待ち行列網解析と確率的最適化による 生産システムの設備計画

非会員 米 田 清 (東 芝)

非会員 和 田 維 作 (東 芝)

正 員 春 木 和 仁 (東 芝)

An Equipment Planning Method for Production Systems

Formulated in Queueing Networks and Probabilistic Optimization

Kiyoshi Yoneda, Non-member, Isaku Wada, Non-member, Kazuhito Haruki, Member (Toshiba Corp.)

An equipment planning method for production plant systems is proposed. The plant is modeled into a queueing network, which is inversely solved by a combination of approximate numerical solution algorithm for queueing networks and simulated annealing. The method is applied to planning a semiconductor production plant. Computational results are discussed.

キーワード：待ち行列網，システム計画，最適化，逆問題，シミュレーテッドアニーリング，設備計画

1. はじめに

本論文では、生産システムなどにおいて最適な設備構成を計画・設計する方法を提案する。この方法は、対象システムを待ち行列網でモデル化して性能の評価を行い、シミュレーテッドアニーリング法を用いて確率的に最適な解を求めることで、最適性能を実現した設備構成を導くことができる。

待ち行列網による対象システムのモデル化は、生産システム、交通システムなどで人間や物の移動を、また、パケット通信、計算機内の伝送などで信号・情報の移動を、種々の条件で解析するために広く用いられ、制御方式の設計に役立っている。また、シミュレーテッドアニーリング法は、最近、半導体集積回路における配置・配線などの最適化方法として適用されており、その有効性が認められてきている。本論文では、生産システムを待ち行列網で表現し、その設備構成の最適化をシミュレーテッドアニーリング法で行う方法を説明する。

この提案する方法は、待ち行列網解析で解ける問題の逆問題を解こうとするものである。通常、待ち行列

網では、システム内の因果関係を基にモデル化する。生産システムにおいて、製品の種類とそれぞれの予定月産量、個々のジョブショップの性能（設備台数）、各品種を一台作るのにどのショップの順番で各々何時間の加工が必要か、を入力として、平均工期、装置の稼働率、平均中間在庫量などを出力とする。このように待ち行列網モデルの入力と出力の関係は、因果関係に従っている。すなわち、原因を入力として結果を出力とする。しかし、システム計画時に実際に求めたい量が待ち行列網モデルの出力となるとは限らない。例えば、各品種の目標生産量と設備使用量が与えられた場合に、各ショップに幾台の設備が必要か、といった問題が考えられる。あるいは、目標工期に対して設備は固定で、どの品種を月産何台にしたら間に合うか、といった問題もある。このような逆問題を確率的最適化法を用いて解く方法を提案する。

以下では、まず、ここで扱う「待ち行列網解析法」、「確率的最適化法」についての概略を説明し、生産設備の計画問題の定式化を行う。次に、実際のデータを基に計算結果を説明し、この提案する方法の有効性を論じる。

2. 提案する方式

〈2・1〉 従来の計画法 従来、生産システムの設備計画問題は、次のようにして解かれている。まず、品種ごとの月産目標と、生産設備への投資総額を決める。次に、投資総額以内でそろえられて、かつ生産目標を達成できそうな設備計画を経験に基づいて立てる。その結果として得られた生産システムを待ち行列網の順問題に定式化し、品種ごとの生産量はどうかを計算する。それが生産目標を達成していればよく、いなければ再度計画を見直す。

経験的な知識を利用する方法として、知識工学を基本としたエキスパートシステムがある。エキスパートシステムの支援により設計する場合、最適解が求められるとは限らない。しかし、専門家が実際に行っている作業を計算機で代行させる方法としては、有効なアプローチである。ところで、エキスパートシステムの知識は、専門家である人間から収集して、矛盾がないように整理し計算機の理解できる言語で表現して格納する必要がある。これまでに専門家が存在する生産システムに関しては、知識の獲得が行えた。しかし、現在のように生産設備に関する技術進歩が激しい時代に、いつも専門家を育てるだけの余裕はなく、知識の獲得が問題となっている。

