2 リンク弾性ロボットマニピュレータの ロバストな位置と力のハイブリッド制御

正員 森田 良文 (岐阜高専)
正員 鵜飼 裕之 (名古屋工大)
正員 岩住 哲朗 (名古屋工大)

Robust Hybrid Position and Force Control of Two-Link Elastic Robot Manipulators

Yoshifumi Morita, Member (Gifu National College of Technology)

Hiroyuki Ukai, Member, Tetsuo Iwazumi, Member (Nagoya Institute of Technology)

In this paper, a robust control strategy is proposed for hybrid position and force control of two-link elastic robot manipulators. Both the structured uncertainty caused by the nonlinear mechanical structure and the unstructured one caused by elasticity of links are considered in designing controllers. By using the integral manifold approach the model is reduced to the slow and the fast models. The slow controller, which is robust against the structured uncertainty, is designed for the slow model on the basis of VSS theory. And, the fast controller, which is robust against the unstructured uncertainty, is designed for the fast model on the basis of H^∞ control theory. Then the composite controller is constructed. Simulation results are presented to show the effectiveness of this design procedure.

キーワード: 弾性ロボットマニピュレータ, ロバスト制御, ハイブリッド制御, 構造的な不確実性, 非構造的な不確実性

1. まえがき

最近, ロボットアームの動作の高速化および省エネルギー化を実現するために, 弾性ロボットマニピュレータを用いた軌道制御に関する研究が多く報告されている^{(1)~(5)}。一方, ロボットに種々の作業をさせる場合, ロボットの先手ハンドが物体を持って移動させるだけでなく, 道具を使って対象物との間で物理的な相互作用を働かせて仕事をする必要がある。現在, 剛体アームからなるマニピュレータの位置と力のハイブリッド制御に関しては, 既に多くの報告がある^{(6)~(9)}。しかしながら, 弾性ロボットマニピュレータの力制御に関する研究は数少ない^{(10)~(12)}。文献(11)では, モーターの回転運動と環境に与える力の準静的な関係式を導き, 逆動力学的なトルク補償と位置に関して PD 制御, 力に関して P 制御を行っている。文献(12)では, Singular Perturbation 法を用いて Slow Model(剛体モデル)と Fast Model(弾性モデル)に分離し, それぞれに対して動的ハイブリッド制御と状態フィードバック制御を設計し, Composite 制御則を構成している。しかしながら, 今までにロバスト性を考慮した制御方法の報告はなされていない。

一般的に, ロボットマニピュレータのモデリング誤差が生じる原因は構造的な不確実性(リンク系の力学的パラメータが未知であったり変動することに起因する)と, 非構造的な不確実性(アクチュエータ系のダイナミクスに付随した寄生要素, 弾性アームの場合の弾性振動の影響に起因する)に分けることができる⁽¹³⁾。構造的な不確実性は主として非線形メカニカル構造に起因するもので, 弾性マニピュレータにおい

ても軌道制御を考える上で考慮しなければならない。また, 非構造的な不確実性は弾性振動の軌道追従性への影響の回避および振動抑制を考える上で考慮しなければならない。そこで, こうした観点に立ち, 著者らは弾性ロボットマニピュレータの軌道制御を考える際, 構造的な不確実性と非構造的な不確実性の両方を同時に考慮する制御系が必要と考え, 二つの不確実性に対してロバストな制御系を提案している⁽¹⁴⁾。また, 同様なことが位置と力のハイブリッド制御を考える際も要求される。

そこで, 本論文では, 水平面内を動く 2 リンク弾性ロボットマニピュレータの位置と力のハイブリッド制御を実現する上で, 上述の二つの不確実性を同時に考慮するロバストな制御方法を提案する。こうした異なる二つの不確実性を一つの制御方法で対処するには設計方針が立ちにくく, また, 制御精度の評価についても明確にしにくい。そこで, それぞれの不確実性を適切に表現する低次元モデルを導出することにより, 異なる不確実性に適合した制御方法を提案する。すなわち, 構造的な不確実性は主に Slow Model において存在し, 非構造的な不確実性は主に Fast Model に存在するため, それぞれのモデルに対してそれぞれの不確実性を対処する方法が得策かと考える。まずはじめに, 構造的な不確実性を考慮するには厳密な低次元モデルが必要であり, Integral Manifold Approach⁽¹⁶⁾を用いて制御モデルを Slow Model と Fast Model に分離する。文献(2), (12)の Slow Model は剛体マニピュレータのモデルであるとしているのに対し, ここで得られた Slow Model は弾性振動が剛体系に与える影

響も取り入れた厳密な剛体系の運動を表している。このような非線形モデルに対して VSS 理論に基づいたロバストな制御系を設計する。そこでは、制御精度をモデルの分離に用いた微小パラメータにより評価しながら、厳密な剛体モデルに対してリアプノフの理論により系の安定性を証明する。一方、弾性振動現象を表す Fast Model は高次モデルとなるが、制御系設計には低次元モデルを必要とする。このとき、モデルの低次元化によるスピルオーバー現象を引き起こす非構造的な不確か実性が存在する。そこで、 H^∞ 制御理論に基づいたロバストな制御系を設計する。これら二つの制御系を composite することにより、二つの不確か実性を同時に考慮するロバスト制御系を実現する。最後に、数値シミュレーションを実施することにより提案した制御手法の有効性を検証する。

2. モデリング

図 1 に示すような拘束面に接する 2 リンク弾性ロボットマニピュレータについて考える。絶対座標系 Σ_{XY} の原点にハブが固定支持されているものとしこれをジョイント 1、リンク間に取り付けられたジョイントをジョイント 2 とする。また、マニピュレータ先端には手先効果器 (ペイロード) があるものとする。ここで、リンク座標系として接線座標系 $\Sigma_{x_i y_i}$ を用いる。 θ_i はリンク i の回転角、 $y_i(x_i, t)$ はリンク i のたわみによる弾性変位、 τ_i はジョイント i に取り付けられたモータの発生トルク、 f は拘束面から受ける力、 L_i はリンク i の長さである。いま、リンク i の弾性変位は微小であるとし、第 m_i モードまでの片持ち梁の振動モードを用いて仮定モード展開する。また、 $'$ 、 $\dot{}$ はそれぞれ空間 x_i 、時間 t に関する微分を表すものとする。

さて、拘束面の方程式が

$$\Phi(X, Y) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表現できるとする。ただし、マニピュレータが自由に動ける空間では $\Phi < 0$ 、拘束面内では $\Phi > 0$ とし、 Φ は $(\partial\Phi/\partial X)^2 + (\partial\Phi/\partial Y)^2 = 1$ となるように規格化しておく。また、拘束面とペイロードとの間には摩擦はないものとする。このとき、(1) 式の拘束条件を考慮するためにラグランジュ乗数 λ を導入して、ラグランジュの運動方程式を求めると

$$\begin{bmatrix} M_{11}(\theta, p) & M_{12}(\theta, p) \\ M_{21}(\theta, p) & M_{22}(\theta, p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11}(\theta, \dot{\theta}, p, \dot{p}) & C_{12}(\theta, \dot{\theta}, p, \dot{p}) \\ C_{21}(\theta, \dot{\theta}, p, \dot{p}) & C_{22}(\theta, \dot{\theta}, p, \dot{p}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{\Phi\theta}^T(\theta, p) + H_1(\theta, p) \\ J_{\Phi p}^T(\theta, p) + H_2(\theta, p) \end{bmatrix} \lambda = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

を得る。ここで、

$$\begin{aligned} \theta &= [\theta_1, \theta_2]^T & p &= [p_{11}, \dots, p_{1m_1}, p_{21}, \dots, p_{2m_2}]^T \\ \tau &= [\tau_1, \tau_2]^T \\ K_2 &= \text{diag} [\rho_1 A_1 \lambda_{11}, \dots, \rho_1 A_1 \lambda_{1m_1}, \\ &\quad \rho_2 A_2 \lambda_{21}, \dots, \rho_2 A_2 \lambda_{2m_2}] \\ J_{\Phi\theta} &= \frac{\partial\Phi}{\partial\theta^T}, & J_{\Phi p} &= \frac{\partial\Phi}{\partial p^T} \end{aligned}$$

図 1 2 リンク弾性ロボットマニピュレータ
Fig. 1. Two-link elastic robot manipulators.

