連続変形法を用いた多機系統安定化のための 発電機励磁制御

正員 松下 邦雄 (四国総研)

正員 大松 繁 (大阪府立大)

Excitation Control of Generators for the Multi-Machine Power System by the Homotopy Method

Kunio Matusita, Member (Sikoku Research Institute Inc.), Sigeru Omatu, Member (University of Osaka Prefecture)

It is important to consider a stabilization problem for a large scale power system. In this paper, we use a dynamic compensator based on observer theory such that desired poles are placed for a closed loop multi-machine power system. Since dimension of the system is large, it is difficult to apply a conventional dynamic compensator method to an excitation control problem for a multi-machine power system.

We introduce the homotopy method to solve fundamental nonlinear equations which are required for observer synthesis. To show the effectiveness of the proposed method, we consider an excitation control of generators for a multi-machine power system.

From the simulation result, it is shown that the present method is useful to stabilize a multi-machine power system.

キーワード：多機系統，安定化制御，励磁制御，動的補償器，連続変形法

1. ま え が き

近年，電力系統はその規模が拡大し，複雑化する傾向を強め，更に大容量電源の集中化や遠隔地化に伴い，大電力の長距離輸送化を余儀なくされている。このため，電力系統の安定度，とりわけ日常的な系統運用に大きな影響を与える動態安定度の維持が重要な課題となっている。動態安定度を維持するために，系統安定化装置（Power System Stabilizer；以下 PSS と略記）が実用に供されており，その設計法についての論文も数多く発表されている^{(1)~(5)}。文献(1)~(4)は1台の発電機についてのものであり，文献(5)は複数の発電機に関する研究である。特に，文献(5)は現実の PSS に即したものであり，実際にも広く利用されている。しかし，この手法は周波数応答法を用い，ボード線図を介した間接的なものであり，近似的な計算法である。また文献(5)はループゲインが小であることを前提として，非干渉制御系が成立しているとの前提条件に基づいているため，多入力-多出力系に対する取扱いが十分なものとはなっていない。著者らは，多入力-多出力系の励磁制御を，固有値感度行列を線形計画法を用いて設計する手法について既に報告した⁽⁶⁾。この方法は励磁制御系の

構造が任意であるため，分散制御系への適用などの幅広い応用が期待できる。しかし，制御パラメータと閉ループ系の固有値は非線形関係にあるため，パラメータの収束性はその初期値設定に大きく依存していた。従って，文献(6)のように制御パラメータの概略値があらかじめ既知であるような場合に対しては有効であるが，それ以外の場合には試行錯誤に長い時間を要していた。

本論文では，動的補償器（Dynamic Compensator；以下 DC と略記）に基づいた極配置を行うことによって，多入力-多出力励磁制御系を構成し，多機系統の安定化を図ることを試みる。DC の計算法は既に確立されているが^{(7)~(9)}，大規模系統に対しては，計算機の有効桁数の制限により計算精度が著しく劣化し，その手法は実用的な方法となっていない。特に，ここでは，DC の設計に際して励磁制御系に含まれる飽和要素の影響を考慮し，DC の出力があらかじめ与えられた範囲内におさまるようにした。そこで本論文では，DC の設計理論に関する基本的な関係を大域的な求解が期待できる連続変形法による数値計算で直接求めることとする。最後に，シミュレーションにより本手法の有効性を定量的に検証する。

2. 発電機励磁制御への DC の適用

〈2・1〉 多機系統の状態方程式 N 機の発電機と無限大母線を含む電力系統の電力動揺方程式を平衡点の近傍で線形化した方程式は次式で表される⁽¹⁰⁾。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

ここに、 $\mathbf{x}(t)$ は次式で与えられる n 次元状態ベクトルである。

$$\mathbf{x}(t) = \text{col}[\mathbf{x}_{G1}(t), \cdots, \mathbf{x}_{GN}(t), \mathbf{x}_{F1}(t), \cdots, \mathbf{x}_{FN}(t)]$$

$$\mathbf{x}_{Gk}(t) = \text{col}[\Delta e'_{dk}(t), \Delta e''_{dk}(t), \Delta e'_{qk}(t), \Delta e''_{qk}(t), \Delta \omega_k(t), \Delta \delta_k(t)]$$

ただし、

$e'_{dk}(t)$: 界磁回路 (q 軸) と鎖交する磁束数に相当する仮想的電圧

$e''_{dk}(t)$: 制動回路 (q 軸) と鎖交する磁束数に相当する仮想的電圧

$e'_{qk}(t)$: 界磁回路 (d 軸) と鎖交する磁束数に相当する仮想的電圧

$e''_{qk}(t)$: 制動回路 (d 軸) と鎖交する磁束数に相当する仮想的電圧

$\omega_k(t)$: 角速度

$\delta_k(t)$: 内部位相角

$\mathbf{x}_{Fk}(t)$: AVR を含む励磁制御系の状態ベクトル

なお、 $\text{col}[\cdot]$ は列ベクトルを、添字 k は k 番目の発電機であることを、また、 Δ は平衡点からの偏差であることを示している。 $\mathbf{y}(t)$ は m 次元出力ベクトル、 $\mathbf{u}(t)$ は r 次元入力ベクトルを示し、 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ は、各々、次のような係数行列を示している。

$$\mathbf{A} \in R^{n \times n}, \quad \mathbf{B} \in R^{n \times r}, \quad \mathbf{C} \in R^{m \times n}$$

系統安定化の対象となるシステムの係数行列 $\mathbf{A}$ の固有値の実部は、いくつかが正であるか、または絶対値が小さい負値である。このような性質をもつシステムに対し、次のような DC を適用して安定化を図る。

〈2・2〉 DC の方程式 DC の構造に関する方程式は次のとおりである⁽⁹⁾。

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{D}\mathbf{z}(t) + \mathbf{E}\mathbf{y}(t) \quad \cdots \cdots \cdots (3)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}\mathbf{z}(t) + \mathbf{G}\mathbf{y}(t) \quad \cdots \cdots \cdots (4)$$

ただし、 $\mathbf{z}(t)$ は q 次元ベクトルで、DC 内部の状態変数を表している。また、 $\mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}$ は、各々、次のような係数行列を示している。

$$\mathbf{D} \in R^{q \times q}, \quad \mathbf{E} \in R^{q \times m}, \quad \mathbf{F} \in R^{r \times q}, \quad \mathbf{G} \in R^{r \times m}$$