数理計画法などにより、最適解を求める方法もある。しかし、伝統的な数理計画法は計算の効率が高い反面、問題の特殊性に依存する部分が大きい。例えば、線形計画法は、非線形制約が一つ入ってくると、それまでと同様に効率的に解くことができない。現実の問題をモデル化する場合には、より柔軟な方法が利用できることが望ましい。厳密な最適でなく計算時間が多少長くても、満足のいく解をあまり人手をかけずに専門知識がなくとも求められる方法が、現実問題を扱うためには必要である。

〈2・2〉 待ち行列網解析法 今回、システムの性能を評価計算するために、待ち行列網によるモデル化を行っている。この待ち行列網の順問題の解き方には、離散事象シミュレーションと数値計算による待ち行列解析の2通りがある。

待ち行列網解析は、定常状態において成立する方程式を数値的に解くことが中心であり、その方程式は代数的な漸化式、または非線形連立方程式となる。待ち行列網解析は、シミュレーションに比べて計算時間が短くなる。その反面、過渡的な状態を調べることはできず、解くことのできる問題の範囲も狭い。従って、対象システムの特性を詳細に検討するにはシミュ

レーションが必要である。しかし、計画レベルにおいては対象システムの基本的な特性が重要であり、待ち行列網解析により分析することで十分である場合が多い。

待ち行列網モデルでは、ジョブがサービスステーション相互間を移動する。ジョブジョブ型の生産システムでは、半製品をジョブに、ジョブをサービスステーションに対応させる。このように、生産システムを待ち行列網として表現すると、待ち行列網モデルへの入力、システムに与える仕事の種類と量、システムのもつ資源の能力、仕事の資源要求量であり、その出力はシステムの性能指標に対応するもので、システムの各設備の稼働率、中間在庫の平均値、半製品がジョブに到着してから出ていくまでの平均時間などである。

〈2・3〉 確率的最適化法 シミュレーテッドアニーリングは、確率的な最適化法として最も広く使われているもので、ゲートアレイの配置問題、巡回セールスマン問題など、大規模な組合せ最適化に用いられている。なお、アニーリングとは、物理的な処理方法である焼き鈍しのことである¹⁾。例えば結晶は、分子のたがめな運動が温度の低下と共に、規則的な分子構造を構成していく。それを計算機上に模擬したのが、シミュレーテッドアニーリング(simulated annealing)である。そのアルゴリズムを図1に示す。

〈2・4〉 逆問題の解法 逆問題を最適化問題に直して解く方法を考える。 x を原因、 y を結果として、 $y=f(x)$ となる関数 f が因果関係と考えると、結果 y

```
1 procedure シミュレーテッドアニーリング
2   begin
3     初期化(状態, 温度, 生成回数);
4     repeat
5       for 生成回数  $d_0$ 
6         begin
7           生成(次の状態 from 状態);
8           if 評価関数(次の状態) < 評価関数(状態)
9             then 状態 := 次の状態
10          else
11            if random[0, 1] < exp[ (評価関数(状態) - 評価関数(次の状態)) / 温度 ]
12              then 状態 := 次の状態
13          end
14        設定(生成回数, 温度)
15      until 終了条件
16    end
```

図1 アニーリングアルゴリズム
Fig. 1. The annealing algorithm

からこの因果関係を満足する原因 x を求める方法である。その最適化問題は、次のようになる。

$$\min_x h[f(x), y] \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $h(\quad)$ は、 $f(x)$ と y の差を計る評価関数である。なお、関数 f の逆関数が陽に求まれば、最適化問題として解く必要はない。しかし、生産システムのような問題では、関数 f は、通常、複雑なアルゴリズムとして与えられ、逆関数を求めることはできない。