である。ただし、 $p_{ij}(t)$ はリンク i の弾性変位に対する一般化座標、 $\rho_i A_i$ はリンク i の線密度、 λ_{ij} はリンク i に対する片持ち梁の第 j モードの振動角周波数の 2 乗である。また、 H_1 、 H_2 は拘束面から受ける力 f から各リンク先端に働く $-x_i$ 方向成分の軸力による影響項である。いま、リンク 1 先端に働く軸力を P_1 、ペイロードに働く軸力を P_2 とすると、

$$P_1 = -f \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$P_2 = -f \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2 + y'_{1E}) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2 + y'_{1E}) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

なる関係が成り立つ。また、ペイロードに働く拘束力 f はラグランジュ乗数 λ を用いて

$$f = -\lambda \begin{bmatrix} \frac{\partial\Phi}{\partial X}(\theta_1, \theta_2, y_{1E}, y_{2E}, y'_{1E}) \\ \frac{\partial\Phi}{\partial Y}(\theta_1, \theta_2, y_{1E}, y_{2E}, y'_{1E}) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (5)$$

と表現できる。ただし、 $y_{iE} = y_i(L_i, t)$ 、 $i = 1, 2$ 、 $y'_{1E} = y'_1(L_1, t)$ である。

ここで導出したモデルは片持ち梁の固有関数を基にしているが、弾性リンクの先端は拘束面に束縛されており自由端とはみなせない。このため、松野氏ら⁽¹²⁾は 3 次のスプライン関数を用いて境界からの拘束力や軸力の影響を厳密に考慮した有限要素モデルを導出している。しかしながら、得られたモデルは次数が高くなり、当然、制御器も高次となり、多リンクマニピュレータに対して適用することが困難となる。そこで、本論文ではモデルの次数の低次元性を重視して、片持ち梁の固有関数を基にしたモデルを用いる。ただし、このモデルでも境界条件は厳密に満たしていなくても、境界からの拘束力や軸力の影響をエネルギー関数の中で考慮したモデルとなっている。また、このモデル化誤差に関しては、ロバストな制御系を実現することにより補償される

と考える。

3. Integral Manifold Approach によるモデルの分離

二つの不確実性を考慮したロバスト制御を考えるため、Integral Manifold Approach⁽¹⁶⁾を用いて制御モデル(2)式を分離する。一つは弾性変位が剛体モードに与える影響をIntegral Manifoldを用いて考慮した剛体系の運動モデルであり、もう一つはIntegral Manifold上の速い弾性振動を表すモデルである。はじめに、微小パラメータ $\mu > 0$ を一般に次式のように定義する。

$$K_2 = \widehat{K}_2/\mu, \quad \widehat{K}_2 \in O(1) \quad (6)$$

ここで、 O はLandauの記号で、 $O(\mu^n)$ とは

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{O(\mu^n)}{\mu^n} \rightarrow \text{const.}$$

を表す。また、弾性変位は小さいので

$$p = \mu z, \quad z \in O(1) \quad (7)$$

とおく。これより、(6)、(7)式を(2)式に代入することにより、2階微分で表された特異摂動型モデル

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{11}(\theta, \mu z) & M_{12}(\theta, \mu z) \\ M_{21}(\theta, \mu z) & M_{22}(\theta, \mu z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \mu \ddot{z} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} C_{11}(\theta, \dot{\theta}, \mu z, \mu \dot{z}) & C_{12}(\theta, \dot{\theta}, \mu z, \mu \dot{z}) \\ C_{21}(\theta, \dot{\theta}, \mu z, \mu \dot{z}) & C_{22}(\theta, \dot{\theta}, \mu z, \mu \dot{z}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \mu \dot{z} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \widehat{K}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ z \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} J_{\Phi\theta}^T(\theta, \mu z) + H_1(\theta, \mu z) \\ J_{\Phi p}^T(\theta, \mu z) + H_2(\theta, \mu z) \end{bmatrix} \lambda = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8) \end{aligned}$$

を得る。このとき、上記モデルは $2 \cdot (m_1 + m_2)$ 次元のIntegral Manifold $\mathcal{M}_\mu$:

$$\left. \begin{aligned} z &= h(\theta, \dot{\theta}, \tau, \mu) \\ \dot{z} &= \dot{h}(\theta, \dot{\theta}, \tau, \mu) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

をもつことが知られている⁽¹⁵⁾。ここで、もし $t = t_0$ で初期状態 $(\theta(t_0), \dot{\theta}(t_0), z(t_0), \dot{z}(t_0))$ が $\mathcal{M}_\mu$ 上に存在するとき $(\theta(t), \dot{\theta}(t), z(t), \dot{z}(t))$ の軌道は $\forall t > t_0$ で $\mathcal{M}_\mu$ 上に存在する。また、初期状態が $\mathcal{M}_\mu$ 上に存在しないとき、弾性モデルが漸近安定であれば軌道はfast manifoldに沿って速やかに $\mathcal{M}_\mu$ に近づいて、その後 $\mathcal{M}_\mu$ 近傍に収束する。本論文では、弾性モデルに対して安定化制御を用いることにより漸近安定性を保証している。

<3-1> Slow Model (9)式を(8)式に代入することにより低次元モデルすなわちSlow Model

$$\begin{aligned} & M_{11}(\theta, \mu h)\ddot{\theta} + M_{12}(\theta, \mu h)\mu\ddot{h} \\ & + C_{11}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu\dot{h})\dot{\theta} + C_{12}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu\dot{h})\mu\dot{h} \\ & + \{J_{\Phi\theta}^T(\theta, \mu h) + H_1(\theta, \mu h)\}\lambda = \tau_s \quad (10) \end{aligned}$$

を得る。ここで、 τ_s はSlow Modelへの入力トルクベクトルである。また、Integral Manifoldの拘束式

$$\begin{aligned} & M_{21}(\theta, \mu h)\ddot{\theta} + M_{22}(\theta, \mu h)\mu\ddot{h} \\ & + C_{21}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu\dot{h})\dot{\theta} + C_{22}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu\dot{h})\mu\dot{h} \\ & + \widehat{K}_2 h + \{J_{\Phi p}^T(\theta, \mu h) + H_2(\theta, \mu h)\}\lambda = 0 \quad (11) \end{aligned}$$

