2 慣性共振系の速度制御への H^∞ 制御理論の適用

正員 森 本 茂 雄 (大阪府立大)

学生員 大 橋 真 和 (大阪府立大)

正員 武 田 洋 次 (大阪府立大)

Speed Control of Two-mass System Based on H^∞ Control Theory
Shigeo Morimoto, Member, Masakazu Ohashi, Student Member, Yoji Takeda, Member
(University of Osaka Prefecture)

In the industrial motor drive systems such as industrial plants and industrial robots, a torsional vibration is often generated because of the elastic elements in torque transmission. This vibration makes it difficult to achieve quick responses of speed and may result in damage to the plant. Such system is simply modelled as a two-mass mechanical system.

In this paper, H^∞ control theory is applied to design the speed controller for the two-mass system. This controller determines the closed-loop characteristics such as the suppression of torsional vibration and the rejection of torque disturbance. Moreover, the two-degrees-of-freedom controller, which includes the above H^∞ controller, is designed in order to improve the tracking characteristics for the commanded speed. In the TDOF system, the performances of the disturbance rejection and the tracking can be designed independently. The control performances are examined in detail by the computer simulations. As the designed controller is usually high order controller, the order reduction of controller is also discussed for the practical applications. From several examinations, it is clarified that the proposed speed control system is useful for the two-mass system.

キーワード：2 慣性系、振動抑制制御、 H^∞ 制御、2 自由度制御

1. まえがき

モータで負荷機械を駆動する場合、両者を結合する軸やギヤの剛性が低いと共振系となり、軸ねじり振動が発生する。その結果、負荷に悪影響を及ぼすとともに速度応答を十分に上げられないという問題が生じる。共振機械系に対する制御系の設計には、第1次近似モデルとして2慣性系を用いることが多い。このような機械系の制御には、一般にPI制御が用いられていたが、近年、オブザーバを用いた状態フィードバック制御方式や H^∞ 制御理論を用いた制御器の設計などが多数研究されている^{(1),(2)}。 H^∞ 制御理論を用いた方式では、重み関数の調整パラメータが多く、その決定法が不明確であったり、負荷外乱トルクに対する振動抑制効果が不十分で外乱抑圧特性も十分でない場合がある^{(3),(4),(5)}。産業プラントにおいては軸ねじり振動の抑制は当然であるが、目標値追従特性だけでなく負荷外乱が加わったときのインパクトドロップの抑制および負荷速度の回復時間の短縮など外乱抑圧特性も重視される。従って、制御目的、要求性能に応じた制御器の設計が必要となる。

本論文では、まず振動抑制、外乱抑圧などのフィードバック特性を改善する制御器を H^∞ 制御理論を用いて設計している。 H^∞ 制御理論を適用する場合、一般化プラント

の設定と重み関数の選択が重要であるが、重み関数の決定は試行錯誤的に行われることが多い。本論文では、軸ねじり振動が生じない理想的な1慣性系の伝達関数のゲイン特性に基づいて、軸ねじり振動の抑制と外乱抑圧特性の改善を実現する重み関数を設定している。一般に H^∞ 制御器の設計においては、重み関数中のパラメータを試行錯誤で決定することが多いが、提案設計法では重み関数の調整パラメータが少ないため H^∞ 制御器の設計は比較的容易である。

H^∞ 制御器のみを用いた1自由度制御系では、外乱抑圧および目標値追従の両設計仕様を同時に満たすことは困難である。そこで、 H^∞ 制御器に目標値フィルタと目標値からのフィードフォワード項を追加した2自由度制御系を構成する。その結果、目標値追従特性は外乱抑圧特性とは独立して自由に設定できる。シミュレーションにより、提案制御システムの諸特性を検討し、その有効性を確認している。また、上記設計法で得られた制御器は高次となるため、実際のシステムへの適用を考慮して制御器の低次元化についても検討を加え、比較的低次の制御器でも十分な制御性能が得られることを示す。さらに、モータ側と負荷機械側の慣性比が異なる機械系についても検討を加えている。最後に、本論文で提案した制御システムの有効性を実験により確認している。