このような最適化問題を効率的に解くためには、 x をどのように調整すれば評価関数 h が減少するのかを知る必要がある。まず、 h を最小にする点が属する領域を大局的に知り、そして、その領域内で h を最小にする点を見つけるという手順を踏む。関数 f の計算がシミュレーションによる場合、シミュレーションを実行しながら評価関数 h のこの配を推定し、最急降下方向に x を動的に修正していく方法、また、関数 f の計算が待ち行列網解析となる場合には、 h を計算する際にそのこの配も算出して、最急降下法などの最適化手法を適用する方法が報告されている⁽³⁾⁽⁴⁾。しかし、このこの配を計算する方法を生産システムの設備計画に適用するには、二つの問題がある。それは、このこの配が局所的な情報であり、極小点が多数ある場合に大局的な最小化が困難であること、そして、変数 x が連続値であると仮定できないことである。そこで、評価関数 h の微分値を利用しない、大局的にも、局所的にも評価関数 h を確率的に減少させていく、先に説明したシミュレーテッドアニーリング法を採用した。図1に提示したアルゴリズムの特徴と、評価関数 h のこの配に関係する情報は、次のように考えられる。

図1中の“7生成(次の状態 from 状態)”は、現在の状態から次の状態を生成する手続きである。この生成はランダムに行うので、新しい状態は元の状態よりも評価が悪い、すなわち評価関数の値が高くなることが多い。その新しい状態も、ある確率で採用されるため、状態は極小値のある谷から這い出して、大域的な最適に向かうことができる。

その這い出しやすさを、すなわち、新しい状態の評価が悪くても採用する確率を制御するのが温度と呼ばれるパラメータである。アルゴリズムの6行目から13行目までの、いわゆるメトロポリスループ内では温度は一定である。温度が高いほど、現在の状態を捨て、遠くまで探索する。その外側の5行目から14行目までのループで温度を徐々に下げる。急激に下げる

と局所的な最適値へ収束してしまう。だからといって、下げかたが遅すぎると繰返し計算が多くなり、収束までに時間がかかる。

アニーリングの計算効率は、次の状態の生成方法と温度の下げ方に大きく依存する。温度の下げ方については既に多くの研究があり、今回は文献(5)の半自動的に設定に従っている。一方、状態の生成は、どの状態から出発しても、すべての状態が確率的に到達可能であることが要求されている。経験的には、元の状態と新しい状態の評価関数の値があまり変わらないように決めるのがよいことが知られている。

3. 生産設備の計画問題

生産設備の計画問題への適用として、半導体生産のクリーンルーム内工程を考える。

〈3・1〉 問題の定式化 この工程は、ジョブショップ型としてモデル化できる。多品種の集積回路を製造しており、すべての工程は、原料(この場合、ウェーハのロット)を加工するものである。そこでは、組立てや分解はなく、中間製品はもとのショップにすぐに入ることはなく、他のショップへ行くか、システムの外へ出て行くかである。

ある製品を作るには、どのような原料をどの順番でどのように加工するかを決める。すなわち、品種ごとにショップを回る順番を与え、加工開始から終了までにどれだけ時間がかかるかを、品種ごとに平均と変動係数として与える。また、同一の製品でも、そのショップを訪問するたびに加工時間の平均と変動係数が異なってもよい。

品種ごとの月産目標は与えられて、各ショップの中間在庫量についての目標がある。なお、中間在庫が溢れて前工程を停止せざるを得ないというブロッキングを起こすほど厳しい制約はない。また、設備台数は、ショップごとに上限と下限が決まっている。

このような目標を達成する、各ショップの設備台数を決定することが問題である。以下に、このジョブショップ問題を GI/G/n 型のノードから構成される開待ち行列網に定式化した。