を得る。

さて、位置と力のハイブリッド制御を考えるため、Slow Modelを拘束面の座標系で表す。そこで、次なる非線形変換を考える。

$$y = \begin{bmatrix} \Psi(r_P(\theta, 0)) \\ \Phi(r_P(\theta, p)) \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここで、 Ψ は拘束面上の位置を表す関数で、 $\Psi(r_P)$ は拘束面上のペイロードの位置を表す。 $r_P(\theta, p)$ は絶対座標系でのペイロードの位置ベクトルを表し、 $r_P(\theta, 0)$ はリンクのたわみの影響を無視した位置ベクトルを表している。たわみによる位置誤差は次章で述べる制御系にて誤差補償を行う。また、 $\Phi(r_P)$ は拘束面の方程式である。(12)式を時間微分すると

$$\dot{y} = J_{y\theta}\dot{\theta} + J_{yp}\dot{p} \quad (13)$$

を得る。ただし、 $J_{y\theta}$ 、 J_{yp} はそれぞれ y の θ 、 p に関するヤコビ行列である。(13)式と(7)を用いると、(10)式は、

$$\begin{aligned} & \overline{M}_{11}(\theta, \mu h)\ddot{y} + \overline{M}_{12}(\theta, \mu h)\mu\ddot{h} \\ & + \overline{C}_{11}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu\dot{h})\dot{y} + \overline{C}_{12}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu\dot{h})\mu\dot{h} \\ & + \overline{H}_1(\theta, \mu h)\lambda = \overline{T}_1(\theta, \mu h)\tau_s \quad (14) \end{aligned}$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} \overline{M}_{11} &= J_{y\theta}^{-T} M_{11} J_{y\theta}^{-1} \\ \overline{M}_{12} &= J_{y\theta}^{-T} \{M_{12} - M_{11} J_{y\theta}^{-1} J_{yp}\} \\ \overline{C}_{11} &= J_{y\theta}^{-T} \{C_{11} J_{y\theta}^{-1} - M_{11} J_{y\theta}^{-1} \dot{J}_{y\theta} J_{y\theta}^{-1}\} \\ \overline{C}_{12} &= J_{y\theta}^{-T} \{C_{12} - M_{11} J_{y\theta}^{-1} (\dot{J}_{yp} - \dot{J}_{y\theta} J_{y\theta}^{-1} J_{yp}) \\ & \quad - C_{11} J_{y\theta}^{-1} J_{yp}\} \\ \overline{H}_1 &= J_{y\theta}^{-T} \{J_{\Phi\theta}^T + H_1\} \\ \overline{T}_1 &= J_{y\theta}^{-T} \end{aligned}$$

である。同様に、(11)式は

$$\begin{aligned} & \overline{M}_{21}(\theta, \mu h)\ddot{y} + \overline{M}_{22}(\theta, \mu h)\mu\ddot{h} \\ & + \overline{C}_{21}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu\dot{h})\dot{y} + \overline{C}_{22}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu\dot{h})\mu\dot{h} \\ & + \widehat{K}_2 h + \{J_{\Phi p}^T(\theta, \mu h) + H_2(\theta, \mu h)\}\lambda = 0 \quad (15) \end{aligned}$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} \overline{M}_{21} &= M_{21} J_{y\theta}^{-1} \\ \overline{M}_{22} &= M_{22} - M_{21} J_{y\theta}^{-1} J_{yp} \\ \overline{C}_{21} &= C_{21} J_{y\theta}^{-1} - M_{21} J_{y\theta}^{-1} \dot{J}_{y\theta} J_{y\theta}^{-1} \\ \overline{C}_{22} &= C_{22} - M_{21} J_{y\theta}^{-1} (\dot{J}_{yp} - \dot{J}_{y\theta} J_{y\theta}^{-1} J_{yp}) \\ & \quad - C_{21} J_{y\theta}^{-1} J_{yp} \end{aligned}$$

である。

このとき、Integral Manifold および制御入力を次のように μ のべき乗に展開する。ただし、 $\dot{h}$ についても同様とする。

$$\begin{aligned} h(\theta, \dot{\theta}, \tau, \mu) &= h_0(\theta, \dot{\theta}, \tau) + \mu h_1(\theta, \dot{\theta}, \tau) \\ &+ \cdots + \mu^k h_k(\theta, \dot{\theta}, \tau) + \cdots \quad (16) \end{aligned}$$

$$\tau_s = \tau_{s0} + \mu\tau_{s1} + \cdots + \mu^k\tau_{sk} + \cdots \quad (17)$$

これを (14) 式に代入して μ オーダーごとにまとめると、拘束座標系で表された $O(1)$ の Slow Model

$$\bar{M}_{11}^0(\theta)\ddot{y} + \bar{C}_{11}^0(\theta, \dot{\theta})\dot{y} + \bar{H}_1^0(\theta)\lambda = \bar{T}_1^0(\theta)\tau_{s0} \quad (18)$$

を、また、 $O(\mu^k)$ の Slow Model

$$\begin{aligned} & \bar{M}_{11}^k(\theta, h_0, \dots, h_{k-1})\ddot{y} \\ & + \sum_{i=1}^k \bar{M}_{12}^{(i-1)}(\theta, h_0, \dots, h_{i-2})\ddot{h}_{k-i} \\ & + \bar{C}_{11}^k(\theta, \dot{\theta}, h_0, \dots, h_{k-1}, \dot{h}_0, \dots, \dot{h}_{k-1})\dot{y} \\ & + \sum_{i=1}^k \bar{C}_{12}^{(i-1)}(\theta, \dot{\theta}, h_0, \dots, h_{i-2}, \dot{h}_0, \dots, \dot{h}_{i-2})\dot{h}_{k-i} \\ & + \bar{H}_1^k(\theta, h_0, \dots, h_{k-1})\lambda \\ & = \sum_{i=1}^k \bar{T}_1^i(\theta, h_0, \dots, h_{i-1})\tau_{s(k-i)} + \bar{T}_1^0(\theta)\tau_{sk} \\ & (k = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (19)$$

を得る。ただし、

$$\begin{aligned} \bar{M}_{1j}^i(\theta, h_0, \dots, h_{i-1}) &= \frac{1}{i!} \frac{\partial^i}{\partial \mu^i} \bar{M}_{1j}(\theta, \mu h) \Big|_{\mu=0} \\ \bar{C}_{1j}^i(\theta, \dot{\theta}, h_0, \dots, h_{i-1}, \dot{h}_0, \dots, \dot{h}_{i-1}) &= \frac{1}{i!} \frac{\partial^i}{\partial \mu^i} \bar{C}_{1j}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu \dot{h}) \Big|_{\mu=0} \\ \bar{H}_1^i(\theta, h_0, \dots, h_{i-1}) &= \frac{1}{i!} \frac{\partial^i}{\partial \mu^i} \bar{H}_1(\theta, \mu h) \Big|_{\mu=0} \\ \bar{T}_1^i(\theta, h_0, \dots, h_{i-1}) &= \frac{1}{i!} \frac{\partial^i}{\partial \mu^i} \bar{T}_1(\theta, \mu h) \Big|_{\mu=0} \\ (j &= 1, 2, i = 0, 1, 2, \dots, h_{-1} = 0, \partial/\partial \mu^0 = 1) \end{aligned}$$

