3 値巡回符号を用いた交錯法による確率的な バースト誤り訂正について

非会員 新 井 重 伸 (関西大)

正員 村 中 徳 明 (関西大)

非会員 今 西 茂 (関西大)

A Probabilistic Burst-Error-Correcting Scheme Based on Interleaving Method with Ternary Cyclic Codes

Shigenobu Arai, Nonmember, Noriaki Muranaka, Member, Shigeru Imanishi, Nonmember
(Kansai University)

Many applications of error-detecting and -correcting have been useful for communications and computer systems. It is similarly important that ternary error-detecting and -correcting enhance reliability in the ternary information processing systems.

We present a probabilistic burst-error-correcting scheme based on interleaving method with ternary cyclic codes. It is also shown that this method is superior to the conventional methods in point of the ability of the burst error correction.

キーワード：多値論理，バースト誤り，交錯法，Vandermonde行列式，シンδροーム，生成多項式

1. まえがき

近年，大規模集積化技術の発展の中で多値論理に基づく応用分野が注目されてきている。多値論理には2値論理にはない優れた長所があり，これを有効に利用すれば従来のシステムをコンパクトに実現でき，効率的な処理が可能となる⁽¹⁾。また，今後更に多値論理方式を応用したシステムが開発されることが予想されるが，多値論理方式では，基本状態を示す電圧あるいは電流レベル間の差が2値論理方式と比べて小さいため，2値論理方式の場合より雑音の影響を受け易くなり，誤りの発生する確率も大きくなる。そこで雑音の影響を受けて符号が誤った場合，正しい符号に直す誤り訂正符号がますます重要となってくる⁽²⁾⁽³⁾。

対象とする誤りには，種々のものが考えられるが，その一つにバースト誤りがある。バースト誤りを訂正する有効な方法の一つとして交錯法が知られている⁽⁴⁾。また，交錯法を用いたバースト誤り訂正符号の研究も活発に行われている⁽⁵⁾。

文献(4)の交錯法では，長さ N （交錯回数）以下のバースト誤り，文献(5)の交錯法では，2値符号に限り，長さ $2N$ 以下のバースト誤りが2箇所所で生じた場合の訂正法について提案されている。そこで，本論文では3値巡回符号を

用いて交錯符号を構成し，長さ N 以下のバースト誤りとランダム誤り，あるいは長さ $3N$ 以下のバースト誤りを確率的にバースト位置を推定し，訂正する方法Ⅰを提案する⁽⁶⁾。更に，検査点数が大きい場合に有効な長さ（検査点数 -2 ） $\times N$ のバースト誤りを各符号語のシンδροームを利用して確率的に発生位置を推定し，訂正する方法Ⅱを提案する⁽⁷⁾。方法Ⅰについては2値符号を用いた場合との比較をギルバートモデルを用いて計算機シミュレーションにより行っている。方法Ⅱについては，本論文で用いた3値符号に近い符号長，符号化率を持つ2値符号を同一の方法で復号する際の問題点を示し，更に本論文で提案する復号法を用いて高い確率でバースト誤りを訂正するためにはどの程度の交錯回数が必要であるかを計算機シミュレーション結果を用いて検討している。

なお，本論文ではバースト区間においては0, 1, 2が等頻度で生起するようなバースト区間でのディジット誤り率は $2/3$ であるような一般的なバースト誤りを対象としている。

2. 手法Ⅰ

<2・1> 符号の構成 手法Ⅰでは，符号長の制限なく最小距離4の巡回符号を用いることができるが，ここでは簡

単である短い符号長を持つものを考える。すなわち、符号長 $n=8$ 、情報点数 $k=4$ 、検査点数 $m=4$ 、最小距離 $d_{min}=4$ の 3 値巡回符号を用いて交錯符号を構成する。従って、生成多項式は次式で与えられる。

$$G(x) = x^4 + x^3 + x + 2 \dots\dots\dots(1)$$

この符号語を図 1 のように $N \times n$ 配列の各行として並べ、列方向に伝送する。

図 1 符号化方向と伝送方向
Fig 1. Coding format and sequential order of transmission.

<2・2> 復号法 図 2 に手法 I で提案する復号法の流れ図を示す。

図 2 復号法
Fig 2. A method of decoding.