〈3・2〉 一解法例 待ち行列網の順問題の解法は、近似解析手法の中の一つである QNA (Queueing Network Analyzer) を用いた⁽⁶⁾。QNA では、通常の開待ち行列網解析と同様に、設備台数は入力 x の一つであり、レスポンスタイム、平均中間在庫量は、出力 y の一つである。従って、ショップごとの目標平均中間在庫量 y を与えて、許容できる台数 X 以内で設備台数 x を決める逆問題を考える。

既に述べたシミュレーテッドアニーリングによる最適化法により、定式化された逆問題を解く。

$$\begin{aligned} & \underset{x}{\text{minimize}} \quad h\{f(x), y\} \\ & \text{subject to} \quad 0 \leq x \leq X \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

評価関数 h は、レスポンスタイム、中間在庫量、設備台数などをコストとして表現できるが、ここでは逆問題を正確に解くことができるかを検証するために、目標とする平均中間在庫量からの差だけをコストとして考えて解析する。すなわち、評価関数 h は、各ショップ i で目標とする平均中間在庫量 y_i と、待ち行列網を解いて得られた平均中間在庫量 $f_i(x)$ との差を測る関数として、ここでは、値がその差の絶対値に比例し、各ショップにとって平等となる距離を用いた。

$$h\{f(x), y\} = \sum_i |f_i(x) - y_i| \quad \dots\dots\dots (3)$$

最小化の過程において、平均中間在庫量を計算できなくなる可能性がある。それは、設備を減らしたことでも中間在庫が溜まり続けることになり、無限大になることを意味している。この結果は、次の探索にとって有効な情報を与えないため、状態変換をランダムに行う探索と同様の効率となる。ここでは、次式によって各ショップの平均中間在庫量 f_i をトラフィック密度 g の関数と考えて近似し、評価値を求め、設備計画案が悪くて待ち行列網の解が存在しない場合でも、評価できるようにして最適化の効率をあげている。

$$f_i(g) = \begin{cases} f_i(g) & (\text{if } g \leq p) \\ f_i(p) + \frac{\partial f_i}{\partial g}(p)(g - p) & (\text{if } p < g) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 g は設備台数 x に対応するトラフィック密度 (= サービス時間・スループット/設備台数 x) であ

る。 p は一定値 0.98 に設定した。

最適化のアルゴリズム中の状態の生成方法は、ランダムにショップを選び、確率 1/2 で設備台数を 1 だけ増減するようにした。温度、生成回数の初期値は、文献(4)に従って設定している。

4. 事例の紹介

〈4・1〉 実験方法 現実に稼働している小規模な半導体生産工程を選び、データを収集した。その工程は、31 ショップ、8 品種、総設備台数 278 台からなる。まず、現状のデータから待ち行列網の入力パラメータを求める。次に、その設備台数 $\bar{x}(x_i, i=1, \dots, 31)$ を用いて待ち行列網を解き、ショップ i ごとに平均中間在庫量 $\bar{y}_i$ を求める。今度はそれを入力として、設備台数 x を出力とする待ち行列網の逆問題を解き、これが先の設備台数 $\bar{x}$ に一致するかを、ケース 1 として調べる。当然、もとの $\bar{x}$ は解であり、そのとき評価関数 h の最小値は 0 である。しかし、 $\bar{x}$ が唯一の解であるとは限らず、それ以外にも解があり得る。次に、ケース 2 として、各ショップの平均中間在庫量を 50% 増加、または減少させてケース 1 と同様に解き、それぞれの最適な設備台数を調べる。

〈4・2〉 実験結果

(1) ケース 1 全ショップについて設備台数を 1 台から 40 台までの範囲として計算した結果は、つぎのようになる。約 52 万件の状態を評価して、元の状態 x, y が探索され、各ショップの設備台数は元の台数と等しい結果が得られた (表 2 のケース 1-1)。最適解を見つけるまでに、SUN 4 で約 9 時間の計算であった。図 2 に、評価関数の値の変化を示す。低い状態へ移行する間に、一時的に高い状態も許容していることがわかる。この丘を越えて、解は局所最適から大

図 2 評価関数値の変化例
Fig. 2. A sample of energy trace.