である。このとき、(18) 式は拘束座標系で表した剛体ロボットマニピュレータのモデルを表し、(19) 式は弾性変位が剛体系に与える $O(\mu^k)$ の影響を表している。また、同様に、(16)、(17) 式を (15) 式に代入して μ オーダーごとにまとめると、 $O(1)$ の Integral Manifold の拘束式

$$\begin{aligned} & \bar{M}_{21}(\theta, 0)\ddot{y} + \bar{C}_{21}(\theta, \dot{\theta}, 0, 0)\dot{y} + \bar{K}_2 h_0 \\ & + J_{\Phi p}^T(\theta, 0)\lambda = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

を得る。ただし、 $H_2(\theta, 0) = 0$ である。また、 $O(\mu^k)$ の Integral Manifold の拘束式

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k!} \frac{\partial^k}{\partial \mu^k} \{ \bar{M}_{21}(\theta, \mu h)\ddot{y} + \bar{M}_{22}(\theta, \mu h)\mu \ddot{h} \\ & + \bar{C}_{21}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu \dot{h})\dot{y} + \bar{C}_{22}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu \dot{h})\mu \dot{h} \\ & + \{ J_{\Phi p}^T(\theta, \mu h) + H_2(\theta, \mu h) \} \lambda \} \Big|_{\mu=0} + \bar{K}_2 h_k = 0 \\ & (k = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (21)$$

を得る。ここで、 h_0 は (20) 式より代数的に求めることができる。また、 h_0 を初期値として (21) 式よりくり返し計算によって $h_1, h_2, \dots$ を求めることができる。こうして求めた Integral Manifold を逐次 (19) 式に代入することにより、

Slow Model は状態変数 $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ と制御入力 τ_s および拘束力 λ で表される。つまり、これは弾性変位が剛体系におよぼす影響を考慮した剛体系の運動モデルとなる。

<3.2> Fast Model 弾性モード z と Integral Manifold との差を Fast Model の変数として

$$\begin{cases} \eta = z - h(\theta, \dot{\theta}, \tau, \mu) \\ \dot{\eta} = \dot{z} - \dot{h}(\theta, \dot{\theta}, \tau, \mu) \end{cases} \quad (22)$$

とおく。これを (8) 式に代入し、 $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, z_1 = \eta, z_2 = \epsilon \dot{\eta}, \epsilon = \sqrt{\mu}$ とおき、さらに、fast time scale $\hat{t} = t/\epsilon$ を用いて time stretching を行うと、

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\hat{t}} &= \epsilon x_2 \\ \frac{dx_2}{d\hat{t}} &= \epsilon \left\{ -\{H_{11}C_{11}(x_1, x_2, \epsilon^2(h+z_1), \epsilon(\dot{h}+z_2))\right. \\ & + H_{12}C_{21}(x_1, x_2, \epsilon^2(h+z_1), \epsilon(\dot{h}+z_2))x_2 \\ & - \{H_{11}C_{12}(x_1, x_2, \epsilon^2(h+z_1), \epsilon(\dot{h}+z_2)) \\ & + H_{12}C_{22}(x_1, x_2, \epsilon^2(h+z_1), \epsilon(\dot{h}+z_2))\}\epsilon(\dot{h}+z_2) \\ & - H_{12}\widehat{K}_2(h+z_1) \\ & - \{H_{11}\{J_{\Phi\theta}^T(\theta, \epsilon^2(h+z_1)) + H_1(\theta, \epsilon^2(h+z_1))\} \\ & + H_{12}\{J_{\Phi p}^T(\theta, \epsilon^2(h+z_1)) + H_2(\theta, \epsilon^2(h+z_1))\}\}\lambda \\ & \left. + H_{11}\tau \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{d\hat{t}} &= z_2 \\ \frac{dz_2}{d\hat{t}} &= -H_{22}\widehat{K}_2(z_1+h) + \bar{H}_{22}\widehat{K}_2 h + H_{21}\tau - \bar{H}_{21}\tau, \\ & - \{H_{21}C_{12}(x_1, x_2, \epsilon^2(h+z_1), \epsilon(\dot{h}+z_2)) \\ & + H_{22}C_{22}(x_1, x_2, \epsilon^2(h+z_1), \epsilon(\dot{h}+z_2))\}\epsilon z_2 \\ & - \{H_{21}C_{11}(x_1, x_2, \epsilon^2(h+z_1), \epsilon(\dot{h}+z_2)) \\ & + H_{22}C_{21}(x_1, x_2, \epsilon^2(h+z_1), \epsilon(\dot{h}+z_2)) \\ & - \bar{H}_{21}C_{11}(x_1, x_2, \epsilon^2 h, \epsilon \dot{h}) \\ & - \bar{H}_{22}C_{21}(x_1, x_2, \epsilon^2 h, \epsilon \dot{h})\}x_2 \\ & - \{H_{21}C_{12}(x_1, x_2, \epsilon^2(h+z_1), \epsilon(\dot{h}+z_2)) \\ & + H_{22}C_{22}(x_1, x_2, \epsilon^2(h+z_1), \epsilon(\dot{h}+z_2)) \\ & - \bar{H}_{21}C_{12}(x_1, x_2, \epsilon^2 h, \epsilon \dot{h}) \\ & - \bar{H}_{22}C_{22}(x_1, x_2, \epsilon^2 h, \epsilon \dot{h})\}\epsilon \dot{h} \\ & - \{H_{21}\{J_{\Phi\theta}^T(x_1, \epsilon^2(h+z_1)) + H_1(x_1, \epsilon^2(h+z_1))\} \\ & + H_{22}\{J_{\Phi p}^T(x_1, \epsilon^2(h+z_1)) + H_2(x_1, \epsilon^2(h+z_1))\} \\ & - \bar{H}_{21}\{J_{\Phi\theta}^T(x_1, \epsilon^2 h) + H_1(x_1, \epsilon^2 h)\} \\ & - \bar{H}_{22}\{J_{\Phi p}^T(x_1, \epsilon^2 h) + H_2(x_1, \epsilon^2 h)\}\}\lambda \end{aligned} \quad (24)$$

となる。ただし、

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}(x_1, \epsilon^2(h+z_1)) & M_{12}(x_1, \epsilon^2(h+z_1)) \\ M_{21}(x_1, \epsilon^2(h+z_1)) & M_{22}(x_1, \epsilon^2(h+z_1)) \end{bmatrix}^{-1}$$

であり、 $H_{ij}(x_1, \epsilon^2(h+z_1))$ において $z_1 = 0$ とおいたものを $\bar{H}_{ij}(x_1, \epsilon^2 h)$ とする。上式を ϵ に関して級数展開すると、 $O(1)$ の Fast Model は $dx_1/d\hat{t} = 0, dx_2/d\hat{t} = 0$ より、 $x_1 = \bar{x}_1 = \text{const.}, x_2 = \bar{x}_2 = \text{const.}$ となり、結局、

$$\begin{cases} \frac{dz_1}{d\hat{t}} = z_2 \\ \frac{dz_2}{d\hat{t}} = -H_{22}(\bar{x}_1, 0)\widehat{K}_2 z_1 + H_{21}(\bar{x}_1, 0)\tau_f \end{cases} \quad (25)$$

となる。ただし、 $\tau_f = \tau - \tau_s$ である。また、同様にして、 $O(\epsilon^k)$ のFast Modelについても求めることができる。