従来までの単一誤り訂正を行い⁽⁴⁾、誤りが検出された場合に、ここで提案する復号法を採用する。2通りの復号法は誤り検出された符号語の個数によって切替える。長さ $2N$ 以下のバースト誤りが発生した場合には単一消失単一ランダム誤り訂正を行い、長さ $2N$ 以上のバースト誤りの場合には 3 重消失訂正を行う。長さ $2N$ のバースト誤りが発

生した場合、2 重誤り検出される符号語の個数はバースト区間内のディジット誤り率が $2/3$ であることから、次式の平均 t 個となる。

$$t = N \times (4/9) \dots\dots\dots(2)$$

従って、 t の大きさからバースト誤りの長さが推定できる。バースト長によって復号法を切替えることによってバースト長が小さいときに同時に発生するランダム誤りにも対応できる。

<2・3> ギルバートモデルによるシミュレーション

ギルバートモデル⁽⁴⁾は、図 3 で表されるバースト誤りとランダム誤りの両者が生起する通信路をモデル化したものである。今回のシミュレーションでは、 P_G 、 P_B 、 P_1 、 P_2 は図 3 中の数値に固定し、交錯回数を変化させて、そのときの訂正不能率を調べている。

図 3 ギルバートモデル
Fig 3. Gilbert model.

復号シミュレーションによる 3 値(8,4)巡回符号と 2 値(7,3)巡回符号のそれぞれの従来方式の訂正不能率に対する提案方式の訂正不能率の割合の比較を図 4 に示す⁽⁶⁾。

図 4 シミュレーション結果
Fig 4. Results of computer simulation.

図 4 のシミュレーション結果より、図 3 の誤り発生モデル、および <2・2> の復号法では、交錯回数が 20 回から 70 回の間は 3 値符号が 2 値符号に比べて効率がよいことが示されている。

3. 手法 II

<3・1> 符号の構成 手法 II では、原理的には符号長、

定する。行受信語についてシンドロームテーブルより誤りパターンを求め、この中の0でない（1，2の区別はしない）位置 i に対応する b_i に1を加える。全ての行受信語についてこの操作を行う。例を図5に示す。

図5 b_i の求め方の例
Fig 5. An example of counting of b_i .

以上の操作によって、実際にバースト誤りが発生している列に対応する変数 b_i は、その他の列の b_i に比べて大きな値を示す。これは実際にバースト誤りが発生している区間の列には、ほとんど全ての行に誤りパターンが含まれるが、その他の列では誤りパターンが分散するためである。（バースト区間内では0,1,2の大きさの誤りが等頻度で発生することから、バースト区間内の4重誤りパターンには偏りがなく、さまざまなシンドロームが求められることによる。）

交錯回数を80回とし、位置10を先頭に長さ4 N (320) のバースト誤りが発生した場合の変数 b_i の分散の具体例を図6に示す。

図6 b_i の具体例1
Fig 6. A definite example 1 of b_i .

<3・7> 長さ N のバースト誤り <3・6>の操作により連続した4個の b_i を加えたものの中で最も大きな値を示す位置にバースト誤りが発生していると推定できる。しかし、発生するバースト誤りの長さが N に近いときには、それぞれの行受信語については単一誤りとなっているものが多い。このような場合、各行受信語のシンドロームのパターンが限定され、バースト誤り発生位置以外でも誤りパ

ーンが分散しなくなる。交錯回数を60回とし、位置11に長さ N (60) のバースト誤りが発生した場合の具体例を図7に示す。このままバースト誤り発生位置を推定すると位置18に誤って推定してしまう。このようなことを避けるために、シンドロームテーブルより求められる誤りパターンの中で単一誤りの場合に限り5倍の重みを付けて b_i に加える。こうすることによって、長さが N に近いバースト誤りが発生した場合にも正しく位置を推定できる。また、バースト長が大きい場合 ($> 3 N$) はシンドロームテーブルよりバースト誤り発生位置以外にも単一誤りパターンが求められるが、それらの位置は分散され、かつバースト長が大きいので正しい位置に対応する b_i が十分大きくなるので、単一誤りパターンに重みを付けることによって不都合は生じない。

図7 b_i の具体例2
Fig 7. A definite example 2 of b_i .