表 1 設備台数の差

Table 1. Difference between the computed and the actual numbers of machines in each job shop.

ジョップ番号/回数	1	2	3	4	5×10^5
1	0	0	0	0	0
2	9	0	0	0	0
3	31	36	14	0	0
4	12	22	0	0	0
5	-2	2	3	10	0
6	1	0	0	0	0
7	6	0	0	0	0
8	0	1	20	0	0
9	26	34	25	0	0
10	23	20	0	0	0
11	30	15	0	19	0
12	0	27	0	0	0
13	17	0	0	0	0
14	5	-1	20	16	0
15	-2	1	0	0	5
16	0	16	1	0	0
17	0	0	0	0	0
18	32	30	0	0	0
19	10	16	0	0	0
20	15	11	0	0	0
21	5	7	0	0	0
22	3	2	0	0	0
23	1	15	16	0	0
24	0	20	0	0	0
25	0	2	0	0	0
26	20	0	0	0	0
27	31	14	0	0	0
28	16	0	0	0	0
29	1	0	0	0	0
30	0	0	32	0	0
31	19	0	0	0	0

表 2 評価回数

Table 2. The number of moves to attain the optimum.

ケース	最適解を探索するまでの評価回数	計算時間(hour)
1-1	525,536	9
1-2	565,886	8
1-3	613,380	11
1-4	449,762	8
2-1	754,717	12
2-2	408,540	8

域最適へ向かっている。また、表 1 に収束途中の各ジョップにおける最適解からの差を表している。

しかし、これは一つの乱数系列を発生させてランダムな探索を行ったにすぎないので、他の乱数系列に対しても同様の結果が得られるかを確認するために、異なる乱数系列を用いて更に 3 回の計算を行った。評価回数が多少異なるだけで、すべての場合において、評

表 3 設備台数の増減

Table 3. Change in the number of machines induced by the change in target inventory.

ジョップ番号	+50%	-50%	ジョップ番号	+50%	-50%
1	-1	1	16	-4	16
2	-1	18	17	-2	1
3	0	18	18	-1	21
4	-3	1	19	0	1
5	-6	4	20	-1	28
6	-3	33	21	-2	1
7	-2	0	22	-4	1
8	-3	13	23	-2	31
9	-4	24	24	-1	3
10	-2	1	25	-1	34
11	-3	6	26	-1	1
12	-3	1	27	0	0
13	-3	18	28	0	29
14	-4	19	29	-1	10
15	-5	1	30	-1	8
			31	-1	1

価関数の値は 0 になり、その最良値が最適値であった(表 2 のケース 1-2~1-4 を参照)。ジョップごとに平均中間在庫量を目標として与えているだけで、品種別の内訳は規定していないので、どの品種がどこに平均幾つ滞留するかについては自由度があると考えられる。それにもかかわらず、設備台数は元の台数 $\bar{y}$ と同じである最適となった。

(2) ケース 2 一般に計画問題においては、ケース 1 のように事前に最適解がわかっていることはない。ここでは、ケース 1 の目標平均中間在庫量を一律に 50% 増加、または減少させて、各ジョップの設備台数がどのように変化するかを調べた。表 3 に示すように、平均中間在庫量を 50% 増加させると、総設備台数を 23% 減らすことができる。また、平均中間在庫量を 50% 減少させるためには、総設備台数を 124% 増加させなくてはならない。

〈4・3〉 評価・検討 ケース 1、およびケース 2 により、生産システムの設備計画の問題を解く方法として、有効であることを確かめた。最適であるかどうかの判断ができるまで、かなりの評価回数が必要であり、大規模になると計算時間が更に増大する。しかし、この方法では途中で停止しても目標性能を満足する最適に近い設備を計画できることが、表 1 および図 2 からわかる。