(1), (2) 式で記述されるシステムと (3), (4) 式で与えられる DC を結合した閉ループ系が安定であるためには次の条件が満たされなければならない⁽⁹⁾。

$$\mathbf{G}\mathbf{C} + \mathbf{F}\mathbf{U} = \mathbf{K} \quad \cdots \cdots \cdots (5)$$

$$\mathbf{E}\mathbf{C} + \mathbf{D}\mathbf{U} = \mathbf{U}(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}) \quad \cdots \cdots \cdots (6)$$

$$\mathbf{D} - \mathbf{U}\mathbf{B}\mathbf{F} = \mathbf{A}_d \quad \cdots \cdots \cdots (7)$$

$\mathbf{K} \in R^{r \times n}$: $\mathbf{A}$ の固有値を希望する値に移動させるための状態フィードバック行列

$\mathbf{A}_d \in R^{q \times q}$: DC の固有値を指定する行列

$\mathbf{U} \in R^{q \times n}$: 未知の定数行列

一般に、発電機の励磁制御系には飽和要素が数多く含まれているため、過大な制御入力 $\mathbf{u}(t)$ を印加すると、これらの飽和要素の影響が大きくなり、線形システムの仮定が成立しなくなる。その結果、安定化制御の効果が損なわれることもあり得る⁽⁶⁾。従って、励磁制御に用いる DC は、できるだけ小さな $\mathbf{u}(t)$ となるような係数行列 $\mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}$ を見いだす必要がある。

〈2・3〉 新しい DC の設計法 DC の設計法については、システムと DC の固有多項式を利用した方法などがあるが^{(7)~(8)}、これらの次数が高いとコンピュータの有効桁数の制約から計算精度が著しく劣化する。また、さきに述べたように $\mathbf{u}(t)$ が小さくなるような DC パラメータが設計できる保証はない。そこで、 $\mathbf{u}(t)$ が極力小さくなるように、DC を設計することを試みる。

これは、 $\mathbf{u}(t)$ の大きさの指標としてノルム $\|\mathbf{u}(t)\|$ を用い、このノルムが小さくなるような DC の係数行列 $\mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}$ ならびに未知定数行列 $\mathbf{U}$ を (5)~(7) 式から数値計算を直接行って求めようとする方法である。(5)~(7) 式を満足する DC においては $\mathbf{z}(t)$ と $\mathbf{x}(t)$ との間には次式が成立する⁽¹¹⁾。

$$\mathbf{z}(t) - \mathbf{U}\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}_d t} \{\mathbf{z}(0) - \mathbf{U}\mathbf{x}(0)\} \quad \cdots \cdots \cdots (8)$$

$\mathbf{z}(0), \mathbf{x}(0)$: $\mathbf{z}(t), \mathbf{x}(t)$ の初期値

$\|\mathbf{u}(t)\|$ は (2), (4), (5) 式と (8) 式の関係を用いると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \|\mathbf{u}(t)\| &\leq \|\mathbf{K}\| \cdot \|\mathbf{x}(t)\| + \|\mathbf{F}\| \cdot \\ &\quad \|e^{\mathbf{A}_d t} \{\mathbf{z}(0) - \mathbf{U}\mathbf{x}(0)\}\| \quad \cdots \cdots \cdots (9) \end{aligned}$$

電力系統の安定性を検討するうえでは、送電線事故に続く送電線開放による事故除去など大きな外乱が発生した直後の状態が $\mathbf{x}(0)$ である。一般に $\mathbf{x}(0) \neq \mathbf{0}$ であるが、外乱の継続時間は 70~100 ms 程度であることから、この間の DC の応答量は小さいと考えられるので、 $\mathbf{z}(0) \approx \mathbf{0}$ とする。

この結果、(9) 式は次のように整理できる。

$$\begin{aligned} \|\mathbf{u}(t)\| &\leq \|\mathbf{K}\| \cdot \|\mathbf{x}(t)\| + \|\mathbf{F}\| \cdot \\ &\quad \|e^{\mathbf{A}_d t} \cdot \|\mathbf{U}\| \cdot \|\mathbf{x}(0)\| \quad \cdots \cdots \cdots (10) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{K}$ は与えられた行列であるから、 $\|\mathbf{F}\|, \|\mathbf{U}\|$ を小さくするならば $\|\mathbf{u}(t)\|$ を小さくすることが可能になる。(10) 式のノルムとして次のようなノルムが定義できる⁽¹²⁾。

$$\|\mathbf{H}\|_1 \triangleq \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^m |h_{ij}| \quad \cdots \cdots \cdots (11)$$

ここに、 $\mathbf{H}$: 一般の $m \times n$ 行列

ただし、実際の DC の設計にあたりこのようなノルムを用いるのは計算が非常に複雑になるので、ここでは

$$\|\mathbf{H}\|_1 \leq m \cdot \max_{1 \leq j \leq n} |h_{ij}| \quad \cdots \cdots \cdots (12)$$

という関係を利用し、 $|h_{ij}|$ の最大値を抑える方法により、間接的に行列のノルムを小さくする方法を用いた。

(5)~(7) 式右辺の $\mathbf{K}, \mathbf{A}_d$ は定数行列であり、このう

ち K は出力変数の固有ベクトルを用いた計算アルゴリズム⁽¹³⁾を用いれば、比較的簡単にしかも数値的に安定な解を得ることができる。また、 A_d の要素 λ_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, q$) を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{ij} &= \text{DC の固有値} & (i=j) \\ &= 0 & (i < j) \\ &= \text{任意} & (i > j) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

(13) 式の第 3 番目の条件を考慮すると、(5)～(7)式において、解くべき方程式および変数の個数を、各々、 a_0, b_0 とすると、

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= n(r+q) + q(q+1)/2 \\ b_0 &= q(m+n+r+q) + mr \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

となる。(5)～(7)式を解くには、 $a_0 \leq b_0$ という条件が必要であるから、次式が成立する。

$$q \geq \frac{r(n-m)}{m+r+\{(q-1)/2\}} \dots\dots\dots (15)$$

(5)～(7)式のような非線形連立方程式の解法として知られているのはニュートン法である。これは、解の十分良い近似値を初期値として与えれば良好な収束性を有するが、それ以外の場合に収束解を得ることは一般に困難である。

同様に、パウエル法などの非線形計画法も大域的な最適解を得るのは困難であるばかりでなく、方程式の次数が大きくなると極端に計算量が増大する。本論文では、第 3 章に示すように、大域的な収束性に優れている連続変形法を適用することとする。

