V_l とすると

$$V_v = V_v^{\parallel} - h_{\text{eff}} E_g / h_{\text{eff}} \\ = E_{\parallel}^{\parallel} \{1 + R_g^{\parallel}(\theta_{11})\} \sin \theta_{11} + \sum_{j=1}^2 E_{2j}^{\parallel} \\ \times \{1 + R_g^{\parallel}(\theta_{2j})\} \sin \theta_{2j} + \dots \quad (1)$$

$$V_l = j \frac{V_l^{\parallel} + j\omega\mu_0 n S H_g}{k_0 n S} \\ = E_{\parallel}^{\parallel} \{1 + R_g^{\parallel}(\theta_{11})\} \\ + \sum_{j=1}^2 E_{2j}^{\parallel} \{1 + R_g^{\parallel}(\theta_{2j})\} + \dots \quad (2)$$

(1), (2) 式の中の例えば電離層の 1 回反射成分 $E_{11}^{\parallel}$ は次のようにして得られる。日本国内の VLF 局の送信点間地上距離 D は最大でも地球半径の 1/10 程度であるので、大地、電離層を図 2 のように平面層状と考える。電離層下端の高度を z_1 、下端の入射点と出口位置の間の距離を $x_{11}(=D - 2z_1 \tan \theta_{11})$ 、平面波の入射電界を 1 に規格化すると出口位置の電界強度は、反射係数 ${}_{\parallel}R_{\parallel}$ およびスネルの法則を用いて ${}_{\parallel}R_{\parallel} \exp\{-jk_0 x_{11} \sin \theta_{11}\}$ である。自由空間の遅延ポテンシャルは $\exp(-j2k_0 z_1 \sec \theta_{11})$ であるから、受信点における遅延ポテンシャルは電離層中の反射係数 ${}_{\parallel}R_{\parallel}$ の中の位相遅延量を除いて $\exp\{-jk_0(2z_1 \sec \theta_{11} + x_{11} \sin \theta_{11})\} = \exp\{-jk_0(D \sin \theta_{11} + 2z_1 \cos \theta_{11})\}$ となる。送信アンテナは VLF 波帯であるので、送信垂直空中線はヘルツダイポールとみなせ、従ってその指向性は $\sin \theta_{11}$ 、送信空中線放射電力 P 、送信点間の伝搬距離を r とすると電波は $1/r$ に従って減衰するから、受信電界強度 (受信点における大地反射の影響を含まないもの) は、

図 2 平面層状電離層とその電子密度分布の変分 $\delta N(z)$ に伴う出口位置 x_{ij} 、入射角 θ_{ij} 、受信アンテナ出力電圧 V_{ij} のそれぞれの変分 $\delta x_{ij}, \delta \theta_{ij}, \delta V_{ij}$
Fig. 2. A plane ionosphere and the respective variations $\delta x_{ij}, \delta \theta_{ij}, \delta V_{ij}$ for the exit point x_{ij} , the incident angle θ_{ij} , the receiving antenna output voltage V_{ij} due to the variation $\delta N(z)$ of the electron density profile.

$$E_{11}^{\parallel} = \frac{j\sqrt{45p}}{r_{11}} \sin \theta_{11} R_{11}(\theta_{11}) \times \exp \{-jk_0(D \sin \theta_{11} + 2z_1 \cos \theta_{11})\} \dots\dots\dots (3)$$

同様に、例えば 2 回反射波 $E_{22}^{\parallel}$ は

$$E_{22}^{\parallel} = \frac{j\sqrt{45p}}{r_{22}} \sin \theta_{22} R_{\theta}^{\parallel}(\theta_{22}) R_{\theta}^{\perp}(\theta_{22}) R_{11}(\theta_{22}) \times \exp \{-jk_0(D \sin \theta_{21} + 4z_1 \cos \theta_{21})\} \dots\dots\dots (4)$$