ケース 1 では、順問題の出力の条件を、品種別、ジョップ別の平均在庫量 y_{ij} からジョップ別の平均在庫量 y_i に緩めることで解に自由度が存在する可能性があった。今回の事例では、それにもかかわらず最適化

手法により元の解に収束した。しかし、自由度が存在するような出力条件を設定する場合、どのような解に収束するかは保証されない。例えば、中間在庫量が0になるほどの余裕がある場合など、設備台数を多めに設定するような計画はすべて最適と判断され、逆問題の解となる。このような場合、また、ケース2のように中間在庫量と設備台数のトレードオフ関係を考慮して最適化を行う場合に対しては、(5)式に示すように設備コスト $g(x)$ を評価関数に反映することで、条件を満足しながら設備を最少とする解を決定させることが考えられる。

$$h(x, y) = \sum_i |f_i(x) - y_i| + ag(x) \cdots \cdots (5)$$

この場合、設備コストを評価関数に追加するときに付ける係数 a の決定は、解の収束性などに影響を与えるなどの問題が予想される。この点に関しては、今後、検討したい。また、すべての評価指標をコストに換算できれば、それに関する最適化が行える。しかし、その最適化の結果が正しいかどうかの評価は一般には困難であり、現在半導体製造ラインよりも解析が容易な電気器具の組立てラインを対象として検討を行っている。

5. おわりに

待ち行列網の逆問題を待ち行列網解析と確率的最適化法の組合せで一般的に解く方法を提案し、半導体生産工程への適用を検討することでその有効性を示した。確率的最適化法の代表的なものは、シミュレーテッドアニーリングのほかに遺伝的算法 (genetic algorithm) がある⁽²⁾。今後その適用も考えていきたい。今回は、まだ一つの対象システムへの適用であり、今後は、更に大規模なシステムへの適用も含めて検討する必要がある。この方法は、対象システムに対して事前の知識がない場合であっても適用することができ、事前に知識がある場合に対しても、その知識と結合させることで効率を向上させることも考えられる。また、このアルゴリズムは並列処理との親和性もあり、計算の高速化を実現するために並列処理方法を検討していくことができる。今後は、実際のシステム計画に適用し、改良していく予定である。

(平成3年11月1日受付 同3年12月16日再受付)

文 献

- (1) E. Aarts & J. Korst : Simulated Annealing and Boltzmann Machines (1989) Wiley
- (2) D. E. Goldberg : Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning (1989) Addison-Wesley
- (3) 白川 : 「シミュレーションによる待ち行列網モデルの最適化について」, オペレーションズ・リサーチ, 35, 80 (平2-2)
- (4) R. Pattipati, et al. : "A Calculus of Variations Approach to File Allocation Problems in Computer Systems", Proc. 1990 ACM SIGMETRICS Conference (1990)
- (5) R. H. J. M. Otten & L. P. P. van Ginneken : The Annealing Algorithm (1989) Kluwer Academic Publishers
- (6) 木村 : 「QNA : Queueing Network Analyzer について(1-3)」, オペレーションズ・リサーチ, 29, 366 ; 431 ; 494 (昭59)

米 田 清 (非会員)

昭和49年3月早稲田大学理工学部研究科修士課程修了。同年(株)東芝入社。システム・ソフトウェア技術研究所においてシステム技術の研究・開発に従事。現在、同所主任研究員。OR学会、経営工学会会員。

和 田 維 作 (非会員)

昭和63年3月筑波大学社会学部理学科卒業。64年3月(株)東芝入社。システム・ソフトウェア技術研究所において待ち行列網の研究に従事。OR学会会員。

春 木 和 仁 (正員)

昭和54年12月UCLA, System Science 学科 Ph. D 課程修了。55年1月(株)東芝入社。システム・ソフトウェア技術研究所においてシステム技術に関する研究・開発に従事。現在、同所主任研究員。Ph. D. in Engineering. 理論・計量経済学会会員。