4. ロバスト制御系の設計

構造的な不確か実性と非構造的な不確か実性の両方を同時に考慮するロバスト制御系を考える。構造的な不確か実性は非線形なメカニカル構造に起因し主にSlow Modelにおいて存在するものである。一方、非構造的な不確か実性は振動現象に起因し主にFast Modelにおいて存在するものである。そこで、前章で求めた拘束座標系で表されたSlow ModelとFast Modelにおいて、それぞれに構造的な不確か実性と非構造的な不確か実性に対してロバストな制御系を設計する。前者においてはVSS理論、後者においては H^∞ 制御理論に基づいて設計する。

<4-1> VSS制御に基づくSlow Controlの設計 前章で求めた拘束座標系で表されたSlow Model(18), (19)式に対してSlow Controlを設計する。いま、Slow Modelの各行列の構造的な不確か実性が

$$\begin{aligned} \|\Delta \bar{M}_{1j}^i(\theta, h_0, \dots, h_{i-1})\| &\leq \delta \bar{M}_{1j}^i(\theta, h_0, \dots, h_{i-1}) \\ \|\Delta \bar{C}_{1j}^i(\theta, \dot{\theta}, h_0, \dots, h_{i-1}, \dot{h}_0, \dots, \dot{h}_{i-1})\| \\ &\leq \delta \bar{C}_{1j}^i(\theta, \dot{\theta}, h_0, \dots, h_{i-1}, \dot{h}_0, \dots, \dot{h}_{i-1}) \\ \|\Delta \bar{H}_1^i(\theta, h_0, \dots, h_{i-1})\| &\leq \delta \bar{H}_1^i(\theta, h_0, \dots, h_{i-1}) \\ \|\Delta \bar{T}_1^i(\theta, h_0, \dots, h_{i-1})\| &\leq \delta \bar{T}_1^i(\theta, h_0, \dots, h_{i-1}) \\ (j = 1, 2, i = 0, \dots, n) \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

で与えられるとする。ただし、 $\|\cdot\|$ はベクトル $(\cdot)$ のユークリッドノルムまたは行列 $(\cdot)$ のスペクトルノルムを表し、 $\Delta(\cdot) = (\cdot) - (\cdot)^N$ とし、添字 N は公称値を表す。また、拘束面に不確かさがなくとき $\bar{T}_1^0(\theta)$ は不確かさをもたないことに注意する。特に本論文では、拘束面に不確かさがある場合および拘束面から離れる場合については考えない。

VSS理論に基づいて制御系を考えるために、切換関数を次式で定義する。

$$s = \begin{bmatrix} s_p \\ s_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e}_p + k_p e_p \\ e_f + k_f \int_0^t e_f dt \end{bmatrix} \dots\dots\dots (27)$$

ただし、 $e_p = \Psi - \Psi_d$, $e_f = \lambda - \lambda_d$ とおいた。 Ψ_d , λ_d はそれぞれ拘束面上の目標位置、拘束面を押す目標の力、 k_p , k_f は正の定数である。このとき、 s_p , s_f が0に収束すれば $e_p \rightarrow 0$, $e_f \rightarrow 0$ となり、 $\Psi = \Psi_d$, $\lambda = \lambda_d$ となる。また、(27)式を変形すると、

$$s = \begin{bmatrix} \dot{\Psi} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_d - k_p e_p \\ -e_f - k_f \int_0^t e_f dt \end{bmatrix} \equiv \dot{\Psi} - \dot{\Psi}_d \dots\dots\dots (28)$$

となる。ここで、第2リンク先端が拘束面に接している限り Φ は0であることに注意する。いま、次なる制御入力を考える。

$$\tau_s = \tau_{s0} + \mu \tau_{s1} + \dots + \mu^n \tau_{sn} \dots\dots\dots (29)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \tau_{s0} &= \bar{T}_1^{0-1} \{ \bar{M}_{11}^{0N} \ddot{\hat{y}} + \bar{C}_{11}^{0N} \dot{\hat{y}} + \bar{H}_1^{0N} \lambda \} \\ &\quad - \bar{T}_1^{0-1} \{ K_s s + \epsilon_0(t) \text{sgn}(s) \} \\ \tau_{sk} &= \bar{T}_1^{0-1} \{ \bar{M}_{11}^{kN} \ddot{\hat{y}} + \sum_{i=1}^k \bar{M}_{12}^{(i-1)N} \ddot{h}_{k-i} + \bar{C}_{11}^{kN} \dot{\hat{y}} \\ &\quad + \sum_{i=1}^k \bar{C}_{12}^{(i-1)N} \dot{h}_{k-i} + \bar{H}_1^{kN} \lambda \\ &\quad - \sum_{i=1}^k \bar{T}_1^{iN} \tau_{s(k-i)} \} - \bar{T}_1^{0-1} \epsilon_k(t) \text{sgn}(s) \\ (k = 1, \dots, n) \end{aligned}$$

である。ここで、 $\text{sgn}(s) = [\text{sgn}(s_p) \text{sgn}(s_f)]^T$, $\text{sgn}(\cdot)$ はsign関数、 K_s は任意の正定行列、 $\epsilon_0(t)$, $\epsilon_1(t)$, $\dots$, $\epsilon_n(t)$ は、

$$\epsilon_0(t) \geq \delta \bar{M}_{11}^0 \|\ddot{\hat{y}}\| + \delta \bar{C}_{11}^0 \|\dot{\hat{y}}\| + \delta \bar{H}_1^0 \|\lambda\| \dots\dots\dots (30)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_k(t) &\geq \delta \bar{M}_{11}^k \|\ddot{\hat{y}}\| + \sum_{i=1}^k \delta \bar{M}_{12}^{i-1} \|\ddot{h}_{k-i}\| + \delta \bar{C}_{11}^k \|\dot{\hat{y}}\| \\ &\quad + \sum_{i=1}^k \delta \bar{C}_{12}^{i-1} \|\dot{h}_{k-i}\| + \delta \bar{H}_1^k \|\lambda\| \\ &\quad + \sum_{i=1}^k \delta \bar{T}_1^i \|\tau_{s(k-i)}\| \quad (k = 1, \dots, n) \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

を満たす可変ゲインである。

このとき、次のような補題が得られる。

[補題1] $V(t) = \frac{1}{2} s^T \bar{M}_{11}(\theta, \mu h) s$ なる非負関数を考える。いま、(26)式で表される構造的な不確か実性が存在する制御モデル(14)式に対して、制御入力(29)式を施したとき、ある時刻 $t_e \geq t_0$ に対して $\epsilon_V \in O(\mu^{n+1})$ が存在して、

$$V(t) \leq \epsilon_V \quad \forall t \geq t_e \dots\dots\dots (32)$$

$$\|s\| \leq \sqrt{\frac{2\epsilon_V}{M_{\min}}} \quad \forall t \geq t_e \dots\dots\dots (33)$$

が成り立つ。ただし、 $M_{\max}$, $M_{\min}$ は、

$$\frac{1}{2} M_{\min} \|s\|^2 \leq V(t) \leq \frac{1}{2} M_{\max} \|s\|^2 \dots\dots\dots (34)$$