3. 連続変形法による非線形連立方程式の解法

〈3・1〉 連続変形法 連続変形法は方程式

$$f(x) = 0 \dots\dots\dots (16)$$

を直接解く代わりに、例えば

$$h(x, \tau) = f(x) - (1-\tau)f(x^{(0)}) \dots\dots\dots (17)$$

のような関数を構成し、 τ を $[0, 1]$ 区間で段階的に変化させながら、逐次、次式を解いていくものである⁽¹⁴⁾。ただし、 x は変数ベクトルを示している。

$$h(x, \tau) = 0 \dots\dots\dots (18)$$

(18) 式を解くにはニュートン法を用いる。連続変形法では、一般に、 (x, τ) についてヤコビ行列を構成し、 (x, τ) に対する修正量 $\Delta x, \Delta \tau$ を求める方法が用いられている。本論文では簡単のため、 τ の増加量 $\Delta \tau$ を、その出発値は 10^{-4} とし、その最大は 0.05 として、解の収束状況に応じて、 $[10^{-7}, 0.05]$ の間で、 $\Delta \tau$ を自動的に調整する方法を用いる。

ニュートン法により(18)式を解くには、多数回の連立一次方程式を計算する必要がある。通常、連立一次方程式の計算量は方程式の次数の 3 乗オーダーで増大するといわれている⁽¹⁵⁾。このため、システムの次数が高くなり、これに伴って連立一次方程式の次数が高くなると急激に計算量が増大する。そこで、連立一次方程式の次数を増加させずに、効率良く(5)～(7)式を解くための新しい方法につい

て次節で述べる。

〈3・2〉 相似変換 (6) 式の右辺の行列を相似変換してブロック対角行列に変換する。ここでは、実変換行列 $T \in R^{n \times n}$ を用いて次のような操作を行う。

$$T^{-1}(A+BK)T = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & A_{ss} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 A_{kk} は、 k 番目の固有値が単根であれば、その固有値、複素根 $\alpha_k \pm j\beta_k$ であれば、次のような 2×2 の行列を示す。

$$A_{kk} = \begin{bmatrix} \alpha_k & \beta_k \\ -\beta_k & \alpha_k \end{bmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

この変換により、(5)～(7)式の C, B, K は、各々、 $C \rightarrow CT, B \rightarrow T^{-1}B, K \rightarrow KT$ のように変換される。上述の相似変換の結果を示すために、行列の上側に $-$ を付ける。

(5)～(7)式にニュートン法を適用したとき、修正方程式は次式となる。

$$\Delta G \bar{C} + \Delta F U_0 + F_0 \Delta U = \Delta \epsilon_1 \dots\dots\dots (21)$$

$$\Delta E \bar{C} + \Delta D U_0 + D_0 \Delta U - \Delta U (\bar{A} + \bar{B}K) = \Delta \epsilon_2 \dots\dots\dots (22)$$

$$\Delta D - \Delta U \bar{B} F_0 - U_0 \bar{B} \Delta F = \Delta \epsilon_3 \dots\dots\dots (23)$$

ただし、

$$\Delta \epsilon_1 = \bar{K} - G_0 \bar{C} - F_0 U_0$$

$$\Delta \epsilon_2 = U_0 (\bar{A} + \bar{B}K) - E_0 \bar{C} - D_0 U_0$$

$$\Delta \epsilon_3 = \bar{A} - D_0 + U_0 \bar{B} F_0$$

U_0, E_0, F_0, G_0 : 初期値、または前段の計算で求められた近似値

なお、(23) 式では対角要素を含む行列の上三角部分が解くべき方程式の対象となる。(22) 式について、 ΔU の第 k 列目の要素に関連する方程式は次のようになる。

(1) 第 k 番目の固有値が単根(α_k)の場合

$$\Delta E \bar{C}_k + \Delta D U_{0k} + D_0 \Delta U_k - \text{diag}\{\alpha_k\} \Delta U_k = \Delta \epsilon_{2k} \dots\dots\dots (24)$$

(2) 第 k 番目の固有値が複素根($\alpha_k + j\beta_k$)の場合

$$\begin{bmatrix} \Delta E \bar{C}_k + \Delta D U_{0k} \\ \Delta E \bar{C}_{k+1} + \Delta D U_{0k+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_0 & 0 \\ 0 & D_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_k \\ \Delta U_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \epsilon_{2k} \\ \Delta \epsilon_{2k+1} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (25)$$

ここで、 I_q : $q \times q$ の単位行列、 $\bar{C}_k, U_{0k}, \Delta \epsilon_{2k}$: 各々 $\bar{C}, U_0, \epsilon_2$ の第 k 番目の列ベクトル

いま、 $\Delta D, \Delta E, \Delta F, \Delta G$ の行ベクトルを、各々 $\Delta D_k (k=1, \dots, q), \Delta E_k (k=1, \dots, q), \Delta F_k (k=1, \dots, r), \Delta G_k (k=1, \dots, r)$ とし、次のようなベクトルを定義する。

$$\begin{aligned} \Delta \bar{D} &\triangleq \text{col}[\Delta D_1^T \cdots \Delta D_q^T], \Delta \bar{E} \triangleq \text{col}[\Delta E_1^T \cdots \Delta E_q^T] \\ \Delta \bar{F} &\triangleq \text{col}[\Delta F_1^T \cdots \Delta F_r^T], \Delta \bar{G} \triangleq \text{col}[\Delta G_1^T \cdots \Delta G_r^T] \\ \Delta \bar{U} &\triangleq \text{col}[\Delta U_1 \cdots \Delta U_n] \end{aligned}$$

(24), (25)式から, ΔU_k または $(\Delta U_k, \Delta U_{k+1})$ を $\Delta \tilde{D}, \Delta \tilde{E}$ について解くことができる。これを逐次的に (21), (23) 式に代入して整理すると, 最終的に次のような二つの方程式が得られる (付録 1 参照)。

$$A_1 X = \Delta \epsilon_1^* \dots \dots \dots (26)$$

$$\Delta \tilde{U} = A_2 X + \Delta \epsilon_2^* \dots \dots \dots (27)$$

ただし, $A_1 \in R^{a \times b}, A_2 \in R^{l \times b}$

$$X = \text{col}[\Delta \tilde{G} \ \Delta \tilde{F} \ \Delta \tilde{E} \ \Delta \tilde{D}] \in R^b$$

