円形断面光導波路のテーパ接合部における電磁界の等角写像による考察

正 員 宮 崎 保 光 (豊橋技術科学大学)

Analysis of Electromagnetic Field at Tapered Junction of Optical Circular Waveguides Using Conformal Mapping
Yasumitsu Miyazaki, Member (Toyohashi University of Technology)

Tapered couplers between optical fibers, and laser diodes or integrated circuits are very important components for optical communication and optical signal processing. Mode matching at the tapered junction of optical circular waveguide is required to obtain high efficiency and low loss in optical circuits. In this paper, electromagnetic fields in tapered couplers with the inhomogeneous refractive index are investigated for general optical waveguides with arbitrary cross sections. The optimum designs for tapered shape and inhomogeneous refractive index in matching coupler are found by the integral equations using conformal mapping. This method has been developed by the author for the analysis of the complicated millimeter waveguides. Electromagnetic mode conversions and reflections in axial symmetric circular tapered couplers are discussed by integral equations with Green's dyadics and conformal mapping.

キーワード：等角写像, Green 関数, テーパ光導波路

1. まえがき

半導体レーザの出力光は、横長のビームモードから正方形に近い矩形モードに近くなりつつあるが、シングルモード光ファイバあるいは多モード光ファイバとの結合においては、モード整合が十分行われていない¹⁻³⁾。また、半導体レーザと光集積回路、光ファイバと光集積回路においても同様なモード整合の課題が残されている⁴⁻⁷⁾。これまで、マイクロレンズあるいは、ファイバ端面加工によって、モード整合が試みられているが、効率のよい結合は行われていない。本論文では、モード分布が一般的形状をもつ2つの固有伝送系間を効率よく、モード整合をとることが可能な、テーパ状の屈折率分布型導波路結合素子についての電磁界特性を明らかにし、効率の高いモード結合素子の最適設計を与える理論を示している。とくに、等角写像と積分方程式により一般的境界形状と一般的屈折率分布をもつテーパ状屈折率分布型導波の電磁界の厳密な解析法を展開している。

境界が複雑な電磁界の境界値問題の解法にはモード展開法を中心に、各種の解析的手法と数値計算法が用いられている。筆者らは、1964年にミリ波導波管の折れ曲り部における入射 TE_{01} 波のモード変換と反射の3次元問題において、等角写像法とGreen関数を用いた積分方程式法が有効であることを示した⁸⁾。1965年には、だ円筒の散乱、回折をはじめ、等角写像法と漸近展開法の組合せ法も有効であることを示した⁹⁾。その後曲がり導波管、曲がりビーム波導波路について検討し、1972年には光ファイバと光ICの導波

路設計について等角写像とGreen関数を用いた積分方程式法の一般理論を示した¹⁰⁻¹²⁾。

近年では、半導体レーザと光IC導波路、不均質テーパ導波路を用いた光分波器について等角写像法を展開した¹³⁻¹⁴⁾。また、EMC問題としてマイクロ波、高周波フィルター設計についても有用性を示した¹⁵⁾。

ここでは、具体的数値例を求めるのに基本的性質を有する回転対称界のテーパ部における電磁界解析について等角写像とGreen関数を用いた積分方程式法による手法を示し、最適設計、反射、モード変換、放射界について示す。

2. テーパ部における等角写像

円筒形状導波路と円錐形導波路の接合問題は、これまで、モード展開法などにより検討されてきている導波路の境界値問題として、座標系、モード系の異なる領域の接合問題として基本的な課題である。

筆者らは、これまで、ウェッジによる漸近界に基づいた回折手法により円形 TE_{01} モードと円錐 TE モードの反射モード変換を示した¹⁶⁾。ここでは、ゆるやかな接合であるテーパ部の電磁界を等角写像とGreen関数を用いて積分方程式法によって検討する。図1は、一般的断面をもつテーパ導波路であり、図2は円形断面をもつ軸対称なテーパ導波路である。

図3に示すように、実空間の $(X, Y, Z), (R, \theta, Z)$ におけるテーパ導波路を (R, Z) 平面についての等角写像により、

図4の写像空間 (r, θ, z) における真直な導波路に写像することを考える。

テーパ形状および複雑な横断面をもつ屈折率分布型導波路における電磁界の解析は、標準的な、厳密な解が得られる導波路からの摂動として、等角写像による解析に示される。ここで、基準形および摂動形の分布に対し、(1),(2)の記号を用いて、