2. 2 慣性共振系

2 慣性共振機械系の状態方程式は、次式で与えられる。

$$\dot{x} = A_p x + B_p u + B_d \tau_L, \quad y_p = C_p x \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

$$x = \begin{bmatrix} \omega_M \\ \tau_F \\ \omega_L \end{bmatrix}, \quad A_p = \begin{bmatrix} -D_M/T_M & -1/T_M & 0 \\ 1/T_F & 0 & -1/T_F \\ 0 & 1/T_L & -D_L/T_L \end{bmatrix},$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 1/T_M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/T_L \end{bmatrix}, \quad C_p = [1 \ 0 \ 0],$$

T_M, T_L, T_F : モータ, 負荷, 軸の時定数, D_M, D_L :
モータ, 負荷の粘性摩擦係数, ω_M, ω_L : モータ,
負荷の速度 (pu 値), τ_M, τ_L, τ_F : モータ, 負荷,
軸のトルク (pu 値)

制御対象である 2 慣性系の制御量は負荷速度 ω_L であるが、観測できる状態量はモータ速度 ω_M のみである ($y_p = \omega_M$)。なお、本論文では電流制御系の応答速度は速度制御系の応答速度に比べ十分速く、トルク定数も正確に把握されていると考え、制御器の出力であるトルク (電流) 指令値 u と実際のモータ発生トルク τ_M が一致しているものとする ($u = \tau_M$)。また、本論文では、機械系時定数 ($T_M + T_L$) と共振角周波数 ω_n が等しく、モータと負荷機械の慣性比が異なる 3 種類の機械系 (表 1) について検討しているが、以下では特に断らない限り機械系 I の検討結果を示す。

モータの速度制御には一般に P I 制御が用いられるが、この場合モータの発生トルク τ_M は次式で与えられる。

$$\tau_M = G_{pi}(s)(\omega^* - \omega_M) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 $G_{pi}(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s})$, ω^* : 速度指令値

図 1 に(1)式の 2 慣性共振系を(2)式の P I 制御器 (ただし、 $K_p=8, T_i=0.03$, 以下同様) で制御したときの負荷トルクからモータおよび負荷速度までの閉ループゲイン特性 $|G_{Md}|$, $|G_{Ld}|$ を示す。また、比較のため(1)式の機械系において軸のばね定数が十分大きく (T_F が十分小さく), 1 慣性系とみなせる場合 (このとき、機械系時定数: $T_{ML} = T_M + T_L$, 粘性摩擦係数: $D_{ML} = D_M + D_L$) のゲイン特性 $|G_{M1d}|$ も示す。

表 1 2 慣性系の定数

Table 1. Parameters of 2-mass systems.

	機械系 I	機械系 II	機械系 III
T_M (s)	0.0377	0.0503	0.0566
T_L (s)	0.0377	0.0251	0.0188
T_F (s)	0.00115	0.00129	0.00153
D_M	0.005	0.0067	0.0075
D_L	0.005	0.0033	0.0025
ω_n (rad/s)	215	215	215
ω_H (rad/s)	152	176	186

図 1 P I 制御時の負荷トルクからのゲイン特性
Fig. 1. Gain diagrams from τ_L controlled by PI controller.

低周波域では $|G_{Md}|$ と $|G_{M1d}|$ は一致しているが、高周波域では差が生じ、2 慣性系のゲインは共振周波数付近で急増している。その結果、振動が発生することになる。

3. H^∞ 制御理論の適用と制御器の設計

2 慣性系に対する制御目的を

- (1) 軸ねじり振動の抑制 (振動抑制)。
- (2) 負荷外乱トルクの変動に対して負荷速度の変動を極力抑える (外乱抑圧)。
- (3) 速度指令の変化に対して負荷速度をオーバーシュートなく速やかに追従させる (目標値追従)。