いま、電離層の 3 回反射成分以上の記述を省略し、まとめると

$$V_V = A_{1111} R_{11}(\theta_{11}) + A_{2111} R_{11}(\theta_{21}) R_{11}(\theta_{21}) + A_{2211} R_{\perp}(\theta_{22}) R_{\perp}(\theta_{22}) \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \frac{j\sqrt{45p}}{r_{11}} \{1 + R_{\theta}^{\parallel}(\theta_{11})\} \sin^2 \theta_{11} \\ &\times \exp \{-jk_0(D \sin \theta_{11} + 2z_1 \cos \theta_{11})\} \\ A_{21} &= \frac{j\sqrt{45p}}{r_{21}} R_{\theta}^{\parallel}(\theta_{21}) \{1 + R_{\theta}^{\parallel}(\theta_{21})\} \sin^2 \theta_{21} \\ &\times \exp \{-jk_0(D \sin \theta_{21} + 4z_1 \cos \theta_{21})\} \\ A_{22} &= \frac{j\sqrt{45p}}{r_{22}} R_{\theta}^{\perp}(\theta_{22}) \{1 + R_{\theta}^{\parallel}(\theta_{22})\} \sin^2 \theta_{22} \\ &\times \exp \{-jk_0(D \sin \theta_{22} + 4z_1 \cos \theta_{22})\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

$$V_L = A_{1111} R_{11}(\theta_{11}) + A_{2111} R_{11}(\theta_{21}) R_{11}(\theta_{21}) + A_{2211} R_{\perp}(\theta_{22}) R_{\perp}(\theta_{22}) \dots\dots\dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \frac{j\sqrt{45p}}{r_{11}} \{1 + R_{\theta}^{\parallel}(\theta_{11})\} \sin \theta_{11} \\ &\times \exp \{-jk_0(D \sin \theta_{11} + 2z_1 \cos \theta_{11})\} \\ A_{21} &= \frac{j\sqrt{45p}}{r_{21}} R_{\theta}^{\parallel}(\theta_{21}) \{1 + R_{\theta}^{\parallel}(\theta_{21})\} \sin \theta_{21} \\ &\times \exp \{-jk_0(D \sin \theta_{21} + 4z_1 \cos \theta_{21})\} \\ A_{22} &= \frac{j\sqrt{45p}}{r_{22}} R_{\theta}^{\perp}(\theta_{22}) \{1 + R_{\theta}^{\parallel}(\theta_{22})\} \sin \theta_{21} \\ &\times \exp \{-jk_0(D \sin \theta_{22} + 4z_1 \cos \theta_{22})\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

図 2 のように、高度 z における初期仮定電子密度 $N^s(z)$ が $\delta N(z)$ だけ変化すると全高度範囲にわたる $\delta N(z)$ が V, A, R, θ などの値に変分 $\delta V, \delta A, \delta R, \delta \theta$ などを生ずる。全高度範囲にわたる $\delta N(z)$ の寄与が層の上端におけるホイッスラーモード成分にあまり影響しない場合には、 δR と $\delta N(z)$ の値には次のような関係が成立する⁽¹⁾。

$$\delta R = \int_{z_1}^{z_n} K(z) \delta N(z) dz \dots\dots\dots (9)$$

ここで R は、例えば、 ij の 22 に対し、前述のように $_{11}R_{11}(\theta_{22})$ または $_{11}R_{\perp}(\theta_{22})$ を示し、 z_n は電離層上端の

高度を表し、核 $K(z)$ は δR の $\delta N(z)$ に対する各高度における感度関数であり、 $N^s(z)$ の分布を用いて計算可能である。以下、本論文においては $N(z)$ を z における電子密度の意味に用いると共に電子密度分布の意味にも用いる。

従って、

$$\begin{aligned} \delta V_V &= \delta A_{1111} R_{11}(\theta_{11}) + A_{1111} \delta R_{11}(\theta_{11}) \\ &+ \delta A_{2111} R_{11}(\theta_{21}) R_{11}(\theta_{21}) \\ &+ 2A_{2111} \delta R_{11}(\theta_{21}) R_{11}(\theta_{21}) \\ &+ \delta A_{2211} R_{\perp}(\theta_{22}) R_{\perp}(\theta_{22}) \\ &+ A_{2211} \delta R_{\perp}(\theta_{22}) R_{\perp}(\theta_{22}) \\ &+ A_{2211} R_{\perp}(\theta_{22}) \delta R_{\perp}(\theta_{22}) \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta V_V - \delta A_V &= A_{1111} \delta R_{11}(\theta_{11}) \\ &+ 2A_{2111} R_{11}(\theta_{21}) \delta R_{11}(\theta_{21}) \\ &+ A_{2211} \delta R_{\perp}(\theta_{22}) R_{\perp}(\theta_{22}) \\ &+ A_{2211} R_{\perp}(\theta_{22}) \delta R_{\perp}(\theta_{22}) \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta A_V &= \delta A_{1111} R_{11}(\theta_{11}) + \delta A_{2111} R_{11}(\theta_{21}) R_{11}(\theta_{21}) \\ &+ \delta A_{2211} R_{\perp}(\theta_{22}) R_{\perp}(\theta_{22}) \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