を満たす定数である。

[証明] 付録に示す。

[補題2] (27)式で表されるシステムに対して任意の ϵ_s が与えられ、このとき、 $\|s\| \leq \epsilon_s$ が満足されていれば、ある時刻 t_p , $t_f \geq t_0$ が存在し、

$$|e_p| \leq \frac{\epsilon_s}{k_p} \quad \forall t \geq t_p \dots\dots\dots (35)$$

$$|e_f| \leq \epsilon_s \quad \forall t \geq t_f \dots\dots\dots (36)$$

が成り立つ。

[証明] 付録に示す。

これらの補題より、次の命題が得られる。証明は、補題1, 補題2より明らかである。

[命題] (26)式で表される構造的な不確か実性が存在する制御モデル(14)式に対して、制御入力(29)式を施したとき、ある時刻 T_p , $T_f \geq t_0$ に対して ϵ_p , ϵ_f が存在して、

$$|e_p| \leq \epsilon_p \quad \forall t \geq T_p \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$|e_f| \leq \epsilon_f \quad \forall t \geq T_f \quad \dots\dots\dots (38)$$

が成り立つ。ただし、

$$\epsilon_p = \frac{1}{k_p} \sqrt{\frac{2\epsilon_V}{M_{\min}}}, \quad \epsilon_f = \sqrt{\frac{2\epsilon_V}{M_{\min}}}, \quad \epsilon_V \in O(\mu^{n+1})$$

である。

以上の議論では、リンクのたわみによる影響を無視したときの先端位置を、あらかじめ与えられた目標位置に追従する制御を実現している。しかし、リンクのたわみによる位置誤差については何ら考慮されていない。そこで、Integral Manifold の拘束式より角度、力情報を用いて剛体運動に起因する弾性たわみを推定する。これを用いて目標位置を修正することにより位置誤差の補償を行う。つまり、たわみによる位置誤差は

$$\Delta\Psi(r_P(\theta, \mu h)) = \Psi(r_P(\theta, \mu h)) - \Psi(r_P(\theta, 0)) \quad \dots\dots\dots (39)$$

で求めることができ、これを用いて目標位置 Ψ_d を

$$\hat{\Psi}_d = \Psi_d - \Delta\Psi(r_P(\theta, \mu h)) \quad \dots\dots\dots (40)$$

に変換する。これを上述の Slow Control の目標位置に用いることによりたわみを考慮した位置制御を実現できる。

<4.2> H^∞ 制御に基づく Fast Control の設計 Fast Model において、非構造的な不確か性に対するロバスト制御について考える。前章で得られた振動現象を表す Fast Model は一般に多数の振動モードを含む高次システムとして記述される。制御系の設計は低次元モデルにより行われることが望ましいことから、スビルオーバー等に対するロバスト安定性が問題となる。また、剛体運動の影響は振動現象に対する外力として働き、望ましくない振動励起を引き起こすことになる。そこで、これを一種の外乱として振動に影響しないような制御系を実現することが望ましい。このように、Fast Model に対する制御系設計は H^∞ 制御における混合感度問題として定式化することができる。(25) 式を線形化すると、

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{B}_{11} \\ \hat{B}_{21} \end{bmatrix} \tau_f \quad \dots\dots\dots (41)$$

となる。ただし、 $z_1 = [z_{11}^T \ z_{12}^T]^T$, $z_2 = [z_{21}^T \ z_{22}^T]^T$ と分割し、 $w_1 = [z_{11}^T \ z_{21}^T]^T$, $w_2 = [z_{12}^T \ z_{22}^T]^T$ とした。つまり、 w_1 は制御系設計に考慮するモード、 w_2 は余剰モードを表す。一方、出力 $\hat{y}$ はリンク根元に取り付けた歪みゲージにより定式化する。すなわち、

$$\hat{y} = [\hat{C}_{11} \ \hat{C}_{12}] \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (42)$$

である。このとき、設計モデル(低次元モデル)の伝達関数は

$$G_0(s) = \hat{C}_{11}(sI - \hat{A}_{11})^{-1} \hat{B}_{11} \quad \dots\dots\dots (43)$$

余剰モードを含むモデル(高次元モデル)の伝達関数は

$$G(s) = [\hat{C}_{11} \ \hat{C}_{12}](sI - \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} \end{bmatrix})^{-1} \begin{bmatrix} \hat{B}_{11} \\ \hat{B}_{21} \end{bmatrix} \quad (44)$$

となる。よって、モデル化誤差を乗法的摂動として考えると

$$\Delta G(s) = (G(s) - G_0(s))G_0^{-1}(s) \quad \dots\dots\dots (45)$$

で表される。 ΔG に対して閉ループ系がロバスト安定となるように重み関数 $W_T(s)$ を次のように選ぶ。

$$|\Delta G(j\omega)| < |W_T(j\omega)| \quad \dots\dots\dots (46)$$

一方、剛体モードの影響を外乱としてとらえ、感度最小化をはかる。このとき重み関数 $W_S(s)$ は剛体モードの振る舞いを目標軌道から推定することにより決定する。以上の定式化の下に H^∞ 混合感度問題を解く。

<4.3> Composite 制御 前節で設計した Slow Control と Fast Control より、制御入力は

$$\tau = \tau_{s0} + \mu\tau_{s1} + \dots + \mu^n\tau_{sn} + \tau_f \quad \dots\dots\dots (47)$$

となる。これにより、Fast Control にて非構造的な不確か性の存在にもかかわらず、Integral Manifold M_μ への漸近安定性を保証し、Slow Control にて構造的な不確か性の存在にもかかわらず、 M_μ 上で安定な位置と力の制御を実現する。

[注意] 一般に、VSS 制御では不連続な制御入力によりチャタリングが生じる恐れがある。これに対して、しばしば sign 関数を次の飽和関数

$$\text{sat}(s) = \frac{s}{\|s\| + \delta} \quad \delta > 0 \quad \dots\dots\dots (48)$$

で置き換えることがある。ただし、境界層の幅 δ はロバスト性を劣化しないように選ぶ必要がある。さらに、チャタリングの原因として、不確かさの上限を見積もる際、必要以上に大きな値を取ってしまい切り換えゲインが大きくなってしまうことも挙げられる。そこで、本手法では厳密な Slow Model から、弾性振動による不確かさも考慮して上限を見積もっているため、不必要にゲインが大きくなるようにしている。また、チャタリングにより、モデル化されていない高次のダイナミクスが励起される恐れがある。特に、弾性ロボットマニピュレータの場合、切換周波数が振動励起を引き起こす可能性がある。これに対して、本手法ではモデル化誤差に対する重み W_T に余裕を持たせることにより、Fast Control は高周波成分除去フィルタとして働き、振動励起の抑制が可能である。

5. シミュレーション

前章で提案した Composite 制御において、構造的な不確か性および非構造的な不確か性に対するロバスト性を検証するために数値シミュレーションを実施する。ここで、構造的な不確か性としてペイロードの質量の公称値 1.0[Kg] の 2 倍を与える。また、各リンクの弾性振動は最初の 3 モードを考慮してシミュレーションモデルを作成し、最初の 1 モードのみを公称モデルとして制御系を構成する。よって、非構造的な不確か性は制御系に考慮されない 2, 3 モードとなる。拘束面の方程式は $\Phi(X, Y) = X/\sqrt{2} + Y/\sqrt{2} - \beta/\sqrt{2} = 0$, $\beta = \text{const.}$ とする。初期状態は $\theta_1 = \pi/4[\text{rad}]$, $\theta_2 = \pi/3[\text{rad}]$ で、ペイロードが拘束面に接した状態である。この状態からペイロードは拘束面に 1[N] の力を加えながら、拘束面上を 0.5[sec] 加速, 2.0[sec] 等速, 0.5[sec] 減速で移動し、その後停止する(図 2)。位置や力の目標値は時間の

図2 位置と力のハイブリッド制御

Fig. 2. Hybrid position and force control.