とする。まず、制御目的(1), (2)を達成するための制御器を H^∞ 制御理論に基づいて設計する。なお、本論文で H^∞ 制御器との比較のために用いている P I 制御器のゲインは、外乱抑圧特性を重視し、かつ軸ねじり振動の収束が極力速くなるように試行錯誤で決定した値を用いている。

〈3・1〉 一般化プラント (1)式の 2 慣性機械系に対し、 H^∞ 制御理論を適用するために図 2 に示すように一般化プラントを設定する。同図において、

$$z_z = \begin{bmatrix} C_p \\ C_p - C_l \\ C_l \end{bmatrix}, \quad z_x = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_M \\ \omega_M - \omega_L \\ \omega_L \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $C_f = [0 \ 0 \ 1]$

である。外部入力 w_1 に重み関数 W_n を掛けた n は検出速度に加わる観測ノイズあるいは速度指令値 ω^* に相当し、外部入力 w_2 に重み関数 W_d を掛けたものは実際に負荷側に加わる外乱トルク τ_L を表す。

図 2 の一般化プラントの入力 w , u と出力 z , y の関係は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_u \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & P_{Md}W_d & P \\ 0 & (P_{Md} - P_{Ld})W_d & (P - P_{Lu}) \\ 0 & P_{Ld}W_d & P_{Lu} \\ 0 & 0 & W_u \\ W_n & -P_{Md}W_d & -P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ u \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

図2 H[∞]制御システム
Fig. 2. H[∞] control system.

表2 外部入力から制御量までの閉ループ伝達関数
Table 2. Closed-loop transfer functions from w to z.

w	w ₁ (n=W _n w ₁)	w ₂ (τ _L =W _d w ₂)
z		
z ₁	TW _n	SP _{Md} W _d
z ₂	SK(P-P _{Lu})W _n	{S(1+KP _{Lu})P _{Md} -P _{Ld} }W _d
z ₃	SKP _{Lu} W _n	(P _{Ld} -SKP _{Lu} P _{Md})W _d
z _u	W _u SKW _n	-W _u SKP _{Md} W _d

ただし、

$$P(s)=C_p(sI-A_p)^{-1}B_p, P_{Md}(s)=C_p(sI-A_p)^{-1}B_d$$

$$P_{Lu}(s)=C_l(sI-A_p)^{-1}B_p, P_{Ld}(s)=C_l(sI-A_p)^{-1}B_d$$

制御入力uは制御器K(s)を使って次式で与えられる。

$$u=K(s)y \tag{5}$$

このとき外部入力wから制御量zまでの閉ループ伝達関数は次式となる。

$$G_{wz}(s)=G_{11}+G_{12}K(I-G_{22}K)^{-1}G_{21} \tag{6}$$

また、外部入力wから制御量zまでの個々の閉ループ伝達関数は表2のようになる。同表において、

$$S=\frac{1}{1+KP}, T=\frac{KP}{1+KP} \tag{7}$$

であり、Sは感度関数、Tは相補感度関数である。

H[∞]制御問題は、

$$\|G_{wz}(s)\|_{\infty} < 1 \tag{8}$$

とし、かつ閉ループ系を内部安定にするような制御器K(s)を求める問題である。

〈3・2〉 制御器の設計 図2の一般化プラントには3つの重み関数が含まれているが、これらを、制御目的(1)および(2)を満たすように設定する^{(6),(7)}。

まず、表2のw₂からz₁、z₂、z₃までの伝達関数に注目すると、W_dは負荷外乱トルクτ_Lからモータ速度、負荷速度およびそれらの差速度までの閉ループ伝達関数のゲイン特