すなわち、(9) 式より

$$\delta V_V - \delta A_V = \int_{z_1}^{z_n} K_V(z) \delta N(z) dz \dots\dots\dots (13)$$

ただし、

$$\begin{aligned} K_V &= A_{1111} K_{11}(\theta_{11}) + 2A_{2111} R_{11}(\theta_{21}) K_{11}(\theta_{21}) \\ &+ A_{2211} K_{\perp}(\theta_{22}) R_{\perp}(\theta_{22}) \\ &+ A_{2211} R_{\perp}(\theta_{22}) K_{\perp}(\theta_{22}) \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ループアンテナの場合も同様に

$$\delta V_L - \delta A_L = \int_{z_1}^{z_n} K_L(z) \delta N(z) dz \dots\dots\dots (15)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \delta A_L &= \delta A_{1111} R_{11}(\theta_{11}) + \delta A_{2111} R_{11}(\theta_{21}) R_{11}(\theta_{21}) \\ &+ \delta A_{2211} R_{\perp}(\theta_{22}) R_{\perp}(\theta_{22}) \\ K_L &= A_{1111} K_{11}(\theta_{11}) + 2A_{2111} R_{11}(\theta_{21}) K_{11}(\theta_{21}) \\ &+ A_{2211} K_{\perp}(\theta_{22}) R_{\perp}(\theta_{22}) \\ &+ A_{2211} R_{\perp}(\theta_{22}) K_{\perp}(\theta_{22}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

(13)、(15) 式を一つにまとめると次式が得られる。

$$\delta V_L - \delta A_L = \int_{z_1}^{z_n} K_L(z) \delta N(z) dz \dots\dots\dots (17)$$

ここで、添字 $l(1, 2, \dots)$ は周波数、受信アンテナの資料番号を表す。また、 δA_L は $\delta N(z)$ による層中以外の部分の δV_L への寄与であり、 $K_L(z)$ は地上における $\delta V_L - \delta A_L$ の値の $\delta N(z)$ に対する各高度の感度関数である。

(17) 式が受信アンテナ出力電圧による電子密度推定の基本式である。(17) 式の δA_L は (12)、(16) 式で与

えられ、その成分の A_{ij} は(6), (8)式で与えられる。 r は電界強度を求める際に振幅と位相に関係する。そのうち、位相項は(3)式のように R の位相を full wave 計算しているのだから r の値には直接関係しない。下部電離層中の電波通路はまだ十分得られているとはいえない⁽¹²⁾。しかし、 r の振幅への寄与については本論文で問題にしている対象では、後述の(18)式で full wave 計算で得られる入射角 θ_{ij} を用いて送受信点を含む等価三角通路の長さで近似してもよいと思われるので $1/r = \sin \theta_{ij}/D$ の値を用いる。すると A_{ij} は(6), (8)式からわかるように θ_{ij} のみの関数である。従って、(17)式は第1〜3種のいずれにも属さないフレードホルム形の積分方程式である⁽¹³⁾。

3. 受信アンテナ出力電圧による電子密度推定法

先の発表⁽¹⁾⁽²⁾では反射係数の入射角は既知としていたが、実際には未知である。ここでは入射角を求める方法を述べ、それを用いて受信アンテナ出力電圧を求める。そして(17)式の基本式による電子密度推定法を述べる。また、受信出力電圧の位相は受信側の基準信号の位相との比較で測定される。本論文では、受信用基準周波数の位相が、送信用のそれと同位相である場合、受信出力電圧の位相は絶対位相、同位相でない場合、相対位相で測定されると称する。一般的に受信用基準周波数の位相が、送信用のそれに比べてどのくらいずれているかわからないので、相対位相を用いた推定はそれだけ難しくなる。この位相ずれを消去する対策を文献(1), (2)に用いた電子密度推定法に導入する。