<3・8> 5列にまたがるバースト誤り 次に、長さが4 N に近いようなバースト誤りが5列にまたがって発生した場合、4列のみの位置を推定しても復号できない。しかし、<3・5>で述べたように位置が分かっている場合、行受信語について連続した6シンボル（生成多項式の次数）内のどのような誤りパターンもシンドロームより一意に決定できることから、推定した先頭位置より6シンボルまでの間にバ

図8 バースト誤りと訂正できる範囲
Fig 8. A burst error and a possible region of correction.

ーस्ट誤りが収まっていれば、復号が可能である。従って、 b_i より推定された位置を m とすると各行受信語の $(m-1)$ 、 m 、 $(m+1)$ の3個の先頭位置についてシンδροームテーブルより誤りパターンを求める。3個の位置のいずれか1個にシンδροームに対応する誤りパターンを含むものが存在するから、それが求める誤りパターンである。5列にまたがる長さ $4N$ のバースト誤りが発生した場合の b_i より求められる推定先頭位置 m から訂正できる2通りの範囲を図8に示す。

＜3・9＞ 復号手順 ＜3・6＞～＜3・8＞までの操作を用いた復号の手順を以下に示す。

- STEP1: 各行受信語についてシンδροームを計算し、2重誤り検出された行受信語がなかった場合、通常の単一誤り訂正を実行し復号を終了する。
- STEP2: 各行受信語のシンδροームよりシンδροームテーブルを用いて誤りパターンを求めて、バースト誤り位置推定に用いる変数 $b_0 \sim b_{25}$ を求める。(単一誤りパターンには5倍の重みを付ける。)
- STEP3: 連続した4個の b_i を加えたものの中で、最も大きい値を示す位置を m とする。
- STEP4: STEP2で求められた各行受信語の誤りパターンの中で先頭位置が $(m-1)$ 、 m 、 $(m+1)$ のいずれかに対応するものがあれば、その誤りパターンを行受信語から差し引いて復号を終了する。また、それらの位置に対応する誤りパターンがなければ、誤り検出として復号を終了する。この操作を全ての行受信語について行う。

＜3・10＞ 2値符号を用いた場合との比較 本論文で用いた3値(26, 20)巡回符号の符号長, 符号化率, および最小距離に近い値を持つ2値(31, 25)巡回符号を用いて本論文の復号法を実行するとシンδροームテーブルを作成する際には問題が生じる。3値符号の場合、1個のシンδροームに対して平均2.89個の誤りパターンが対応する。しかし2値符号の場合、1個のシンδροームに対して平均7.75個の誤りパターンが対応している。(検査点数, および訂正対象とする符号語当たりのバースト長が同じ場合, この個数は符号長に依存せず一定である。)この結果、2値符号の場合には実際にバースト誤りが発生している列以外の列にも多くの誤りパターンが推定されることになり、 b_i のピークを見出すことが難しくなる。このことから、3値符号を用いた場合は、2値符号を用いた場合に比べて高い確率でバースト誤り発生位置を推定することができる。また、検査点数に対する割合が大きなバースト誤りを訂正する場合、2値符号を用いた場合と3値符号を用いた場合の訂正確率の差は小さくなるが、3値符号が有利であることに変わりはない。更に、交錯回数を増やした場合、どちらの符号を用いても訂正確率は向上するが、常に3値符号の方が高い確率を示す。

＜3・11＞ シミュレーション結果 提案した復号方法の訂正不能率を計算機シミュレーションによって求める。

3値(26, 20)巡回符号を行受信語として交錯回数を変えながら $N+1$ から $4N$ までの長さのバースト誤りを符号ブロックの全ての位置に発生させて訂正不能率を調べている。シミュレーション結果を表1に示す。

表1 シミュレーション結果
Table 1. Results of computer simulation.