性を指定する重み関数であることがわかる。この閉ループ伝達関数を図1に示した1慣性系のゲイン特性|G_{M1d}|の形状に周波数整形できれば、軸ねじり振動は抑制できる。そこで、|W_d|⁻¹が|G_{M1d}|の形状となるように重み関数W_dを次式のように設定する。

$$W_d = \gamma_d \frac{(s+\omega_d)^2}{(s+10^{-3})(s+10^5)} \tag{9}$$

上式で与えられる重み関数のゲイン特性|W_d|⁻¹は、図3の破線のようになり、これは図1の|G_{M1d}|の形状となっていることがわかる。すなわち、共振周波数付近での共振ピークを抑制し、低周波域で外乱を抑制する重み関数となっている。ゲイン線図上で|W_d|⁻¹は、γ_dを調整することで上下に移動し、ω_dを調整することで左右に移動する。また、(9)式中の10⁻³は十分小さく設定し(外乱の抑圧)、10⁵は共振周波数を超えて大きく設定すればよい。

つぎに、W_nは高周波域において観測ノイズやプラントのモデル化誤差などの影響を除去するようにハイパス特性を持たせ、一般的な混合感度問題の相補感度関数に対する重み関数のように次式で与える。

$$W_n = \gamma_n \frac{s+50}{s+10^5} \tag{10}$$

また、H[∞]制御問題をCADで解くために制御量z_uが必要となるが、本論文ではW_u=10⁻⁶と設定しているため制御器の設計には関与しない。

(9)、(10)式中のパラメータγ_d、ω_d、γ_nを適切に設定し、制御系設計用CAD(MATLAB)を用いるとH[∞]制御器K(s)が求められる。シミュレーションの結果、設計パラメータω_dは共振周波数よりやや低く、反共振周波数付近に設定すると良い結果が得られた。従って、実際はγ_dとγ_nを調整するだけでよく、比較的容易に適切なγ_d、γ_nを決定できる。γ_d=650、ω_d=150、γ_n=100と設定した結果、次の制御器が得られた。

$$K(s)=\frac{442(s+39.7)(s+2.77 \times 10^3)(s+9.70 \times 10^4)(s+1.00 \times 10^5)}{(s+1.20 \times 10^{-3})(s+3.97 \times 10^2)(s+9.77 \times 10^4)(s+3.75 \times 10^7)} \tag{11}$$

図3に上記制御器K(s)を用いた速度制御系のτ_Lからω_M、ω_Mω_L、ω_Lまでの閉ループゲイン特性(それぞれ|G_{Md}|、|G_{MLd}|、|G_{Ld}|)を重み関数|W_d|⁻¹とともに示す。H[∞]制御の場合W_d⁻¹によって各ゲイン特性が周波数整形されるため、図1に示したP I制御の場合にみられた共振周波数付近でのゲインの増加が抑制されている。また、表2のw₂からz₁までの伝達関数に注目すると、これは感度関数S(s)に重み関数P_{Md}W_dを掛けともとも解釈できる。図4に感度関数Sとその等価的な重み関数であるP_{Md}W_dおよび相補感度関数Tと重み関数W_nを示す。共振周波数でSのゲインが低下し、反共振周波数でTのゲインが低下している。

図3 τ_L からのゲイン特性と重み関数
Fig. 3. Gain diagrams from τ_L and weighting function.

図5 制御器のゲイン特性
Fig. 5. Gain diagrams of controllers.

図4 S, T のゲイン特性と重み関数
Fig. 4. S, T and weighting functions.

図6 外乱応答特性 ($\tau_L: 0 \rightarrow 1.0 \text{ pu}$)
Fig. 6. Responses to step load disturbance.

4. 制御器の低次元化と制御特性

〈4・1〉 H^∞ 制御器の低次元化 H^∞ 制御を用いて設計した制御器は、一般に高次となり実際の適用を考えると不都合である。そこで、ここでは(11)式のように得られた制御器の低次元化について検討する。

(11)式の制御器において、定常偏差を完全に零とする(サーボ特性を持たせる)ために分母の $(s+1.20 \times 10^{-3})$ を s に置き換え、さらにデジタル制御系のサンプリング周期や可制御帯域を考慮して高周波域の極、零点を

$$\begin{aligned} (s+9.77 \times 10^4) &\rightarrow 9.77 \times 10^4, & (s+3.75 \times 10^7) &\rightarrow 3.75 \times 10^7 \\ (s+9.70 \times 10^4) &\rightarrow 9.70 \times 10^4, & (s+1.00 \times 10^5) &\rightarrow 1.00 \times 10^5 \end{aligned}$$