$\Delta \epsilon_1^*, \Delta \epsilon_2^*$: 定数ベクトル

$$a = nr + q(q+1)/2$$

$$b = q(q+m+r) + mr \dots \dots \dots (28)$$

$$l = qn$$

なお, 連続変形法を適用する場合には, (17) 式の右边第 2 項も考慮して, 上述の定数ベクトルを計算する必要がある。

本手法において, 解くべき方程式は (26) 式であり, その結果を受けて (27) 式から $\Delta \tilde{U}$ を求める。本手法における方程式の次数および変数の数は, (28) 式の a, b である。(21)~(23) 式を直接解く場合の方程式の次数は, (14) 式の a_0 であるから, いま, $n \gg q$ とすると, $a_0 \approx n(q+r), a \approx nr$ と近似できる。従って, 本手法による方程式の次数の低減率は, $a/a_0 \approx r/(q+r)$ となる。特に, 多入力-多出力系は, 1 入力-多出力系に変換できるから⁽⁹⁾, $a/a_0 \approx 1/(q+1)$ となる。

このように, 本手法は方程式の次数を大幅に低減できる特長をもっている。しかし, $\Delta \tilde{U}$ は $\Delta \tilde{D}, \Delta \tilde{E}, \Delta \tilde{F}, \Delta \tilde{G}$ の値に対し, 直接的な影響を受けるため, 大きな値となる場合がある。特に (24) 式または (25) 式からわかるように ΔU_k または $(\Delta U_k, \Delta U_{k+1})$ を求める式の中には, U_{0k} または (U_{0k}, U_{0k+1}) 自身が含まれている。それゆえ, $U_k, (U_k, U_{k+1})$ が数値計算上の発散現象を引き起こし, 非線形連立方程式が収束しなくなる場合がある。そこで, (5)~(7) 式の U の要素についても, ある指定値を超えないような工夫が必要であり, これについては次節で述べる。

〈3・3〉 制約条件を考慮した解法 (26) 式の方程式は, 一般に, $a \leq b$ であるため, 多くの解が存在する。以下では, 解の収束性を向上させることを目的として, このような横長の修正方程式の解を求める新しい計算方法について示す。

(1) 第 1 段計算 (前進消去過程) 前進消去過程では未処理の行列要素の中から絶対値が最大のものをピボットとして選択し, 消去計算を行う。このとき, D, E, F, G の要素の中で, 既に制限値を超えているものがあれば, 非基底変数の扱いとする。

(2) 第 2 段計算 (後退代入過程) 後退代入過程ではまず基底解を求める。次に線形計画法の考え方を取り入れ, 非基底変数について計算を行って, 基底変数の絶対値が小さくなるような値を見いだす (付録 2 参照)。

(3) 第 3 段計算 (近似値の修正) (2) 項により修正量が求められれば, すべての変数について $x_\mu \rightarrow x_\mu + \Delta x_\mu$ (μ

$= 1, 2, \dots$) として近似値の修正を行う。このとき, x_μ が制限値を超えれば強制的に制限値に置換する。

以上のような計算を行い, 強制的に制限値にシフトした変数もなく, かつすべての $|\Delta x_\mu|$ が指定した収束判定条件 ϵ 以下であれば, $t \rightarrow t + \Delta t$ として次のステップの計算に移る。特に, (2) 項において非基底変数を計算するのは, $\max_\mu |\Delta x_\mu|$ を小さくするのが目的であるから, 少ない反復回数で, $\max_\mu |\Delta x_\mu| < \epsilon$ とすることが可能となる。

次に, U の要素 u_{kj} について許容解を求める方法を示す。(27) 式で, $\Delta \tilde{U} = \text{col}[\Delta \tilde{U}_s, \Delta \tilde{U}_c]$ とする。ただし, $\Delta \tilde{U}_s, \Delta \tilde{U}_c$ の要素は, 各々 $|u_{kj}| > u_M$, および $|u_{kj}| \leq u_M$ を満足するものとする。ここに, $(k=1, \dots, q, j=1, \dots, n)$ とし, u_M は u_{kj} の制限値を示す。 $A_2, \Delta \epsilon_2^*$ を $\Delta \tilde{U}_s, \Delta \tilde{U}_c$ に対応して

$$A_2 \rightarrow \begin{bmatrix} A_{21} \\ A_{22} \end{bmatrix}, \Delta \epsilon_2^* \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \epsilon_{21}^* \\ \Delta \epsilon_{22}^* \end{bmatrix}$$

のように並べ換えると次式を得る。

$$A_{21} X = \Delta \tilde{U}_s - \Delta \epsilon_{21}^* \dots \dots \dots (29)$$

(26) 式と (29) 式とを合わせて解けば, 指定した $\Delta \tilde{U}_s$ になるような解が得られる。実際には, u_M より内側の領域 (追込み域) に入るように $\Delta u_{kj} (\in \Delta \tilde{U}_s)$ を指定する。ただし, $|u_{kj}|$ が u_M を大きく超えている場合には, 1 回の計算で追込み域内に収めようとする, (29) 式の右边が大きくなる可能性がある。その結果, 修正量が大きくなりすぎて, 他の U の要素が制限値を超過する場合があるので, 1 段の計算での追込み幅には制約を課す必要がある。

4. 適用検討例

本章では, 前章までに述べた方法を用いて, 文献 (6) で示した 4 機-無限大系統を基に DC を設計し, シミュレーションによって, その有効性を確認する。系統構成を図 1 に, 発電機定数を表 1 に, 励磁制御系の構成を図 2 に示す。図 1 で G_s は無限大系統を表し, 事故点は (a) および (b) の 2 箇所を考える。ただし, 事故はそれぞれ独立に発生するものとし, 系統は 1 回線に三相短絡事故が発生してから 70 ms 後に三相遮断を行うものとする。

なお, 以下では (a) および (b) 点上の送電線を便宜上, 電源線および連系線と称する。DC 設置前の電源線および連系線を一回線遮断した後の主な固有値を表 2 に示す。

いずれの場合も正の固有値が含まれており, 不安定である。実際, シミュレーションを行うと, 電源線事故, 連系線事故とも脱調した。その結果の一例 (電源線事故) を図 3 に示す。このような系統に対して, 以下では DC を用いて安定化を図ることを試みる。ここでは, 中央にコントローラ (DC) を配し, 入出力信号を高速な通信回線を介して集配する集中制御系を考える。