〈3・1〉 任意の電子密度分布の電離層への平面波の入射角⁽⁵⁾ VLF 送信局、受信局が共に地上にある場合、電離層の入射角がわかると、(3), (4)式のように各モードの受信電界強度が得られ、その和で合成受信電界強度が得られる。電波通路のうち層中以外は自由空間であるので、入射角を求める問題は以下に示すように、層下端の入射点と出口位置の間の距離を求める問題と等価である。下部電離層は VLF 波に対して異方性不均質であるので、層下端の出口を求めるには波動論的手法によらねばならない。図2で、ある電子密度分布 $N(z)$ に対する入射角 θ_{ij} を求める問題を考える。図2の $N(z)$ は試験用電子密度分布 $N'(z)$ 、または初期仮定電子密度分布 $N^s(z)$ を意味する。文献(11)に、無損失等方性電離層へ波数積分表示[文献(11)では方向余弦の積分表示]された波束が入射する場合の、地上の受信位置を示す方式が与えられているが、これを異方性電離層の場合に拡張する。VLF 波

は下部電離層では分反射のため振幅最大位置は物理的に曖昧であるが、数学的に電離層下端の自由空間において波束の振幅が最大になる位置を出口位置とすると、そこは波数に対して波束の位相の停留点である。平面波の電離層への入射角 θ_{ij} に対する R の位相を ϕ_{ij} とすると、図2における x_{ij} は(18)式の中央の式で表すことができる。また、 x_{ij} は図2より幾何学的に(18)式の最右端の式で表すことができる。

$$x_{ij} = \frac{1}{k_0 \cos \theta} \left. \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right|_{\theta = \theta_{ij}} = D - 2z_1 \tan \theta_{ij} \dots\dots\dots (18)$$

(18)式を解いて θ_{ij} を求めるが、2回以上の反射波で偏波の異なる反射が複合する場合でも、(18)式を組合せることにより、 θ_{ij} を求めることができる。例えば、 θ_{22} に対しては、 $_{||}R_{\perp}(\theta_{22})$ の ϕ_{22} に関する $x_{22}^{\perp}$ と $_{\perp}R_{||}(\theta_{22})$ の ϕ_{22} に関する $x_{22}^{\perp}$ との和を考え、次式を満足する θ_{22} を求める。ここで、 x_{22} などの上付き添字の1, 2は電離層反射係数がそれぞれ $_{||}R_{\perp}(\theta_{22}), _{\perp}R_{||}(\theta_{22})$ であることを示す。

$$x_{22}^{\perp} + x_{22}^{\perp} = D - 4z_1 \tan \theta_{22} \dots\dots\dots (19)$$

〈3・2〉 基本積分方程式の解法⁽⁵⁾ (17)式の δV_i は、 V_i^s を $N^s(z)$ により計算した値、 V_i^r を観測値とし、これを仮に絶対位相で測定した観測値とすると

$$\delta V_i = V_i^s - V_i^r \dots\dots\dots (20)$$

となる。前述のように(17)式は第1〜3種のいずれにも属さないフレードホルム形の積分方程式であるので、この解法にあたり、(12)式あるいは(16)式の δA_i とその右辺の大きさを調べる。 $N^s(z)$, 10.2 kHz, 対馬・金沢間の電離層1回反射のシミュレーションでは $\delta V = \delta AR + A\delta R$ の δAR が $A\delta R$ の約1/10の大きさである。従って(17)式を解くにあたり、第一近似として $\delta A_i = 0$ とおく。こうして得た $\delta N(z)$ で補正した電子密度 $N(z)'$ に対する(6), (8)式より得られる A'_{ij} と $N^s(z)$ で得られる A_{ij} との差を

$$\delta A_{ij} = A_{ij} - A'_{ij} \dots\dots\dots (21)$$

とおき、これを(12), (16)式に代入し、 δA_i を得る。次にこの δA_i を(17)式に代入して、 $N^s(z)$ を用いて(17)式の左辺の値を数値的に逆変換することにより $\delta N(z)$ を求める。そして、次式で $N^s(z)$ を補正する。

$$N(z) = N^s(z) - \delta N(z) \dots\dots\dots (22)$$

この $N(z)$ を改めて $N^s(z)$ とおき、(17)式の左辺の値が集束するまで繰返し計算を行う。

〈3・3〉 相対位相測定による位相ずれの消去法⁽⁵⁾ 受信アンテナ出力電圧の位相を受信機のルビジュール発振器の基準信号の位相で測定すると、受信出力電

圧の相対位相は送信側のセシウム発振器の絶対位相との位相ずれ $e^{j\psi}$ を含む。観測値 V_i^s をこの位相ずれで補正すると、絶対位相の観測値 $V_i^s e^{-j\psi}$ を得る (もし観測値に振幅の誤差もあれば、 ψ は複素数となる)。ゆえに相対位相データを使用する場合、(17)式の δV_i は、