のように置き換えると、 $K(s)$ は次式となる。

$$K_1(s) = 1.17 \frac{(s+39.7)(s+2.77 \times 10^3)}{s(s+397)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

さらに、 $(s+2.77 \times 10^3) \rightarrow 2.77 \times 10^3$ とすると

$$\begin{aligned} K_2(s) &= 3242 \frac{(s+39.7)}{s(s+397)} \\ &= 8.17 \frac{(s+39.7)}{s} \cdot \frac{397}{(s+397)} \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

となる。なお、上記低次元化制御器 $K_1(s)$ 、 $K_2(s)$ を用いても閉ループ系は内部安定であり、かつ(8)式の条件を満足することを確認している。上記手法は、代表根近似による低次元化であるが、本設計法で得られた制御器の場合、代表根の分離が比較的容易であるため本手法は有効であると考えられる。なお、可制御周波域に多数の極、零点が現れる場合には、解析的な低次元化アルゴリズムを適用する必要があると考えられる。

図5に制御器 $K(s)$ 、 $K_1(s)$ 、 $K_2(s)$ およびP I 制御器 $G_{pi}(s)$ のゲイン特性を示す。図示している周波数領域では K と K_1 は一致し、 K_2 は高周波域で多少異なる。図6にステップ状の外乱トルクに対する負荷速度の応答特性を示す。 $K(s)$ と $K_1(s)$ では全く違いがなく、 $K_2(s)$ では若干の違いはあるものの、 H^∞ 制御器を用いることで一般のP I 制御に比べ軸ねじり振動が抑制され、かつ速度の回復時間も短くなることがわかる。従って、低次元化した(13)式の制御器 $K_2(s)$ を用いれば十分な制御性能が得られる。

また、(13)式に注目すると $K_2(s)$ は(1)式で与えられるP I 制御器 $G_{pi}(s) = 8(s+33.3)/s$ (ただし、 $K_p=8$ 、 $T_i=0.03$) に時定数 $1/397$ の1次遅れ要素を付加したものとほぼ等価であり、このような簡単な構造でも振動抑制が可能であることは興味深い。なお、機械系の慣性比が異なれば次に示すように

必ずしもこのような構成にはならない。

〈4・2〉異なる機械系の特性 これまでは、モータ時定数と負荷時定数が等しい機械系Ⅰについて検討したが、ここでは慣性比が異なる機械系Ⅱ、Ⅲ（表1）について検討する。機械系Ⅱ、Ⅲに対しても一般化プラントは図2で、重み関数も(9)、(10)式で与えている。機械系Ⅰの場合と同様に γ_d , ω_d , γ_n を調整して制御器を設計し、得られた制御器の低次元化を行うと、機械系ⅡおよびⅢの制御器として(14)式および(15)式が得られた。

$$K_{II}(s) = \frac{1971(s+54.1)(s+878)}{s(s+317 \pm j264)} \quad \cdots \cdots (14)$$

$$K_{III}(s) = \frac{888(s+82.6 \pm j10.1)(s+2.27 \times 10^3)}{s(s+100)(s+303 \pm j310)} \quad \cdots \cdots (15)$$

モータ側に比べ負荷機械側の時定数が小さくなるほど制御器の次数が増加し、かつ複素数の極、零点が現れている。

図7に機械系Ⅱ、Ⅲをそれぞれ制御器 K_{II} , K_{III} で制御したときの外乱応答特性をPI制御の場合（ただし、最良のダンピングが得られるようにゲインを設定）とともに示す。モータ側に比べて負荷機械側の時定数が短くなるほどPI制御では大きな軸ねじり振動が発生し、収束も遅くなってしまうが、 H^∞ 制御器を用いることで良好な振動抑制効果と外乱抑圧特性が得られることが確認できる。

(a) 機械系Ⅱ ($T_M:T_L=2:1$)

(b) 機械系Ⅲ ($T_M:T_L=3:1$)

図7 外乱応答特性 ($\tau_L: 0 \rightarrow 1.0 \text{ pu}$)

Fig. 7. Responses to step load disturbance.