DC に加える信号は PSS で用いる各発電機の有効出力 (P_e) と角速度 (ω) のほか, 無効出力 (Q_e), 電流 (I_e), ならびに連系線を通する有効電力 (P_L) と無効電力 (Q_L) とす

る。従って、DC への入力信号は合計 18 となる。集中制御システムを仮定すると、多入力系のシステムは 1 入力系問題に変換できる。すなわち、 A は巡回的であるとし、ベクトル $\xi (\xi \in R^r)$ を用いて $b = B\xi$ を求める。この b を (1) 式の B の代わりに用いれば 1 入力系問題となる。ここで、 ξ は $G_1 \sim G_4$ の制御分担比率を示し、発電機容量、制御系の性能、各発電機の系統上の位置、事故点などを勘案して次のように設定した。

- (i) 電源線遮断: $\xi = [1.0 \ 0.9 \ 0.25 \ 0.5]^T$
- (ii) 連系線遮断: $\xi = [1.0 \ 0.9 \ 0.4 \ 0.7]^T$

DC の必要次数は、(15) 式によれば $q \geq 1$ となる。しかし、実際には入力信号に含まれる情報の豊富さの度合や、DC パラメータの制約条件などにより、解が得られた最小次数は 4 となった。以下では DC の次数を 4 として議論する。

図 1 5 機系統
Fig. 1. Five-machine system.

表 1 発電機定数
Table 1. Parameters of generator.

	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
MVA	1334	1334	632	1556	1.1×10^6
M	9.60	9.81	10.44	7.41	10.00
x_d	1.450	1.670	1.100	1.778	1.580
x'_d	0.300	0.394	0.22	0.286	0.240
x''_d	0.243	0.304	0.160	0.230	0.219
x_q	1.450	1.670	0.760	1.778	1.580
x'_q	1.233	1.420	0.646	1.513	0.918
x''_q	0.243	0.304	0.160	0.230	0.219
R_t	0.0013	0.0019	0.0017	0.002	0.0016
x_t	0.199	0.217	0.080	0.207	0.184
T'_{d0}	6.140	6.150	8.580	4.850	5.00
T''_{d0}	0.03	0.026	0.044	0.037	0.437
T'_{q0}	0.750	0.650	1.100	0.540	0.500
T''_{q0}	0.100	0.090	0.150	0.07	0.070

次に、固有値の改善目標として、モード 1~4 を表 3 のように設定し、残りの固有値はそのまま据え置いた。なお、DC の固有値はシステムと重複しないように選定し、 $-7.5, -8.0, -8.5, -9.0$ とした。

次に、DC 設計のために、 $D=[d_{ij}]$, $F=[f_{ij}]$ および $U=[u_{ij}]$ の各々の要素に課す制約条件は、

$$|d_{ij}| \leq 500 \quad (i=1, \dots, q, \quad j=1, \dots, q) \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$|f_{ij}| \leq 15 \quad (i=1, \dots, r, \quad j=1, \dots, q) \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$|u_{ij}| \leq 50 \quad (i=1, \dots, q, \quad j=1, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (32)$$

とする。また、 $E=[e_{ij}]$, $G=[g_{ij}]$ に対しては、用いる信号の種別に応じて、対応する行要素の絶対値の最大値を表 4 で示された値以下となるような制約を課した。ただし、 $G_1 \sim G_4$ について同じ種別の信号には同一の制約を課した。

次に、DC パラメータ設計計算の初期値 (出発値) として次の値を用いた。ただし、 $R(\sigma)$ は $[-1, 1]$ の擬似乱数を表す。

$$d_{ij}^0 = 3.0 \times R(\sigma) - 0.05 \quad (i=1, \dots, q, \quad j=1, \dots, q)$$

$$e_{ij}^0 = -0.3 \times R(\sigma) - 0.2 \quad (i=1, \dots, q, \quad j=1, \dots, m)$$

$$f_{ij}^0 = -0.1 \times R(\sigma) - 0.05 \quad (i=1, \dots, r, \quad j=1, \dots, q)$$

$$g_{ij}^0 = -0.1 \times R(\sigma) - 0.01 \quad (i=1, \dots, r, \quad j=1, \dots, m)$$

表 2 主要な固有値
Table 2. Main eigenvalues of power swing.

モード	電源線遮断	連系線遮断
1	$0.285 + j 4.705$	$0.275 + j 4.314$
2	$-0.229 + j 6.506$	$-0.267 + j 6.410$
3	$-0.512 + j 7.049$	$-0.512 + j 7.676$
4	$-0.536 + j 7.547$	$-0.541 + j 7.230$

図 3 電源線一回線事故時の位相角変動 (DC なし)
Fig. 3. Phase angle profile for three-phase-fault on G_1 -line of single circuit (without DC).

$G_1 \sim G_4$ の励磁制御系はすべて同じ (G_5 は一定励磁)

図 2 励磁制御系
Fig. 2. Block diagram of excitation system.

表 3 望ましい固有値
Table 3. Desired eigenvalues.

モード		改善前	改善後
電源線	1	$0.285+j4.705$	$-0.400+j4.705$
	2	$-0.229+j6.506$	$-0.410+j6.506$
	3	$-0.512+j7.049$	$-0.512+j7.049$
	4	$-0.536+j7.547$	$-0.536+j7.547$
連系線	1	$0.275+j4.314$	$-0.400+j4.314$
	2	$-0.267+j6.410$	$-0.410+j6.410$
	3	$-0.512+j7.676$	$-0.512+j7.676$
	4	$-0.541+j7.230$	$-0.541+j7.230$

表 4 E, G の制約条件
Table 4. Constraints of E and G .