$$\delta V_i = V_i^s - V_i^t e^{-j\psi} \dots\dots\dots (23)$$

となる。ここで位相ずれ $e^{j\psi}$ は一つの周波数の V_v , V_L に対して等しい値である。そのため(23)式を(17)式に代入すると、 V_v , V_L に関して次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} V_v^s - V_v^t e^{-j\psi} - \delta A_v &= \int_{z_1}^{z_n} K_v \delta N(z) dz \\ V_L^s - V_L^t e^{-j\psi} - \delta A_L &= \int_{z_1}^{z_n} K_L \delta N(z) dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

(24)式の2式より $e^{-j\psi}$ を消去し、次式を得る。

$$\begin{aligned} V_v^s V_L^t - V_L^s V_v^t - V_L^t \delta A_v + V_v^t \delta A_L \\ = \int_{z_1}^{z_n} (V_L^t K_v - V_v^t K_L) \delta N(z) dz \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

これが相対位相データの場合の電子密度推定法の基本式であり、先の絶対位相データの場合の(17)式の解法と同じく解くことができる。(25)式は(24)式の v, l に対する2式が位相ずれ消去のため一つの式になっている。従って、 V_v , V_L がそれぞれもつ電子密度分布を表す独立の情報⁽⁹⁾が生かされず、このため相対位相データの場合は資料数でも絶対位相データに比べ推定精度が悪くなることが推察される。

4. 推定法のシミュレーションとその考察⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾

第3章までに述べた手法により、対馬(34° 36' 42" N, 129° 27' 21" E)のオメガ波(10.2, 11.33, 13.6 kHz)を金沢(36° 32' 42" N, 136° 41' 00" E)で受信し、その受信アンテナ出力電圧から既知の地上波成分を除去しその資料による電子密度推定法の計算機シミュレーションを行った。電離層モデルの試験分布 $N^t(z)$ は Mechtly and Smith 報告のロケット観測による電子密度分布⁽⁸⁾ならびに指数分布である。シミュレーションにおいては、すべて $\eta = \eta_0 = 120\pi$ 、大地の比誘電率 10、導電率 1×10^{-3} S/m とし、また、送受信点間距離 683.7 km、地磁気方位角 80.2°、磁気伏角 49.3°、ジャイロ周波数 1.34 MHz など実際に即した値とした。 $N^s(z)$ としては、50 km で 1 個/cc の点から 90 km で 1,000 個/cc の点を結ぶ指数分布、電子の中性粒子との衝突回数 $\nu(z)$ は図3に記載の現在最も信頼されているものを用いた。実測値を用いて電子密度を推定する場合、広い高度範囲にわたり次式の一

図3 1回反射垂直、水平偏波受信波の絶対位相、相対位相資料による計算結果
Fig.3. An example of the simulation of the estimation by using the relative phase data(—) and the absolute phase data (.....) for two reflected modes with polarizations parallel and perpendicular to the incident plane. N^t is the test profile while N^s is the initially postulated profile.

度 ϕ ,

$$\phi = \sqrt{\frac{1}{z_n - z_1} \int_{z_1}^{z_n} \left(\log_{10} \frac{N^e(z)}{N^t(z)} \right)^2 dz} \dots\dots\dots (26)$$

が 0.2 以下⁽²⁾であれば集束するという条件を満たし、かつ計算量を少なくする層の刻み幅として $\lambda_0/50$ (λ_0 : 自由空間波長) が得られている⁽¹⁴⁾。ここで、一一致度 $\phi \leq 0.2$ であれば、 $N^e(z)$ が $N^t(z)$ に収束するという意味は、 $N^e(z)$ が $N^t(z)$ の周りに正規分布するとすれば、 $N^e(z)$ の点が $N^t(z)$ の 0.6~1.6 倍の範囲に分布することを意味する⁽²⁾。層の刻み幅を 10.2 kHz における $\lambda_0/50$ 程度の 0.5 km とした。本論文の電子密度推定計算は特に断らない限り 10.2 kHz~11.3 kHz~13.6 kHz の周波数順に計算するのを繰返計算 1 回と称し、このような逐次計算⁽²⁾を 8 回行った。