コアの誘電率が $\epsilon_1 = \epsilon_1^{(1)} + \epsilon_1^{(2)}$

クラッドの誘電率が $\epsilon_2 = \epsilon_2^{(1)} + \epsilon_2^{(2)}$

である。テーパ導波路が (X, Y, Z) 空間内に存在しているとき、標準型境界をもつ導波路への写像を考える。写像における測度 h は、線素 ds^2 について、

$$\begin{aligned} ds^2 &= dX^2 + dY^2 + dZ^2 \\ &= h_x^2 dx^2 + h_y^2 dy^2 + h_z^2 dz^2 \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ここで、

$$dX^2 + dY^2 = h_1^2(dx^2 + dy^2)$$

$$dX^2 + dZ^2 = h_2^2(dx^2 + dz^2)$$

$$dY^2 + dZ^2 = h_3^2(dy^2 + dz^2)$$

図1. テーパ状屈折率分布型導波路
Fig.1 Tapered waveguide of the dielectric distribution

図2. 円形断面光導波路のテーパ部
Fig.2 Tapered part of circular sectional optical waveguide

また、複素面 Z_i と複素面 z_i について、

$$\dot{Z}_1 = X + jY, \quad \dot{z}_1 = x + jy$$

$$\dot{Z}_2 = X + jZ, \quad \dot{z}_2 = x + jz$$

$$\dot{Z}_3 = Y + jZ, \quad \dot{z}_3 = y + jz$$

とすれば、測度係数 h_i は、

$$h_i = \left| \frac{d\dot{Z}}{d\dot{z}} \right| \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる。

横断面に接しては、Rieman の写像定理によれば、 Z_1 平面上で連続体を境界とする単連結領域 D を平面 z_1 の単位円に写像することができる。このときの写像は、

$$\dot{Z} = \sum a_n \dot{z}^n \dots\dots\dots (3)$$

によって与えられる。

テーパ部においては、たとえば

$$\dot{Z} = \dot{z} + \frac{a}{c} \tan^{-1} cz \dots\dots\dots (4)$$

によって与えられる。ここに、 (Z, X) 平面と (z, x) 平面では

$$\dot{Z} = Z + jX, \quad \dot{z} = z + jx$$

図3. 実空間におけるテーパ導波路
Fig.3 Tapered waveguide in real space

図4. 写像空間におけるテーパ導波路
Fig.4 Tapered waveguide in mapping space

ここでは、図3に示される軸対称のテーパ部における電磁界について考える。直線偏波の光モードは、2つの円偏波光モードの合成によって示される。多くの場合、直線偏波に近い HE_{11} モードが入射されるため、ここでは、円偏波の対称モードについて基本的性質を検討するにとどめる。図5 (a) におけるテーパ部において、物理空間としての実空間を

$$\dot{Z} = Z + jR \dots\dots\dots (5)$$

として考える。 $\dot{Z}$ 空間を、図5 (b)に示す z 空間に写像する。 z は

$$z = z + jr \dots\dots\dots (6)$$

テーパ部の解析に用いる等角写像は

$$\dot{Z} = \dot{z} + \frac{a}{c} \tan^{-1} c\dot{z} \dots\dots\dots (7)$$

また、 a, c は凸形境界のパラメータである。光ファイバの境界は $Im(\dot{z}) = |r| = b$, 光ファイバの最大径は、 (R, θ, Z) 空間において、 $Z = 0$ において $2R = (1+a)2b$ である。空間の測度係数は

$$h = \left| \frac{d\dot{Z}}{d\dot{z}} \right| = \left| 1 + \frac{a}{1+(c\dot{z})^2} \right| \dots\dots\dots (8)$$

$Z = 0$ 近くにおける境界では、

$$\begin{aligned} R &= (1+a)r \left\{ 1 - \frac{a}{1+a} \left(\frac{cZ}{1+a} \right)^2 \right\} + \dots \\ &= (1+a)r(1+s(r,z)) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$(1+a)r = r_1$, $r_1s = s_1$ とすれば、

$$R = r_1 + s_1(r,z)$$

また、座標 (Z, R) と座標 (z, r) については、一般に

$$\begin{aligned} Z &= z + \frac{a}{2c} \tan^{-1} \frac{2cz}{1-(cz)^2-(cr)^2} \\ R &= r + \frac{a}{2c} \tanh^{-1} \frac{2cr}{1+(cz)^2+(cr)^2} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