制御信号	ω (rad/s)	P_e (pu)	Q_e (pu)	I_e (pu)	P_L (pu)	Q_L (pu)
DC						
E	8.0	4.0	2.0	2.0	4.0	4.0
G	2.7	2.0	1.0	1.0	2.0	2.0

基準電力：1,000 MVA

$$u_{ij}^0 = 0.3 \times R(\sigma) \quad (i=1, \dots, q, j=1, \dots, n)$$
$$\Delta\tau^0 = 10^{-4}$$

以上の条件で、電源線事故に対応する DC の設計結果を、表 5 に示す。ここで、 F', G' は、1 入力系問題として得られた F, G に対応する結果を示す。なお、 E は要素数が多いため、表 5 へ記載することを省略した。連系線事故のケースについても同じように DC を設計することができる。

このような DC を多機系統に適用する場合には、想定される様々な系統条件や事故条件（事故地点、事故種別）に対して、安定化が図れることを確認しておく必要がある。ある特定の系統条件および事故条件を想定して、DC を設計したとき、それと異なる状況のときには、制御対象のパラメータが変動したのと同様な状態となる。それゆえ、仮に現用の PSS のように、固定した DC パラメータで制御する場合には、上述のような制御対象のパラメータ変動に対する、ロバスト性について検討することが必要である。このようなロバスト性の問題について考察するため、ここでは、事故条件として典型的な、電源線事故と連系線事故の場合を取り上げ、次の二つのケースについて検討する。

ケース a ：連系線対応の DC を電源線事故に用いる。

ケース b ：電源線対応の DC を連系線事故に用いる。

表 6 より、ケース a, b とも、安定化は図れているが、ケース a では、制御性能の劣化が大きくなっている。従って、実際においては、電源線事故を想定して設計した DC を、共通的に用いて制御することとなる。ただし、ケース b の結果が、制御性能として不十分と判断される場合には、DC の設計条件を修正して、再設計することが必要となる。なお、このようなロバスト性を向上させるための一つの方法として、文献(6)に示したような制御方式の適用が考えられる。これは、想定される系統条件および事故条件に対し、あらかじめ DC パラメータを設計してお

表 5 設計された DC パラメータ
Table 5. Design parameters of DC.

列番号	1	2	3	4	5	6
	7	8	9	10	11	12
	13	14	15	16	17	18
D	-7.43	-0.03	0.08	0.01		
	-47.02	-7.71	-0.75	-0.07		
	64.19	64.35	-12.59	-0.39		
	-2.97	21.38	-46.70	-6.99		
F'	0.68	-3.41	-1.81	10.75		
G'	-3.20	-0.76	0.28	-0.03	-1.67	-1.37
	1.49	-0.01	5.38	-0.77	0.51	-0.00
	5.09	-0.65	0.28	0.03	0.80	-0.00

表 6 固定の DC パラメータで制御したときの固有値
Table 6. Eigenvalues in controlling with fixed DC parameters.

モード	ケース a	ケース b
1	$-0.006+j4.857$	$-0.154+j3.928$
2	$-0.357+j6.597$	$-0.312+j6.300$
3	$-0.541+j7.030$	$-0.514+j7.270$
4	$-0.525+j7.544$	$-0.594+j7.686$

図 4 G_1 における三相短絡事故時の位相角 (DC 付加)

Fig. 4. Phase angle for three-phase-fault on G_1 -line of single circuit (with DC).

き、情報伝送回線を通して得た、実際の系統情報や事故情報に照らして、最も適切なパラメータを選択して、制御する方式となっている。

表 5 のような DC を用いて安定化制御を行ったときのシミュレーション結果を図 4 に示す。この図からわかるように、本手法によると電力動揺が収まっている。なお、DC の出力段にはリミッタを設け、出力レベルは $-7.5 \sim 7.5$ pu とした。これは、あまり大きな端子電圧変動を与えないためである。

ここで、本論文で述べた設計手法の有効性を検討するため、電源線遮断のケースを対象に以下の検討を行う。

(i) 本手法と文献(6)および文献(7)の設計手法との比較。

(ii) <3・3>節で示した計算方法と、 D, E, F, G の制約を考慮し、かつ、基底解だけを求める計算方法 (A 方法と呼ぶ) との比較。

まず(i)について考える。文献(6)の手法では、DC パ

表 7 <3・3> 節の計算方法と A 方法との比較
Table 7. Comparison of Sec. <3・3> method with the A-method.

計算方法	収束する迄の 繰返し回数	計算時間 (秒)	$ u_{kj} $ の 最大値
<3・3> の 計算方法	277	112	44.7
A 方法	1,165	449	10,586

図 5 連続変形法による d_{11} , $\Delta\tau$, $u_{\max}$ の変化
(<3・3>節の計算方法)

Fig. 5. d_{11} , $\Delta\tau$ and $u_{\max}$ calculated by the homotopy method (Sec. <3・3> method).

図 6 連続変形法による d_{11} , $\Delta\tau$, $u_{\max}$ の変化
(A 方法)

Fig. 6. d_{11} , $\Delta\tau$ and $u_{\max}$ calculated by the homotopy method (A-method).

ラメータの決定は初期値に大きく依存しており、表 5 の値を中心として $\pm 50\%$ 程度以上の摂動を与えると望ましい固有値配置は困難となった。

次に、文献(7)は、次の連立一次方程式を解いて DC パラメータを定めるものである。

$$\phi\delta = \beta \quad (33)$$

ここで、 $\phi \in R^{(n+q) \times (q+mq+m)}$: 状態方程式から決定される係数行列、 $\beta \in R^{n+q}$: 固有多項式から決定される定数ベクトル、 $\delta \in R^{q+mq+m}$: DC パラメータを決定する変数ベクトル

この手法では、前述の例に対して不完全な固有値配置しかできなかった。その理由は、 ϕ, δ の要素の絶対値に大きな広がりを生じ、計算機の有効桁数の制約より計算精度が著しく劣化したためと考える。すなわち、 ϕ の要素の絶対値は、 $2 \times 10^{-3} \sim 8 \times 10^{44}$ 、 β は $3 \times 10^2 \sim 5 \times 10^{38}$ の幅を有していた。この結果、倍精度演算でも桁落ちが生じていた。実際、(33)式から δ を求め、これを再び(33)式に代入す

図 7 励磁制御系の動特性 (A 方法)

Fig. 7. Dynamic property of excitation control system (A-method).

図 8 励磁制御系の動特性 (<3・3>節の方法)

Fig. 8. Dynamics of excitation control system (Sec. <3・3> method).

