ある種のマルチDSPシステムにおける 多目的最適化問題に対する分枝限定法の適用

正員 田川聖治 (神戸大学)

非会員 天野昌幸 (神戸大学)

正員 太田有三 (神戸大学)

正員 羽根田博正 (神戸大学)

Branch and bound methods for multiobjective optimization problem on a multi-DSP system

Kiyoharu Tagawa, Member, Masayuki Amano, Non-member, Yuzo Ohta, Member,
Hiromasa Haneda, Member (Kobe University)

キーワード：多目的最適化問題，デジタル制御器，分枝限定法

1. はじめに

さきに，複数のデジタル信号処理プロセッサ (DSP) を用いてデジタル制御器を実現するためのハードウェア構成と並列処理方式を示すと共に⁽¹⁾，このマルチDSPシステムにおいて制御器のサンプリング周期を最短とするスケジューリング問題（一目的最適化問題）に対する最適化アルゴリズムを提案した⁽²⁾。

本レターでは，このデジタル制御器においてサンプリング周期とスループット時間を共に最短とするスケジューリング問題（多目的最適化問題）について考える。

2. スケジューリング問題

制御器の制御則は，入力を $u_q[k]$ ($q=1, 2, \dots, Q$)，出力を $y[k]$ とすると，次の(1)式により与えられる。

$$y[k] = \sum_{p=1}^P a_p \cdot y[k-p] + \sum_{p=0}^P \sum_{q=1}^Q b_{pq} \cdot u_q[k-p] \quad \dots\dots(1)$$

$k=1, 2, 3, \dots$

マルチDSPシステムにおけるスケジューリング問題は，(1)式の非零係数から定義される(2)式のリスト（全順序集合） A, B を任意の個数のサブリスト A_n, B_n ($N \geq n \geq 0$)へ分割する組合せ最適化問題に帰着できる⁽²⁾。

$$A = \{p \mid P \geq p \geq 1, a_p \neq 0\} \quad \dots\dots(2 \cdot a)$$

$$B = \{(p, q) \mid P \geq p \geq 0, Q \geq q \geq 1, b_{pq} \neq 0\} \quad \dots\dots(2 \cdot b)$$

$$A = A_N \cup \dots \cup A_n \cup \dots \cup A_1 \cup A_0 \quad \dots\dots(3 \cdot a)$$

$$B = B_N \cup \dots \cup B_n \cup \dots \cup B_1 \cup B_0 \quad \dots\dots(3 \cdot b)$$

(3)式に示す A, B の分割方法は，与えられた制御則のマルチDSPシステムによる計算順序に対応している。ここで，並列化するDSPの個数を L_{DSP} ，制御器のサンプリング周期を N_s ，スループット時間を N_T とすると，(3)式のサブリストは以下に示す不等式によって表される制約条件をすべて満たす必要がある。これら条件式の物理的な意味と

導出方法については参考文献(2)を参照されたい。

$$pN_s \geq N_T(r; |A_n|) + F(B_n) + \dots + F(B_1) + F(A_0) + F(B_0) + N_T + 1, p \in A_n \quad \dots\dots(4)$$

$$pN_s + N_T \geq (Q - q + 1)N_u + N_T(r; |B_n|) + F(A_{n-1}) + \dots + F(A_0) + F(B_0) + N_T + 1, (p, q) \in B_n \quad \dots\dots(5)$$

$$N_s \geq N_T \quad \dots\dots(6)$$

$$N_s L_{DSP} \geq N_1 + F(A_N) + F(B_N) + \dots + F(B_1) + F(A_0) + F(B_0) + N_T + N_u \quad \dots\dots(7)$$

ただし， N_s, N_T はもちろんのこと，諸々の処理時間を表す定数 N_1, N_T, N_u, N_u ，制御則の計算時間を表す各関数 $N_1(\cdot; \cdot), F(\cdot)$ の値は，DSPの最小命令実行時間（1サイクル時間）を単位時間とする整数によって表される⁽²⁾。

以上の表記法を用いて，本レターで考える多目的のスケジューリング問題を定式化すると次のようになる。

【最適化問題1】

入力：(2)式に示したリスト A, B とDSPの個数 L_{DSP} 。

目的：(4), (5), (6), (7)式の関係すべてを満たす最短の N_s, N_T と，それを与える A, B の分割方法。■

3. 最適化アルゴリズム

多目的の最適化問題1を一目的の最適化問題に変換する。

(6)式より $N_T = N_s$ として(5)式に代入すると，スループット時間 N_T が消去されて次式が得られる。

$$(p+1)N_s \geq (Q - q + 1)N_u + N_T(r; |B_n|) + F(A_{n-1}) + \dots + F(A_0) + F(B_0) + N_T + 1, (p, q) \in B_n \quad \dots\dots(8)$$