交錯回数	訂正不能率
5	1. 0 2 6 %
1 0	0. 0 7 2 %
1 5	0. 0 0 5 %
2 0	0 %
2 5	0 %

表1より本論文で提案した符号, および復号アルゴリズムを用いるとき, 交錯回数は20回以上で訂正不能率が0%となり, 長さ $4N$ までのバースト誤りを訂正できることが分かる。

4. むすび

本論文では、3値巡回符号を用いて交錯符号を構成し、従来長さ N までのバースト誤り訂正能力しか持たない符号に対して、より大きな長さのバースト誤りを十分高い確率で訂正できる復号法を提案し、シミュレーションを用いて、訂正不能率を求めている。また、2値巡回符号を用いる場合と比べて、訂正確率が高いことを示している。更に、文献(5)の方法と本論文で提案した手法Ⅱを比較した場合、文献(5)は2値符号に限定され符号語の最小距離が4のものしか用いることができないのに対して手法Ⅱは3値符号に限定しない多値符号への拡張が可能である。また、符号語の最小距離も自由に設定できて、訂正能力の大きな符号を用いれば、検査点数により近い割合の長さのバースト誤りを訂正することができる。しかし、訂正能力の大きな符号語を用いる場合は、復号の際に用いるシンδροームテーブルが膨大となることからシンδροームテーブルの削減など、の方法を用いる必要がある。また、文献(4)では高い訂正確率を得るのに200回以上の交錯回数を必要とするのに対して、手法Ⅱの場合、20回程度の交錯回数があれば十分高い訂正確率を得ることができる。現在、3値(26, 20)符号を使って、長さ $5N$ ((検査点数-1)× N)までのバースト誤りの復号法について検討中である。

(平成6年2月25日受付)

文 献

(1) 亀山充隆・川人祥二・樋口龍雄：「Signed-Digit数系に基づく双方向電流モード多値基本論理演算回路とその評価」, 信学論(D), J71-D, 4, 636～643 (1988-4)

- (2) 村中徳明・今西茂：「3 値巡回ハミング符号の符号及び復号回路」, 多値論理研究ノート, 2, 4, 4.1~4.10 (1984-6)
- (3) 村中徳明・今西茂：「3 値符号化と単一誤り訂正 3 値ハミング符号の構成」, 信学論(A), J74-A, 8, 1315~1324 (1991-8)
- (4) 今井秀樹：「符号理論」, 電子情報通信学会, コロナ社 (平2-3)
- (5) 畑森壽文・笠原正雄：「交錯法によるバースト誤り訂正について」, 信学技報, IT91-10, 1~6 (1991-5)
- (6) 新井重伸・今西茂：「3 値SEC-DEC符号を用いた交錯法による確率的なバースト誤り訂正について」, 平5電気関係学会関西連大, G8-19 (1993-11)
- (7) 新井重伸・村中徳明・今西茂：「3 値SEC-DEC符号を用いた交錯法による確率的なバースト誤り訂正について」, 電子情報通信学会第二種研究会, 多値技報, MVL-94, 1, 104~109 (1994-1)
- (8) ヴェラ・プレス (伊藤昇訳)：「符号理論入門」, ワiley・ジャパン・インコーポレイテッド (昭59-02)

新井 重伸 (非会員) 1970年7月12日生まれ。1993年3月関西大学工学部電子工学科卒業。同年同大学大学院博士課程前期課程電子工学専攻に進学。現在在学中。主として、多値符号処理システムについて研究中。電子情報通信学会准員。

村中 徳明 (正員) 1949年12月17日生まれ。1972年3月関西大学工学部電子工学科卒業。1974年3月同大学院修士課程了。同年関西大学工学部助手。専任講師を経て、現在同大助教授。工学博士。主として、3 値論理回路、ファジィ論理回路に関する研究に従事。電子情報通信学会, 情報処理学会, システム制御情報学会, 日本ファジィ学会, IEEE各会員。

今西 茂 (非会員) 1934年4月22日生まれ。1958年3月大阪市立大学理工学部電気工学科卒業。1960年3月同大学院修士課程了。同年関西大学工学部助手。専任講師および助教授を経て、現在教授。工学博士。主として、論理回路, 符号化回路, マルチマイクロプロセッサシステムなどの研究に従事。著書「電子計算機基礎論」, 「マイコンインターフェイスのための電子回路」・訳書「デジタル回路入門」: (以上分担)。電子情報通信学会, 情報処理学会, システム制御情報学会, IEEE各会員。