5. 2自由度制御系

軸ねじり振動の抑制や外乱抑圧特性などのフィードバック特性は3、4章で設計した H^∞ 制御器 $K(s)$ で指定できた。しかし、 $K(s)$ のみを用いた1自由度制御系では外乱抑圧特性と目標値追従特性を独立して設計することができないため、後に示すように目標値追従特性は必ずしも十分ではない。そこで、目標値追従特性を自由に指定するために図8に示すような2自由度速度制御系を構成する⁽⁸⁾。同図の2自由度制御器 $C(s)$ は次式のように2入力 (ω^* , ω_M)、1出力 (τ_M) 系となる。

$$\tau_M = C(s) \begin{bmatrix} \omega^* \\ \omega_M \end{bmatrix} = [KC_A + C_B - K] \begin{bmatrix} \omega^* \\ \omega_M \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (16)$$

ここで、

$$C_A(s) = G_m(s), \quad C_B(s) = P(s)^{-1} G_m(s) \quad \cdots \cdots (17)$$

と置くと速度指令からモータ速度までの伝達関数は規範モデル $G_m(s)$ と一致する。 $G_m(s)$ は、[条件1]: $P(s)^{-1} G_m(s)$ が安定でプロパーとなり、[条件2]: $G_m(0) = 1$ を満たすように選択する必要がある。ここで、 $G_m(s)$ を2慣性プラント $P(s) = g_z(s)/g_p(s)$ の虚軸に近い極を実軸上に極配置（重根）したモデルとして与えると $C_A(s)$, $C_B(s)$ は次式となる^{(6),(7)}。

$$C_A(s) = G_m(s) = \frac{\omega_m^n g_z(s)}{(s + \omega_m)^n}, \quad C_B(s) = \frac{\omega_m^n g_p(s)}{(s + \omega_m)^n} \quad \cdots (18)$$

ただし、

$$\begin{aligned} g_z(s) &= T_F T_L s^2 + T_F D_L s + 1, \\ g_p(s) &= T_M T_F T_L s^3 + (T_M D_L + T_L D_M) s^2 \\ &\quad + (T_M + T_L + T_F D_M D_L) s + (D_M + D_L) \end{aligned}$$

$n \geq 3$ ([条件1]より)

このとき速度指令から負荷速度までの伝達関数は

$$G_{LR}(s) = \frac{\omega_m^n}{(s + \omega_m)^n} \quad \cdots \cdots (19)$$

となり、負荷速度にはねじり振動が生じず、その応答速度は ω_m で自由に指定できる。

図9(a)に機械系ⅠをPI制御器 $G_{pi}(s)$, H^∞ 制御器 K_I

図8 2自由度速度制御システム

Fig. 8. Two-degrees-of-freedom speed control system.

(s)のみ（1自由度制御）および2自由度制御器 $C(s)$ （ただし、 $n=4$ 、 $\omega_m=200$ (rad/s)）で制御したときの負荷速度のステップ応答を示す。ただし、 $K_I(s)$ として低次元化した制御器 $K_2(s)$ （(13)式）を用いている。P I 制御では振動が発生し、オーバーシュートも大きい。これは、P I 制御のゲイン設定時に外乱抑圧特性および振動の収束性を重視したためであり、目標値応答特性を重視して設計した場合にはオーバーシュートは軽減できるものの、外乱抑圧特性は悪化し、ねじり振動の収束もさらに悪化してしまう。ここで、同一のゲインを用いてI-P制御系を構成すれば、閉ループ特性は同一で、速度のステップ応答にはオーバーシュートが現れない。