〈4・1〉 絶対位相と相対位相資料による電子密度推定の比較⁽⁵⁾ ここでは、図2に示した地上波を含まず平面波の電離層1回反射波の伝搬モデルで電子密度推定のシミュレーションを行うが、その準備として、まず電離層に対する入射角を求める。図2の $N(z)$ としては、シミュレーションにおける $N^s(z)$ の外に $N^t(z)$ として 50 km にて 3 個/cc と、90 km にて 3,000 個/cc を結ぶ指数分布を、オメガ波で(18)式により求めた入射角 θ と x を表2に示す⁽¹⁴⁾。なお、表2に参考的に2回反射の入射角も示す。

次に、図2の伝搬モデルのように受信アンテナとして入射面に垂直で大地にも垂直な面内にループアンテナも設置し、平面波の規格化入射電界強度を考えると、両ループアンテナ出力電圧は次式で表される。

表 2 オメガ波受信のシミュレーションにおける電子密度指数分布に対する θ_{ij}, x_{ij} の計算例
Table 2. Calculation examples of θ_{ij} and x_{ij} for exponential profiles for Omega waves.

f (kHz)	$N(z)$ (/cc)	θ_{11} (°)	x_{11} (km)	θ_{12} (°)	x_{12} (km)	θ_{21} (°)	x_{21} (km)	θ_{22} (°)	x_{22}^1 (km)	x_{22}^2 (km)
10.2	1-1,000	78.0	212.5	77.8	219.1	66.5	111.8	66.3	114.8	114.0
11.33	1-1,000	78.0	215.6	77.8	219.8	66.3	114.5	66.1	115.8	115.2
12.6	1-1,000	77.9	218.7	77.8	221.4	65.8	119.2	65.9	118.7	118.6
10.2	3-3,000	78.8	180.5	78.6	190.2	68.0	94.0	67.6	98.9	98.7
11.33	3-3,000	78.7	182.0	78.6	190.8	67.8	96.4	67.5	100.0	99.9
12.6	3-3,000	78.7	186.3	78.5	190.1	67.5	100.9	67.4	101.9	102.3

$$V_{ij} = -jk_0 n S (\cos \theta)^{j-1} R_{1j} \times \exp[-jk_0(D \sin \theta + 2z_1 \cos \theta)]|_{\theta_{1j}} \dots \dots \dots (27)$$

ここで、(27)式右辺の式左端の $-j$ および指数部の左端の $-j$ の j は $\sqrt{-1}$ であり、その他の j は伝搬モードの 1 または 2 を表す。

電子密度推定のための入力資料として、(27)式の兩受信ループアンテナ出力電圧による絶対位相と、絶対位相資料を使用した場合の計算精度を比較する。 $N'(z)$ として表 2 に掲載されたものを対馬オメガ波 3 波で推定した結果を図 3 に示す。同図の点線は絶対位相資料を用いた場合の計算結果、太線は相対位相資料を用いた場合の計算結果である。図 3 の絶対位相の場合は文献(2)の入射角一定で、反射係数で推定する場合に比べ推定精度があまり変わらず若干劣る程度で、50~80 km の広い高度範囲で非常によく集束している。これに対して相対位相の場合は 63~77 km の高度範囲で集束しており、絶対位相の場合に比べ資料数が半分になったため、集束の高度範囲がほぼ半分に減っている。

〈4・2〉 電離層 2 回反射波を含む相対位相資料による電子密度推定 ここでは平面波でなく自由空間減衰 $1/r$ を考慮し、2 回反射波までを含み、地上波を含まない垂直偏波受信相対位相資料のみによるシミュレーション結果を示す。

$N'(z)$ として図 3 と同じ指数分布をオメガ波の相対位相資料で推定したシミュレーション計算結果の分布 N^e と 10.2 kHz に対する (25) 式の右辺の核の高度分布の計算例を図 4 に示す。(25) 式の核は $V_r/K_r(z) - V_i/K_i(z)$ であるので、核の分布は (b) 図のような基本波の正弦の高度分布でなく、2 回反射の影響を受けてもっと高調波的な分布になると予想される。しかし、(b) 図の核の分布は、70 km 付近で核の大きさが最大になっている点と、高度分布の形は文献(2)における N^e に関し 10.2 kHz の $||R_{11}(\theta_{11})$ に対する核の分

図 4 2 回反射までの垂直偏波相対位相資料による推定結果と 10.2 kHz に対する核分布
Fig.4. An example of both the estimation by using the relative phase data for 1 and 2 reflected waves received with perpendicular polarizations and the kernel distribution at 10.2 kHz. N^e is the estimated profile.