さらに、測度パラメータ h について、中心軸近傍では

$$h^2 = (1+a)^2(1-l_z^2 z^2) + g \dots\dots\dots (11)$$

ここに、

$$l_x = \frac{2ac^2}{1+a} \dots\dots\dots (12)$$

$$\begin{aligned} g &= (1+a) \{ 2ac^2 r^2 \\ &\quad - ac^4 [(r^2 + z^2)^2 - 4(z^2 - r^2)^2] \} + \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

また、中心軸の周辺では、

$$h^2 = (1+a)^2(d-l_z^2 z^2) + f \dots\dots\dots (14)$$

$$d = 1 + \frac{a(2c^2 b^2 + 3c^4 b^4)}{1+a} \dots\dots\dots (15)$$

$$l_z^2 = \frac{2ac^2}{1+a} + 8 \frac{ac^4 b^2}{1+a} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、

$$\begin{aligned} f &= (1+a)a[(|r|-b)(16c^4bz^2 - 4c^2b - 12b^3c^4) \\ &\quad + (|r|-b)^2(2c^2 - 8c^4z^2 + 18b^2c^4) \\ &\quad + (|r|-b)^3(-12bc^4) + (|r|-b)^43c^4] \\ &\quad + \dots \dots\dots (17) \end{aligned}$$

である。図6は、式(7)に対応するテーパ構造である。

(a)

(b)

図5. テーパ状屈折率分布型導波路における等角写像
Fig.5 Conformal mapping for tapered waveguide of the dielectric distribution

図6. テーパ導波路
Fig.6 Tapered waveguide

3. テーパ導波路における電磁界

物理空間 (X, Y, Z) における導波路の電磁界 E_1, E_2 は、コア部 Ω_1 、クラッド部 Ω_2 につき、コア部、クラッド部にお

る光波源を J_1, J_2 とし、強制的電流源の位置ベクトルを r' として、

$$\begin{aligned} & -\nabla_{xyz} \times \nabla_{xyz} \times \begin{pmatrix} E_1(R, R') \\ E_2(R, R') \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_1^2 E_1(R, R') \\ \beta_2^2 E_2(R, R') \end{pmatrix} \\ & = - \begin{pmatrix} J_1(R, R') \\ J_2(R, R') \end{pmatrix} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここに、定数、 β_1, β_2 は、 $\beta_1^2 = \omega^2 \varepsilon_1 \mu_1$, $\beta_2^2 = \omega^2 \varepsilon_2 \mu_2$ である。電磁界の境界条件は、 $\partial\Omega_1 = \partial\Omega_2 = S$ において、

$$\begin{aligned} & B \begin{pmatrix} E_1(R, R') \\ E_2(R, R') \end{pmatrix} \\ & = n \times \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \nabla \times & -\nabla \times \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1(R, R') \\ E_2(R, R') \end{pmatrix} \\ & = 0 \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ベクトル波動方程式は、 (x, y, z) 空間において、まっすぐな導波路に関する方程式として、次の非同次の方程式となる。

$$\begin{aligned} & -\nabla_{xyz} \times \nabla_{xyz} \times \begin{pmatrix} E_1(r, r') \\ E_2(r, r') \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega^2 \varepsilon_1 \mu_1 E_1(r, r') \\ \omega^2 \varepsilon_2 \mu_2 E_2(r, r') \end{pmatrix} \\ & = - \begin{pmatrix} J_1(r, r') - F(E_1(r, r')) \\ J_2(r, r') - F(E_2(r, r')) \end{pmatrix} \begin{matrix} r \in \Omega_1^{(0)} \\ r \in \Omega_2^{(0)} \end{matrix} \quad (20) \end{aligned}$$

境界条件は、

$$B \begin{pmatrix} E_1(r, r') \\ E_2(r, r') \end{pmatrix} = 0 \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 $\Omega_1^{(0)}$ は、導波路の内部、コア領域、 $\Omega_2^{(0)}$ は、導波路の外部、クラッド領域を示す。境界は、 $r = (X^2 + Y^2)^{1/2} = a$ で与えられる。ベクトル作用子項 $F_i(E)$ は、測度係数 h_x, h_y, h_z により与えられる。軸方向の漸近解の場合には、 $\frac{\partial^2}{\partial z^2} > c \frac{\partial}{\partial z}, c \frac{\partial}{\partial z}, c \frac{\partial}{\partial y}$ として、

$$\begin{aligned} & -\nabla_{xyz} \times \nabla_{xyz} \times E_i + \omega^2 \varepsilon_i^{(1)} \mu_i E_i \\ & = - \left(1 - \frac{h_i^2}{h_3^2} \right) \frac{\partial^2 E_{ti}}{\partial z^2} + J_i h_i^2 \\ & \quad - \beta_i^2 (1 - h_i^2) E_{ti} - \omega^2 \varepsilon_i^{(2)} \mu_i E_i \\ & = -\omega^2 \varepsilon_i^{(2)} \mu_i E_i + J_i h_i^2 + F_i(E) \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