H^∞ 制御器において、 $K_I(s)$ のみの1自由度制御では、振動は抑制されているものの、大きなオーバーシュートが現れている。これに対し2自由度制御の場合、軸ねじり振動、オーバーシュートがなく良好な目標値応答特性が得られている。なお、(17)式において、規範モデル $G_m(s)$ を一般的な1次遅れや2次遅れに設定すると、モータ速度は全く振動しないが、プラント $P(s)$ の零点が $G_L(s)$ の極となるため負荷速度は大きく振動する。(18)式のように規範モデル $G_m(s)$ の分子にプラント $P(s)$ の零点を残すことで負荷速度の振動抑制が可能となっている。また、他の機械系の場合も同様に良好な目標値追従特性が得られる。

図9(b)に(18)式において $n=4$ および $n=3$ に設定した場合と

(a) 1 自由度制御と 2 自由度制御の比較

(b) 2 自由度制御系の低次元化

図9 目標値応答特性（ ω^* : 0→1.0pu）

Fig. 9. Responses to step speed reference.

図8において $C_B(s)=0$ とし、 $C_A(s)$ を1次遅れに設定した場合の速度のステップ応答を示す。いずれの場合も軸ねじり振動は生じず良好な特性が得られている。しかし、 $C_B(s)=0$ 、 $C_A(s)=(1$ 次遅れ)の場合は、完全な2自由度制御とはならず、 ω_m の増加に伴いオーバーシュートが大きくなり、整定時間も増加するため応答速度には上限がある。一方、 $C_A(s)$ 、 $C_B(s)$ を(18)式で与えるとそのような問題は生じない。しかし、 $n=3$ および $n=4$ の場合で同等の応答特性が得られるように ω_m を設定したとき、 $n=3$ の場合は $n=4$ に比べ入力のピークが大きくなる（図9(b)の場合、約2.5倍）という問題がある。これは、 $n=3$ とした場合にはフィードフォワード要素 $C_B(s)$ が分母、分子共に3次となり ω^* に対する直達項が現れるためである。従って、目標値応答特性を自由に指定し、かつ過大な入力为了避免するためには(18)式で $n=4$ と設定するのが望ましい。また、応答速度に制限があるものの $C_B(s)=0$ 、 $C_A(s)=(1$ 次遅れ)と設定すると制御器の次数は大幅に低減できる。

以上のように、2自由度制御系を構成することで目標値追従特性は自由に設計でき、良好な特性が得られる。また、機械系Iのように H^∞ 制御器がP I 制御器に一次遅れ要素を付加した形（(13)式）になれば、前述のようにP I 制御部をI-P制御に置き換えるだけでオーバーシュートはなくなる。

6. 実験結果

実験装置は、2台のACサーボモータを細長い軸で結合し、1台を駆動用モータとして、もう1台を負荷用発電機として使用している。表3に実験装置の諸定数を示す。3章で述べた設計法を用いて制御器を設計し、4章で示した低次元化を行うと次式の制御器が得られた。

$$K_E(s)=2950\frac{(s+33.1)}{s(s+368)} \dots\dots\dots (20)$$

これを双一次変換し、DSP（TMS320C25）上でソフトウェア処理し電流指令を作成している（サンプリング周期：400 μs）。また、電流制御はアナログ回路で行い、PWMインバータでモータを駆動している。

図10にステップ状の負荷外乱トルクに対する応答特性を示す。P I 制御に比べ H^∞ 制御器を用いることで軸ねじり振動が抑制され、外乱抑圧特性も改善されていることが確認できる。図11に H^∞ 制御器で制御したときの目標値応答

表3 実験システムの諸定数	
Table 3. Specifications of experimental system.	
ACサーボモータ：2kW, 2000rpm, 9.54Nm	
モータ時定数 T_M (s)	0.0432
負荷時定数 T_L (s)	0.0432
軸時定数 T_F (s)	0.00117
共振角周波数 ω_n (rad/s)	199