布とよく似ている。この内容を吟味すると、 V_r と V_i の振幅、位相はそれぞれ 1.47 mV, 330.3° : 1.43 mV, 331.0° でほとんど同じであり、(7) 式の V_r と (5) 式の V_i は両者とも 1 回反射成分の $A_{11||}R_{11}(\theta_{11})$ が最も大きく、しかも (8) 式と (6) 式の A_{11} の大きさの比は $1 : \sin \theta_{11}$ であるので、(b) 図の核分布は $||R_{11}(\theta_{11})$ に対する核分布と似た形を呈すると思われる。

図 4(a) は図 3 に比べ、2 回反射資料を用いていることや絶対位相資料を用いていないため、ある程度、推定が悪くなっている。図 4 に、 $\phi \leq 0.2$ の基準を適用すると、61~75 km の高度範囲が推定できていることになる。指数分布に対する文献(2)の反射係数資料と、本論文の受信アンテナ出力電圧資料による推定可能範囲を比較すると、表 3 のごとくなる。すなわち、文献(2)では、オメガ波の電離層への入射角既知として、その反射係数 $\parallel R_{\parallel}$ と $\parallel R_{\perp}$ 資料による推定で 50 km の高度における N^f の値 0.3~30 個/cc の範囲にわたり、 $\phi \leq 0.2$ で 16 km の高度範囲が推定可能である結果を得た。これに対して、本論文では、未知の $N(z)$ への入射角を求め、電離層 2 回反射までの垂直偏波受信資料の相対位相資料による推定結果は N^f の

50 km における 0.5~5 個/cc の範囲が $\phi \leq 0.2$ で 12 km 以上の高度範囲にわたって集束した。

表 3 反射係数資料と受信アンテナ出力電圧相対位相資料による指数分布 N^f 推定の比較
Table 3. Comparison between estimations of exponential N^f by using the relative phase data of Rad V.

50 km における 指数分布 N^f の値 (個/cc)	0.1	0.3	0.5	3	5	10	30	50
反射係数資料	×	○	○	○	○	○	○	×
受信アンテナ 出力電圧資料	×	×	○	○	○	×	×	×

○：推定可能、×：推定不可能

図 5 Mechtly and Smith 報告⁽⁸⁾ のロケット観測電子密度分布推定例

Fig. 5. An estimation example of the electron density profile obtained by the rocket borne receiver reported by Mechtly and Smith⁽⁸⁾ (N^f).

他方、 $N'(z)$ としてMechtly and Smith報告のロケット観測資料を相対位相資料でシミュレーションした結果を図5に示す。同図の夜の(f)を除く昼、朝夕ないし夜の(a)～(e)図の例ではかなりよく集束している。これに対し、(f)図の例は他のように必ずしもよく集束していないように見える。しかし、上述の $\phi \leq 0.2$ の基準を用いると、(f)図の $N'(z)$ の高度分布が $N'(z)$ の極大値の周り約10 kmの高度範囲で収束しているとみなされる。夜になるとD層の電子密度が消滅する傾向を導入して電子密度の高度方向の勾配を大きくするように $N'(z)$ の選定を変更することにより、(f)図の推定例を改善できると思われる。(a)～(e)図の推定結果は同じ $N'(z)$ を文献(2)の入射角を既知とし、 $\parallel R_{\parallel}$ だけでなく $\parallel R_{\perp}$ も用いて推定した結果と同程度に集束している。

入射角既知で入射面内の偏波および入射面に垂直な偏波の反射係数の絶対位相資料のように非常に推定しやすい場合に比べ、本論文の場合、多重反射の垂直偏波のみの使用、相対位相資料の使用による有効資料数の減少ならびに未知の電子密度の入射角推定のように電子密度の推定精度を低下させるような技術要素が多く複合するので、推定がかなり悪くなることが予想される。しかし、上述のように予想外に、かなり良い結果が得られた。