ると、与えられていた β との誤差の最大は 6×10^{32} にも達していた。このように文献(7)の方法は、対象システムの次数が高くなると、計算精度の劣化が著しくなって実用が困難となっている。

次に、(ii)について検討する。表 7 に<3・3>節の方法と A 方法で処理した結果の比較を示す。また、図 5、図 6 は各々の手法について、 $\tau=[0, 1]$ 間の d_{11} , $\Delta\tau$ ならびに $|u_{kj}|$ の最大値 ($u_{\max}$) の推移過程を示す。ただし、図 5、図 6 は各 τ において収束した結果をつないだものである。

表 7 からわかるように、非基底変数を利用して解の改善を図るとともに U の要素にも制約を加えることにより解の収束性が改善され、計算時間を短縮できることがわかる。また、 $|u_{kj}|$ の最大値を抑えることにより制御性能に好影響を与えることができる。実際、A 方法で求めた DC を用いてシミュレーションした結果は、不安定となった。その原因は図 7 に示すように制御入力が大きくなり、DC の出力が飽和レベルに継続的に達しているためである。<3・3>節の計算方法によれば、DC の出力および図 2 の②の出力とも図 8 に示すように飽和レベルに達している時間は短時間であり、急速に安定化制御機能を回復していることがわかる。

5. む す び

本論文は、多機系統における安定度向上を図るための実用的な励磁制御系の構成方法を提案するとともに、シミュレーションによりその有効性を示した。すなわち、

(1) 高機能化が要求されつつある励磁制御に対し、多変数制御系の考え方を有効に取り入れ、かつ厳密に取り扱うために、低次元化した DC による固有値を改善する方法を用いた。

(2) この DC を実用的に設計できるようにするため、DC の関係式を直接数値計算し、その手段として大域的な収束性に優れている連続変形法を適用する方法を提案し、その有効性を示した。

(3) DC の関係式に相似変換を行い、ニュートン法の修正方程式を、小サイズの連立方程式の求解問題に帰着した。

(4) 実際の励磁制御系には種々の非線形要素、とりわけ飽和要素が含まれるため、DC の設計にあたり、パラメータの大きさに制約を課すことにより、実用的な DC が設計できること、また、線形計画法の考え方を取り入れ、非基底変数も操作することにより、収束性が改善できることを示した。

(5) 本論文で提案した手法を 4 機-無限大系統に適用し、その有効性を検証した。

なお、本論文では集中制御系についてのみ示したが、分散制御系に対しても本手法は有効であると思われる。ただし、適用にあたっては逐一的に DC を設計する必要がある。このとき、DC の必要次数は対象となるシステムの次数の影響を大きく受けるため、低次元化手法の導入が必要である。これについては別の機会に報告する予定である。

(平成 6 年 10 月 24 日受付, 同 7 年 5 月 1 日再受付)

文 献

(1) F. P. deMello & C. Concordia: "Concepts of Synchronous Machine as Affected by Excitation Control", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-88, 316 (1969)
(2) W. Watson & M. E. Coultes: "Static Exciter Stabilizing Signals on Large Generators-Mechanical Problems", *ibid.*, PAS-92, 204 (1973)
(3) F. P. deMello, L. N. Hannett & J. M. Undrill: "Practical Approaches to Supplementary Stabilizing from Accelerating Power", *ibid.*, PAS-97, 1515 (1978)
(4) K. E. Bollinger, R. Winsor & A. Campbell: "Frequency Response Methods for Tuning Stabilizers to Damp Out Tie-Line Power Oscillations", *ibid.*, PAS-98, 1509 (1979)
(5) 土井・阿部: 「多機系統における PSS の協調設計法」, 電学論 B, 81, 655 (昭 58)
(6) 杉本, 他: 「励磁系, タービン, 制動抵抗器を統合した適応形制御方式による安定度の向上」, 同上 B, 110, 933 (昭 61)
(7) F. M. Brasch & J. B. Pearson: "Pole Placement Using Dynamic Compensators", *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-15, 34 (1970)
(8) K. Shimizu, M. Suzuki & M. Kato: "A Design Procedure for Asymptotically Optimal Dynamic Compensators", *Trans. ASME J. Dynamic Syst., Meas. & Control*, 112, No.1, 10 (1990)
(9) 計測自動制御学会編: 自動制御ハンドブック基礎論, p. 140 (昭 58) オーム社
(10) 関根: 電力系統過渡解析論, p. 377 : 411 (昭 59) オーム社
(11) 岩井, 他: オブザーバ, p. 39 (昭 63) コロナ社
(12) 児玉・須田: システム制御のためのマトリクス理論, p. 228 (昭 53) 計測自動制御学会
(13) 安藤, 他: 数値解析手法による制御系設計, p. 79 : 137 (昭 61) 計測自動制御学会
(14) 伊理: 数値計算, p. 70 : 77 (昭 63) 朝倉書店
(15) 関根: 電力系統解析理論, p. 77 (昭 46) 電気書院

付 録

1. (26), (27) 式の導出

まず, 単根の場合について考える。(24) 式で, $L_k = D_0 - \text{diag}\{a_k\}$ とすると, ΔU_k は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta U_k &= -L_k^{-1}(\Delta E \bar{C}_k + \Delta D U_{0k} - \Delta \epsilon_{2k}) \\ &= M_{1k} \Delta \bar{E} + M_{2k} \Delta \bar{D} + \Delta \epsilon_{2k}^* \end{aligned} \quad \cdots \cdots \cdots \text{(付 1)}$$

ただし,

$$\begin{aligned} M_{1k} &= -L_k^{-1} \begin{bmatrix} C_k^T & 0 \\ & \ddots \\ 0 & C_k^T \end{bmatrix} \\ M_{2k} &= -L_k^{-1} \begin{bmatrix} U_{0k}^T & 0 \\ & \ddots \\ 0 & U_{0k}^T \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\Delta \epsilon_{2k}^* = L_k^{-1} \Delta \epsilon_{2k}$$

複素根の場合には, ΔU_k と ΔU_{k+1} をペアとして解く必要があるが, 上と同じようにして求めることができる。このようにして ΔU_k を $k=1$ から n について求めると, $\Delta \bar{U}$ は,

$$\begin{aligned} \Delta \bar{U} &= M_1 \Delta \bar{E} + M_2 \Delta \bar{D} + \Delta \epsilon_2^* \\ &= [0 \ 0 \ M_1 \ M_2] X + \Delta \epsilon_2^* \quad \cdots \cdots \cdots \text{(付 2)} \\ X &= \text{col}[\Delta \bar{G}, \Delta \bar{F}, \Delta \bar{E}, \Delta \bar{D}] \\ M_1 &= \begin{bmatrix} M_{11} \\ \vdots \\ M_{1n} \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} M_{21} \\ \vdots \\ M_{2n} \end{bmatrix}, \quad \Delta \epsilon_2^* = \begin{bmatrix} \Delta \epsilon_{21}^* \\ \vdots \\ \Delta \epsilon_{2n}^* \end{bmatrix} \end{aligned}$$