図3 $G_0, G, \Delta G, W_T$ のゲイン特性Fig. 3. Gain characteristics of $G_0, G, \Delta G$, and W_T .

4 次の関数で表す⁽¹⁷⁾. 各物理定数は $L_1 = L_2 = 1.0[\text{m}]$, $\rho_1 A_1 = 2.30[\text{kg/m}]$, $\rho_2 A_2 = 1.53[\text{kg/m}]$, リンクの曲げ剛性 $E_1 I_1 = 23.2[\text{N} \cdot \text{m}^2]$, $E_2 I_2 = 6.9[\text{N} \cdot \text{m}^2]$, ジョイントの慣性モーメント $J_1 = 1.0[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$, $J_2 = 0.1[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$, ジョイント 2 の質量 $m_J = 1.0[\text{kg}]$ とした. Slow Control は $n = 1$ つまり $O(\mu)$ まで考慮し $\tau_s = \tau_{s0} + \mu\tau_{s1}$, $\mu = 0.05$ とした. チャタリングの防止のために飽和関数を用い, 境界層 δ でのロバスト性を保証するために $\delta = \mu$ とした. また, Fast Model は関節角の変化により時変システムとなるので, 終点での停止状態の関節角で固定した. Fast Control は各リンクを独立と考え, それぞれを 1 入力 1 出力系で H^∞ 制御を設計した. $W_{Ti}(s)$ はリンク i のモデル化誤差 $\Delta G_i(s)$ に対して (46) 式が成り立ち, $W_{Ti}(s)^{-1}$ が 2 次のローパスフィルタの特性を持つように決定した. この様子を図 3 に示す. $W_{Si}(s)$ は剛体モードの低周波領域での影響を除去するために 1 次のローパスフィルタの特性を持たせ, $W_{Ti}(s)$ と重複しないように決定した. さらに, シミュレーションにおいて拘束面はバネ, ダンパ系でモデル化した.

図4 時間応答 (ハイブリッド制御)

Fig. 4. Time responses (Hybrid control).

図5 時間応答 (ロバスト・ハイブリッド制御)

Fig. 5. Time responses (Robust hybrid control).

比較のために不確か性を考慮しない制御系を用いた場合, つまり剛体モデルとした場合のハイブリッド制御⁽⁷⁾と Fast Model⁽⁴¹⁾ 式から設計した状態フィードバックを併合した結果 (ハイブリッド制御) を図 4 に示す. また, 本論文で提案した制御系 (ロバスト・ハイブリッド制御) の結果を図 5 に示す.

図 4 より, 先端荷重の不確かさによりリンクの弾性振動の励起が起こり, これが位置や力の振動を引き起こし目標値への収束性を悪くしている. ここには示していないが, 先端荷重が公称値の場合は位置や力の収束性は良いことを付け加えておく. 一方, 図 5 より, 不確かさも制御系設計に考慮しているので, 位置も力も追従性が良くなっている. 移動停止後も速やかに弾性振動が収まり, そして位置の追従誤

差も速やかに収まり、定常誤差も少なくなっている。

このことから、2リンク弾性ロボットマニピュレータに対して提案したロバスト制御系の有効性が確認された。

6. むすび

2リンク弾性ロボットマニピュレータの位置と力のハイブリッド制御において、ロバストな制御方を提案した。この中で、構造的な不確実性および非構造的な不確実性の二つの不確実性を制御系設計時に考慮した。このために、Integral Manifold Approach を用いて制御モデルを Slow Model と Fast Model に分離し、前者において VSS 理論に基づいたロバストな制御系を、後者において H^∞ 制御理論に基づいたロバストな制御系を設計した。VSS 制御系設計では、微小パラメータにより分離した厳密なモデルを用いてモデル誤差の評価を行った。そして、数値シミュレーションにおいて提案した制御系の有効性を確認した。実機による検証実験は今後の課題とする。

本手法の多リンクマニピュレータへの拡張可能性について考える。まず、多リンク構造になればリンクの2方向の弾性たわみおよびリンクのねじれが生じる。そこで、これらを考慮したモデルを導出し、さらに(2)式左辺第4項のような拘束面から受ける力の影響項を取り込むことにより、拘束面に接する弾性マニピュレータのモデルが得られる。拘束面の座標系への変換行列は、拘束面の方程式を表す関数 Φ にリンクのたわみを考慮した点を除いて剛体マニピュレータと同様に扱うことができる。また、VSS 制御において、(27)式のように切り換え関数を拘束面上の位置、姿勢に関して PD 型、拘束面に与える力に関して PI 型とすれば同様な議論が成り立つ。以上のことをふまえ、本手法の多リンクマニピュレータへの拡張は容易に行うことができる。

最後に、数値シミュレーションに御協力いただいた名古屋工業大学大学院生阪幹宏君、岐阜工業高等専門学校卒研究生岡田浩幸君に謝意を表す。

(平成7年4月21日受付、同7年7月28日再受付)

文 献

- (1) P. J. Nathan and S. N. Singh : "Nonlinear Ultimate Boundedness Control and Stabilization of a Flexible Robotic Arm", *J. Robotic Systems*, **9**, No. 3, 301~326 (1992)
- (2) B. Siciliano, J. V. R. Prasad and A. J. Calise : "Output Feedback Two-Time Scale Control of Multilink Flexible Arms", *ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **114**, 70~77 (1992)
- (3) H. Asada, Z. -D. Ma and H. Tokumaru : "Inverse Dynamics of Flexible Robot Arms: Modeling and Computation for Trajectory Control", *ibid.*, **112**, 177~185 (1990)
- (4) 松野文俊ほか : 「フレキシブル・マニピュレータ特集」, 日本ロボット学会誌, **12**, No. 2, 169~230 (平6)
- (5) Y. Morita, H. Ukai and T. Iwazumi : "Trajectory Control of Multi-link Elastic Robot Manipulators via Nonlinear Feedback Controller and Robust Servo Controller", submitted to Int. J. Systems Science
- (6) M. H. Raibert and J. J. Craig : "Hybrid Position/Force Control of Manipulators", *ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **102**, 126~133 (1981)