ここで， N_s のみを最短とする次の最適化問題を考える。

【最適化問題1a】

入力：最適化問題1と同じリスト A, B と L_{DSP} 。

目的：(4), (7), (8)式の関係すべてを満たす最短の N_s と，それを与える A, B の分割方法。■

最適化問題1aに対しては，分枝限定法⁽³⁾に基づく最

適化アルゴリズムを既に提案している⁽²⁾。

次に、最適化問題 1 a を解いて得られた最短サンプリング周期 $\bar{N}_s$ の下で N_T のみを最短とする。

【最適化問題 1 b】

入力：最適化問題 1 と同じリスト A, B と L_{DSP} , さらに最短サンプリング周期 $\bar{N}_s$ 。

目的： $N_s = \bar{N}_s$ として (4), (5), (6), (7) 式の関係すべてを満たす最短の N_T と, A, B の分割方法。

最適化問題 1 b に対しても, さきの報告⁽²⁾と同様の考察を経て分枝限定法に基づく最適化アルゴリズムが容易に構築できる。ただし, $N_T = \bar{N}_s$ とすれば最適化問題 1 a の最適解は, 最適化問題 1 b の自明の許容解となる。そこで, N_T の上界値の初期値を $\bar{N}_s$ とする。

本レターで提案した最適化問題 1 に対する最適化アルゴリズムの幾何学的な解釈は以下になる。十分に大きな N_s, N_T の下では (4), (5), (7) 式の関係は常に成り立つ。さらに, (6) 式の条件を考慮すると最適化問題 1 の目的関数空間 (N_s, N_T) は図 1 のようになることが予想される。

まず初めに最適化問題 1 a を解くことで, N_s を最短とする弱パレート最適解⁽⁴⁾の一つが $N_s = \bar{N}_s$ の下で求められる。続いて, 最適化問題 1 b を解くことにより $N_s = \bar{N}_s$ の下で N_T も最短とする最適化問題 1 の最適解が得られる。

図 1 目的関数空間 (N_s, N_T)
Fig.1. Objective function space.

図 2 DSP の個数に対する最適解
Fig.2. Optimal solutions.

4. 例題と検討

例題として, (2) 式において $P = 9, Q = 3$, すべての係数は非零として A, B を与えた。 L_{DSP} を変えて提案した最適化アルゴリズムを適用した結果を図 2 に示す。 L_{DSP} の増加に伴い N_s が単調に減少しているのに対し, N_T が単調に減少しないのは, 提案した手法が N_s を優先して最適化するためであると考えられる。

5. むすび

二つの目的を持つマルチ DSP システムのスケジューリング問題を, 目的と制約を入れ替えることによって二つの組合せ最適化問題に分割し, 各々の問題に対して分枝限定法を適用することにより最適解を求めた。

(平成 7 年 1 月 17 日受付)

文 献

- (1) 田川・太田・牧・羽根田：「マルチ DSP システムによるスループット時間が最短であるデジタル制御器の実現」, 電学論 D, 113-1, 72~78 (平 5)
- (2) 田川・太田・天野・羽根田：「ある種のマルチ DSP システムのスケジューリング問題に対する最適化アルゴリズム」, 電学論 C, 115-4, 597~603 (平 7)
- (3) 茨木俊秀：組合せ最適化, 産業図書 (昭 58)
- (4) 坂和正敏：非線形システムの最適化, 森北出版 (昭 61)

田川 聖治

(正員) 1991 年神戸大学大学院修士課程修了。1993 年神戸大学工学部電気電子工学科助手となり現在に至る。計算機制御に関する研究に従事。計測自動制御学会, システム制御情報学会, 日本ロボット学会, IEEE の会員。

天野 昌幸

(非会員) 1994 年神戸大学工学部電気工学科卒業。現在, 同大学院修士課程在学中。分枝限定法を用いた最適化スケジューリング・アルゴリズムの研究に従事。

太田 有三

(正員) 1977 年大阪大学大学院博士課程修了。同年福井大学助手。1987 年神戸大学工学部電子工学科助教授となり現在に至る。計算機援用システム解析・設計に関する研究に従事。工学博士。計測自動制御学会, システム制御情報学会, 電子情報通信学会, IEEE 等の会員。

羽根田 博正

(正員) 1972 年カリフォルニア大学 (パークレイ校) 大学院博士課程修了。同年神戸大学工学部電子工学科助教授となり現在に至る。計算機援用設計・解析に関する研究に従事。Ph.D. 計測自動制御学会, システム制御情報学会, 電子情報通信学会, 情報学会, ACM, IEEE (フェロー) 等の会員。