5. む す び

本論文ではVLF波の地上波成分を既知とし、電離層反射波受信アンテナ出力電圧資料を用いたフレードホルム形の積分方程式に工夫を加え、第一次近似として文献(1)、(2)に用いた方法を用い、逐次近似する電子密度推定法を示した。この解法にあたり、受信アンテナ出力電圧でシミュレーションを行う際に新しく生じた問題、すなわち、任意の電子密度分布に対する平面波の入射角を求める方法、相対位相測定により生ずる位相誤差の消去法、多重反射波を含む場合の対策などを講じた。

更に本推定法の集束性を調べるために、Mechtly and Smith報告のロケット観測や指数分布の電子密度分布を国内のオメガ波で推定する計算機シミュレーションを行った。その結果、電離層2回反射までを含む計算であるが、一部、夜の分布の場合に集束しにくい例もあるが、一般的によく集束する結果を得た。指数分布の場合も反射係数による推定ほどには良くないが、ある程度の集束性があるといえる。今後、許容測定誤差などを調査し、実際に観測し、下部電離層の電子密度を求めることが課題である。

最後に、本研究に種々協力していただいた国際電気(株)齊藤 剛、北陸電力(株)荒井 茂、アメリカUCLA大学Dr. Paul Rosenの諸君に謝意を表する。(平成3年8月22日受付、同4年7月13日再受付)

文 献

- (1) M. Mambo, I. Nagano, K. Nakamura & T. Fukami: "A method of estimating the electron density profile of the D layer from a knowledge of the VLF reflection coefficients", *Radio Sci.*, **18**, No. 1, 119 (1983)
- (2) 満保・長野・岡田・深見: 「VLF反射係数による下部電離層電子密度分布推定法の改善」, 信学論(B), **J67-B**, 147 (昭59-2)
- (3) D. G. Deeks: "D-region electron distribution in middle latitude deduced from the reflection of the long radio waves", *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **291**, 413 (1966)
- (4) I. Nagano, M. Mambo & G. Futatsuishi: "Numerical calculation of electromagnetic waves in an anisotropic multilayered medium", *Radio Sci.*, **10**, No. 6, 611 (1975)
- (5) M. Mambo, I. Nagano, K. Nakamura & T. Kobayashi: "A simulation of estimating the electron density profile of lower ionosphere by VLF waves (in the case of unknown incident angle and relative phase data)", *Proc. of ISAP, III*, 243-5, 1035 (1985)
- (6) J. R. Wait: "Mixed path ground wave propagation 1. short distances", *Radio Sci.*, **57**, No. 1, 1 (1956)
- (7) J. R. Wait: "Mixed path ground wave propagation 2. long distances", *ibid.*, **59**, No. 1, 19 (1957)
- (8) E. A. Mechtly & L. G. Smith: "Changes of lower ionosphere electron densities with solar zenith angle", *ibid.*, **5**, No. 12, 1407 (1970)
- (9) M. Mambo, T. Saitoh & I. Nagano: "An Estimation Method of Electron Density Profile in the Lower Ionosphere from a Knowledge of VLF Ground Observation Data", 1900 Western Pacific Geophysics Meeting; *Trans. AGU*, **71**, No. 28, 916 (1990)
- (10) 満保・長野・齊藤: 「VLF波垂直偏波受信による下部電離層電子密度推定のシミュレーション」, 電気学会計測研資, **IM-91-20**, 37 (平3)
- (11) K. G. Budden: "The propagation of radio waves", chps. 3, 10 and 11 (1985) Cambridge Univ. Press, London
- (12) I. Kimura & M. Kawai: "Ray path in a stratified absorbing medium", *IEEE trans. on AP*, **24**, 4, p. 515 (1976)
- (13) 数学辞典, p. 589 (昭47) 岩波書店
- (14) M. Mambo, I. Nagano, T. Fukami, T. Yachi & T. Kobayashi: "A simulation of estimating electron density profile of lower ionosphere by VLF waves (in the case of an unknown incident angle and absolute phase data)", *Sino-Japanese Joint Meeting on Optical Fiber Science and Electromagnetic Theory*, **2**, 437 (1985)

満保正喜(正員)

昭和2年2月4日生。25年3月大阪大学工学部通信工学科卒業。同年電通電波庁勤務。電波研究所、電波監理局、39年金沢大学工学部教授、平成4年富山県立大学工学部教授、現在に至る。工学博士。VLF波による下部電離層のリモートセンシング、中波夜間波伝搬の研究に従事。電子情報通信学会、TV学会、地球電磁気・地球惑星圏学会会員。