- (7) T. Yoshikawa : "Dynamic Hybrid Position/Force Control of Robot Manipulators— Description of Hand Constraints and Calculation of Joint Driving Force", *IEEE J. Robotics and Automation*, **RA-3**, No. 5, 386~392 (1987)
- (8) N. H. McClamroch and D. Wang : "Feedback Stabilization and Tracking of Constrained Robots", *IEEE Trans. Automatic Control*, **33**, No. 5, 419~426 (1988)
- (9) B. Yao, S. P. Chan and D. Wang : "VSC Motion and Force Control of Robot Manipulators in the Presence of Environmental Constraint Uncertainties", *J. Robotic Systems*, **11**, No. 6, 503~515 (1994)
- (10) B. C. Chiou and M. Shahinpoor : "Dynamic Stability Analysis of a Two-Link Force-Controlled Flexible Manipulator", *ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **112**, 661~666 (1990)
- (11) 松野文俊・浅野俊雄・浅井信宏・坂和愛幸 : 「2自由度フレキシブル・マニピュレータの位置と力の準静的なハイブリッド制御」, システム制御情報学会論文誌, **5**, No. 4, 155~163 (平4)
- (12) 松野文俊・山本一雄 : 「2自由度フレキシブル・マニピュレータの動的な位置と力のハイブリッド制御」, 計測自動制御学会論文集, **29**, No. 6, 677~684 (平5)
- (13) 大須賀公一 : 「特集—実用期を迎えたロバスト制御—ロボットのロバスト制御」, 計測と制御, **30**, No. 8, 681~687 (平3)
- (14) Y. Morita, H. Ukai and T. Iwazumi : "Robust Trajectory Control of Elastic Robot Manipulators", submitted to Int. J. Systems Science
- (15) B. Siciliano, W. J. Book and G. D. Maria : "An Integral Manifold Approach to Control of a One Link Flexible Arm", *Proc. 25th IEEE Conf. Decision and Control*, 1131~1134 (1986)
- (16) P. V. Kokotovic : "Recent Trends in Feedback Design : An Overview", *Automatica*, **21**, No. 3, 225~236 (1985)
- (17) 吉川恒夫 : ロボット制御基礎論, コロナ社 (昭63)

付 録

1. [補題1]の証明 $\dot{\bar{M}}_{11}(\theta, \mu h) - 2\bar{C}_{11}(\theta, \dot{\theta}, \mu h, \mu \dot{h})$ が歪対称行列であることに注意して $V(t)$ を時間微分すると,

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= s^T \bar{M}_{11}(\theta, \mu h) \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{\bar{M}}_{11}(\theta, \mu h) s \\ &= s^T \{ \bar{M}_{11}^0(\theta) \ddot{y} + \bar{C}_{11}^0(\theta, \dot{\theta}) \dot{y} \\ &\quad - s^T \{ \bar{M}_{11}^0(\theta) \ddot{y} + \bar{C}_{11}^0(\theta, \dot{\theta}) \dot{y} \} \\ &\quad + \mu \{ s^T \{ \bar{M}_{11}^1(\theta, h_0) \ddot{y} + \bar{C}_{11}^1(\theta, \dot{\theta}, h_0, \dot{h}_0) \dot{y} \} \\ &\quad - s^T \{ \bar{M}_{11}^1(\theta, h_0) \ddot{y} + \bar{C}_{11}^1(\theta, \dot{\theta}, h_0, \dot{h}_0) \dot{y} \} \} \\ &\quad + O(\mu^2)\end{aligned}$$

となる。このとき、 $O(1)$, $O(\mu)$ の Slow Model と制御入力を用いると,

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &\leq -\lambda_{\min}(K_s) \|s\|^2 - \epsilon_0(t) \|s\| - \mu \epsilon_1(t) \|s\| \\ &\quad + \|s\| \{ \delta \bar{M}_{11}^0 \|\ddot{y}\| + \delta \bar{C}_{11}^0 \|\dot{y}\| + \delta \bar{H}_1^0 \|\lambda\| \} \\ &\quad + \mu \|s\| \{ \delta \bar{M}_{11}^1 \|\ddot{y}\| + \delta \bar{C}_{11}^1 \|\dot{y}\| + \delta \bar{M}_{12}^0 \|\ddot{h}_0\| \\ &\quad + \delta \bar{C}_{12}^0 \|\dot{h}_0\| + \delta \bar{H}_1^1 \|\lambda\| + \delta \bar{T}_1^1 \|\tau_{s0}\| \} \\ &\quad + O(\mu^2) \\ &\leq -\lambda_{\min}(K_s) \|s\|^2 + O(\mu^2)\end{aligned}$$

となる。ただし、式変形において次の

$$\lambda_{\min}(K_s)\|s\|^2 \leq s^T K_s s \leq \lambda_{\max}(K_s)\|s\|^2 \dots (\text{付1})$$

なる関係を用いた。 $\lambda_{\min}(\cdot)$, $\lambda_{\max}(\cdot)$ はそれぞれ行列 $(\cdot)$ の最小固有値, 最大固有値である。同様に $O(\mu^n)$ まで繰り返すと,

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_{\min}(K_s)\|s\|^2 + O(\mu^{n+1}) \dots (\text{付2})$$

となる。ここで, (34) 式を用いると,

$$\dot{V}(t) \leq -\frac{2\lambda_{\min}(K_s)}{M_{\max}}V(t) + O(\mu^{n+1})$$

となり, $V(t)$ の軌道は,

$$\left. \begin{aligned} V(t) &\leq V_0 \exp\left\{-\frac{2\lambda_{\min}(K_s)}{M_{\max}}t\right\} + O(\mu^{n+1}) \\ V_0 &= V(t_0) - O(\mu^{n+1}) \end{aligned} \right\} (\text{付3})$$

で表される。このとき, ある時刻 $t_e \geq 0$ に対して $\epsilon_V \in O(\mu^{n+1})$ が存在して (32) 式が成り立つ。また, (34) 式より (33) 式を得る。 (証明終)

2. [補題2] の証明 はじめに, 位置誤差について, 次のような非負関数を考える。

$$v_p(t) = \frac{1}{2}e_p^2(t) \dots (\text{付4})$$

このとき, $|s_p| \leq \|s\| \leq \epsilon_s$ であることに注意して, (付4) 式を時間微分して, (27) 式を代入すると

$$\dot{v}_p(t) < -|e_p|(k_p|e_p| - \epsilon_s)$$

を得る。よって,

$$\dot{v}_p(t) < 0 \quad \text{if } |e_p| > \frac{\epsilon_s}{k_p}$$

が成り立つので, (35) 式を得る。次に, 力誤差について, 次のような非負関数を考える。

$$v_f(t) = \frac{1}{2}\left(\int_0^t e_f(t)dt\right)^2 \dots (\text{付5})$$

このとき, $|s_f| \leq \|s\| \leq \epsilon_s$ であることに注意して, (付5) 式を時間微分して, (27) 式を代入すると

$$\dot{v}_f(t) < -\frac{|e_f|}{k_f}(|e_f| - \epsilon_s)$$

を得る。よって,

$$\dot{v}_f(t) < 0 \quad \text{if } |e_f| > \epsilon_s$$

が成り立つので, (36) 式を得る。 (証明終)

森田 良文

(正員) 1964 年 12 月 24 日生まれ。1989 年名古屋工業大学大学院電気情報工学専攻博士前期課程修了。同年日本電装 (株) 入社。1991 年 10 月岐阜工業高等専門学校電子制御工学科助手。弾性ロボットマニピュレータの制御に関する研究に従事。計測自動制御学会, 日本ロボット学会会員。

輪飼 裕之

(正員) 1954 年 3 月 5 日生まれ。1979 年名古屋工業大学大学院計測工学専攻修士課程修了。1980 年名古屋工業大学電気工学科 (現電気情報工学科) 助手。分布定数系の理論と応用, 電力系統, 原子炉の制御に関する研究に従事。工学博士。計測自動制御学会, 日本原子力学会会員。

岩住 哲朗

(正員) 1933 年 2 月 25 日生まれ。1961 年京都大学大学院電気工学専攻博士課程単位取得退学。同大学原子エネルギー研究所助手, 助教授を経て, 1974 年名古屋工業大学教授。1994 年より同大学副学長。大規模系, 電力系統, 原子炉などの制御に関する研究に従事。工学博士。計測自動制御学会, 日本原子力学会会員。