E_i は横方向ベクトル成分である。空間の歪による汎関数の項 F は、写像されたまっすぐな導波路における媒質の不均質と等価であるとみなされている。

方程式(22)は、関数空間における作用子表示として、次のように示される。

$$LE = J + L_F E + L_E E \dots\dots\dots (23)$$

ここで、作用子 L, L_F, L_E , ベクトル E, J は、

$$\begin{aligned} L &= \begin{pmatrix} \nabla_{xyz}^2 + \omega^2 \varepsilon_1^{(1)} \mu & 0 \\ 0 & \nabla_{xyz}^2 + \omega^2 \varepsilon_2^{(1)} \mu \end{pmatrix} \\ L_F &= - \begin{pmatrix} -F_1 & 0 \\ 0 & -F_2 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_E &= - \begin{pmatrix} \omega^2 \varepsilon_1^{(2)} \mu & 0 \\ 0 & \omega^2 \varepsilon_2^{(2)} \mu \end{pmatrix} \\ E &= \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

従って、逆作用子は、 $L^{-1} = G$ に対応するグリーンダイアディックを用いれば、

$$E = L^{-1} J + L^{-1} (L_F + L_E) E \dots\dots\dots (24)$$

入射波に関する項として、 $E_0 = L^{-1} J$ とすれば、 $L' = L_F + L_E$ として、

$$E = E_0 + L^{-1} L' E_0 + L^{-1} L' L^{-1} L' E_0 + \dots\dots\dots (25)$$

式(24)におけるグリーンダイアディックは、固有界 ϕ_α , 固有値 β_α を用いて、正規化係数 $M_\alpha, M_{\beta z}$ を用いて、

$$\begin{aligned} G &= \sum_\alpha \frac{\phi_\alpha(r_t) \phi_\alpha^*(r'_t)}{M_\alpha(\omega, \beta_{z\alpha})} \exp(-j\beta_{z\alpha}|z - z'|) \\ &+ \int_{c_{\beta z}} \frac{\phi_{\beta z}(r_t) \phi_{\beta z}^*(r'_t)}{M_{\beta z}} \\ &\cdot \exp(-j\beta_z|z - z'|) d\beta_z \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

によって与えられる。コア径がスポットサイズより十分大きく、境界の影響を無視できる不均質導波路の場合には、 β_z, ϕ は不均質導波路のコア部の固有値により与えられる。 $\varepsilon_1 = \varepsilon'(1 - ((l_x x)^2 - (l_y y)^2))$ のとき、積記号 $[\cdot]$ を用いて、

$$\begin{aligned} G &= \sum_{m,n} \left(I - \nabla' \frac{1}{\omega^2 \varepsilon_1 \mu} \nabla \right) \frac{\exp(-j\beta_{mn}|z - z'|)}{M_{mn}} \\ &\cdot \prod_{\substack{\xi=x,y \\ \eta=m,n}} \phi_{\xi\eta}(a\xi\xi) \phi_{\xi\eta}^*(a\xi\xi') \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} M_{mn} &= j2\beta_{mn} \\ \beta_{mn} &= \left[\beta_1^2 - (2n+1)l_y\beta_1 \right. \\ &\quad \left. - (2m+1)l_x\beta_1 - g_x l_x^2 - g_y l_y^2 \right]^{1/2} \\ a_\xi^2 &= \beta_1 l_\xi, \quad g_\xi = 1 \quad (i_\xi i_\xi \text{ のときのみ}) \\ \phi_m(a\xi\xi) &= \frac{(a_\xi^2/\pi)^{1/4}}{2^{m/2} \sqrt{m!}} \exp(-a_\xi^2 \xi^2/2) H_m(a_\xi \xi) \end{aligned}$$