となり, 本文 (27) 式が得られる。

次に, (21), (23) 式において, $V = [v_{ij}] \triangleq \bar{B} F_0$, $W = [w_{ij}] \triangleq U_0 \bar{B}$, $F_0 = \text{col}[F_{01} \cdots F_{0r}]$, $\Delta \epsilon_1 = [\Delta \epsilon_{11} \cdots \Delta \epsilon_{1n}]$, $\Delta \epsilon_3 = [\Delta \epsilon_{31} \cdots \Delta \epsilon_{3q}]$ とする。行列形式で与えられている (21), (23) 式の方程式をベクトル形式で表すと, 各々次のようになる。

$$S_{11} \Delta \bar{G} + S_{12} \Delta \bar{F} + S_{13} \Delta \bar{U} = \Delta \bar{\epsilon}_1 \quad \cdots \cdots \cdots \text{(付 3)}$$

$$I_q^2 \Delta \bar{D} + S_{21} \Delta \bar{F} + S_{22} \Delta \bar{U} = \Delta \bar{\epsilon}_3 \quad \cdots \cdots \cdots \text{(付 4)}$$

ここで, I_q^2 は $q^2 \times q^2$ の単位行列を示している。また, S_{11} , S_{12} , S_{13} , S_{21} , S_{22} , $\Delta \bar{\epsilon}_1$, $\Delta \bar{\epsilon}_3$ は, 次式で与えられる。

$$\begin{aligned} S_{11} &= \begin{bmatrix} C^T & 0 \\ & \ddots \\ 0 & C^T \end{bmatrix}, \quad S_{12} = \begin{bmatrix} U_0^T & 0 \\ & \ddots \\ 0 & U_0^T \end{bmatrix} \\ S_{13} &= \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_r \end{bmatrix}, \quad S_{21} = \begin{bmatrix} w_{11} I_q \cdots w_{1r} I_q \\ \vdots \\ w_{q1} I_q \cdots w_{qr} I_q \end{bmatrix} \\ S_{22} &= \begin{bmatrix} Q_{11} \cdots Q_{1n} \\ \vdots \\ Q_{q1} \cdots Q_{qn} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\epsilon}_1 &= \text{col}[\Delta \epsilon_{11} \cdots \Delta \epsilon_{1n}] \\ \Delta \bar{\epsilon}_3 &= \text{col}[\Delta \epsilon_{31} \cdots \Delta \epsilon_{3q}] \end{aligned} \quad \cdots \cdots \cdots \text{(付 5)}$$

ここに,

$$P_k = \begin{bmatrix} F_{0k} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & F_{0k} \end{bmatrix} \quad (k=1, \cdots, r)$$

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & v_{j1} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & v_{jq} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$\downarrow$
 i 列目

$$(i=1, \dots, q, j=1, \dots, n)$$

(付3), (付4)式に(付2)式を代入すると,

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13}M_1 & S_{13}M_2 \\ 0 & S_{21} & S_{22}M_1 & I_q^2 + S_{22}M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{G} \\ \Delta\hat{F} \\ \Delta\hat{E} \\ \Delta\hat{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\hat{\epsilon}_1 - S_{13}\Delta\hat{\epsilon}_2^* \\ \Delta\hat{\epsilon}_3 - S_{22}\Delta\hat{\epsilon}_2^* \end{bmatrix} \dots\dots\dots (付6)$$

上式から, (23)式の下三角部分に対応する $q(q-1)/2$ 個の方程式系を取り除くと本文(26)式となる。また, そのときの右辺が定数ベクトル $\Delta\hat{\epsilon}_1^*$ となる。

2. 非基底変数の計算方法

第1段目の計算終了後, (26)式は次のような形に変形されている。

$$H_1 X_a + H_2 X_\beta = \gamma \dots\dots\dots (付7)$$

ここで, X_a, X_β は, 各々基底変数および非基底変数からなるベクトルを表す。また, $H_1 \in R^{a \times a}$ は基底行列を, $H_2 \in R^{a \times (b-a)}$ は非基底行列を, γ は, 消去過程で変形を受けた(26)式の右辺の定数ベクトルを示す。(付7)式の X_a, X_β に対応する変数の添字集合を, 各 N_a, N_β とする。いま, 一つの非基底変数 x_s の値を1とし, 他のすべての非基底変数を0としたときの, 基底変数 x_k の変化量を γ_{ks} で表す。ここで, 基底解を $\bar{x}_k, x_{\max} \triangleq \max_{k \in N_a} |\bar{x}_k|$ とする。 $x_{\max}$ となる要素の番号を $p \in N_a$ として, x_s を, 次のように求める。ここに, $\delta > 0$ である。

(1) $\bar{x}_p$ と γ_{ps} が同符号のとき

$$x_s = \{ \max_k \eta_k ; |\bar{x}_p + \gamma_{ps}\eta_k| = |\bar{x}_k + \gamma_{ks}\eta_k|,$$

$$\forall k \in N_a, k \neq p, -\delta \leq \eta_k \leq 0 \} \dots\dots\dots (付8)$$

(2) $\bar{x}_p$ と γ_{ps} が異符号のとき

$$x_s = \{ \min_k \eta_k ; |\bar{x}_p + \gamma_{ps}\eta_k| = |\bar{x}_k + \gamma_{ks}\eta_k|,$$

$$\forall k \in N_a, k \neq p, 0 \leq \eta_k \leq \delta \} \dots\dots\dots (付9)$$

(付8)式または(付9)式より, x_s が求まり, かつ $|\eta_k| \neq 0$ であれば $x_{\max} > |\bar{x}_p + \gamma_{ps}\eta_k|$ となる。このような計算をすべての $x_s (s \in N_\beta)$ について行えば, $x_{\max}$ を次第に小さくしていくことが可能となる。

なお, δ は非基底変数の制限値を示すもので, $x_{\max}$ に応じて定めるが, $\delta \leq x_{\max}$ となるように選ぶ必要がある。

松 下 邦 雄 (正員) 1941年9月8日生。1960年3月四国電気高等学院卒業。同年4月四国電力(株)入社。現在, (株)四国総合研究所主席研究員。電力系統解析, 制御に関する研究に従事。

大 松 繁 (正員) 1946年12月6日生。1974年3月大阪府立大学大学院工学研究科博士課程修了。同年4月徳島大学工学部情報工学科助手, 1988年4月同教授。1995年4月大阪府立大学情報工学科教授となり, 現在に至る。工学博士。適応制御, ニューラルネットなどの研究に従事。1991年電気学会論文賞, 1995年計測自動制御学会論文賞受賞。計測自動制御学会, SIAM, IEEE 会員。