文 献

- (1) 小山：「低剛性な負荷機械を駆動する電動機の各種制御系の比較」，電学論D，**107**，1010 (昭62-8)
- (2) 松井・堀：「モータコントロールの新しい技術」，電学論D，**113**，1122 (平5-10)
- (3) S. G. Kulkarni and Y. Hori："H $^\infty$ Approach for Vibration Suppression in 2-mass System", *National Convention Record I.E.E. Japan, IAS*, E.29, 1991.
- (4) M. Takano, K. Kurotani, K. Takeda, A. Tanisaka, S. Kusumoto and K. Yano："Application of H $^\infty$ Control to Motor Speed Control System", *Proc. of IECON'91*, 839, 1991.
- (5) 大内・美多・矢野：「H $^\infty$ 制御理論に基づく電動機の制振制御」，電学論D，**113**，325 (平5-3)
- (6) 森本・武田・平紗：「H $^\infty$ 制御理論を用いた2慣性共振系の2自由度速度制御システム」，平5電学大全，No.673 (平5-3)
- (7) 大橋・森本・武田：「2慣性共振系の速度制御へのH $^\infty$ 制御理論の適用」，平5電気関係学会関西支部連大，No.G87 (平5-11)
- (8) 杉江：「サーボ系の設計理論とH $^\infty$ 制御性能」，システム／制御／情報，*Vol.35, No.2*, 80 (1991)

森本 茂雄 (正員) 昭和34年6月28日生。59年3月大阪府立大学大学院修士課程修了。63年7月大阪府立大学助手，平成5年7月同講師，6年4月同助教授，現在に至る。工学博士。主として，モータドライブシステムの研究に従事。IEEE，計測自動制御学会，パワーエレクトロニクス研究会会員。

大橋 真和 (学生員) 昭和46年1月10日生。平成5年3月大阪府立大学工学部電気工学科卒業。現在，同大学院工学研究科博士前期課程在学中。共振機械系の制御に関する研究に従事。

武田 洋次 (正員) 昭和18年11月10日生。43年3月大阪府立大学大学院修士課程修了。同年4月同大学助手，62年4月同講師，平成2年7月同助教授，5年4月同教授，現在に至る。工学博士。主として，電動機の変速制御システムの研究，リニアアクチュエータの研究に従事。IEEE，システム制御情報学会，パワーエレクトロニクス研究会会員。

(a) P I 制御($K_p=8.0$, $T_i=0.025$) (b) H $^\infty$ 制御

図10 外乱応答特性の実験結果 ($\tau_L: 0 \rightarrow 60\%$)

Fig. 10. Experimental responses to step load disturbance.

(a) P I 系 (b) I - P 系

図11 H $^\infty$ 制御の目標値応答特性 ($\omega^*: 220 \rightarrow 320\text{rpm}$)

Fig. 10. Responses to speed reference in H $^\infty$ control system.

特性を示す。H $^\infty$ 制御により振動が抑制され，(20)式のP I制御部をI-P制御に置き換えることで立ち上がりは遅くなるもののオーバーシュートのない特性が得られている。

7. あとがき

本論文では，軸ねじり振動が発生する2慣性共振系に対し，まず，軸ねじり振動の抑制と外乱抑圧特性の改善を目的としてH $^\infty$ 制御理論を用いて制御器を設計した。つぎに，目標値応答特性も改善するため2自由度制御系を構成し，その設計法を示した。シミュレーションにより，十分な振動抑制効果と良好な外乱抑圧，目標値追従特性が得られることを確認し，提案制御システムが2慣性系の制御法として有効であることを示した。さらに，制御器の低次元化についても検討し，制御性能を損なうことなく低次元化が可能であることを示した。これは，実機への適用に際して有効である。また，モータと負荷の慣性比が異なる機械系についても提案設計法が適用でき，良好な制御特性が得られることも確認した。最後に，本論文で提案した制御法の有効性を実験により確認した。

(平成6年2月24日受付，同6年6月1日再受付)