4. 接合部におけるモード変換, 結合特性

領域 I, II, III をそれぞれ、入射側、テーパ部、出力側の領域とし、それぞれの領域の誘電率を $\varepsilon^{(I)}, \varepsilon^{(II)}, \varepsilon^{(III)}$, 写像による測度係数を $h_i^{(I)}, h_i^{(II)}, h_i^{(III)}$ とすれば、式(22), (25) より全電磁界は、

$$\begin{aligned} E_{totl} &= E_{inc} - \sum_{s,l} \int \left[\left(1 - \frac{h_t^{(s)^2}}{h_3^{(s)^2}} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right. \\ &\quad \left. - \omega^2 \varepsilon_i^{(2)} \mu + \beta_i^2 (1 - h_t^{(s)^2}) \right] E_t G dv \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

したがって、最適なテーパ屈折率分布は、式(28)における被積分項が最小になる形状と屈折率分布である。すなわち、

$$\sum_{s,t} \left\| \left(1 - \frac{h_t^{(s)^2}}{h_3^{(s)^2}} \right) \frac{\partial^2 E_t}{\partial z^2} - \omega^2 \epsilon_i^{(2)} \mu E_t + \beta_i^2 (1 - h_t^{(s)^2}) E_t \right\| \rightarrow \min \dots\dots\dots (29)$$

式(29)は漸近解におけるテーパ部における最適な屈折率分布を与える関係式である。基本モードの伝搬定数を β_{oz} とすれば、

$$\sum_{s,t} \left(1 - \frac{h_t^{(s)^2}}{h_3^{(s)^2}} \right) (-\beta_{oz}^2) + \beta_i^2 (1 - h_t^{(s)^2}) = \omega^2 \epsilon_i^{(2)} \mu \dots\dots\dots (30)$$

の屈折率分布の補正が最適な屈折率分布を与える。全体の屈折率分布は、図7のように不均質分布として、

$$\epsilon_i = \epsilon_i^{(1)} - \sum_{s,t} \left(1 - \frac{h_t^{(s)^2}}{h_3^{(s)^2}} \right) \frac{\beta_{oz}^2}{\omega^2 \mu} + \frac{\beta_i^2}{\omega^2 \mu} (1 - h_t^{(s)^2}) \dots\dots\dots (31)$$

h_t は軸対称でない楕円ビーム波の変換に関係する項である。

図7. テーパ結合器と最適屈折率分布
Fig.7 The optimum dielectric distribution for the field matching

5. 円形断面テーパ部の軸対称モード変換

円形断面をもつテーパ部における電磁界を軸対称モード界に注目した場合には、前節とは異なる表現が可能となる。たとえば、線素を

$$\begin{aligned} ds^2 &= dR^2 + dZ^2 + R^2 d\theta^2 \\ &= h_1^2 dr^2 + h_2^2 dz^2 + R^2 d\theta^2 \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

とおけば、軸対称の電磁界は、写像空間において、Z軸からの距離を $R(r, z)$ とし、

$$h = \left| \frac{dZ}{dz} \right|^2 \dots\dots\dots (33)$$

として、コア部 ($i = 1$)、クラッド部 ($i = 2$)、マントル部 ($i = 3$) について、

$$\begin{aligned} E_{i\theta} &= \frac{\varphi_i}{R}, & H_{ir} &= \frac{(j\omega\epsilon_i - \sigma_i)}{Rk_i^2} \frac{1}{h_2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial z}, \\ H_{iz} &= \frac{(j\omega\epsilon_i - \sigma_i)}{Rk_i^2} \frac{1}{h_1} \frac{\partial \varphi_i}{\partial r}, \\ E_{ir} &= E_{iz} = 0, \dots\dots\dots (34) \\ H_{i\theta} &= \frac{\psi_i}{R}, & E_{ir} &= \frac{j\omega\mu_i}{Rk_i^2} \frac{1}{h_2} \frac{\partial \psi_i}{\partial z}, \\ E_{iz} &= \frac{j\omega\mu_i}{Rk_i^2} \frac{\partial \psi_i}{\partial r}, \\ H_{ir} &= H_{iz} = 0 \end{aligned}$$

φ_i, ψ_i はつぎの波動方程式を満足する。たとえば、円偏波の φ_i について、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_R \varphi_i &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \right) + \frac{h^2}{R} k_i^2 \varphi_i \\ &= 0 \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

電磁界の連続性より、境界条件は、境界面 $S_i(r = r_i)$ において、

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \varphi_{i+1}, & \frac{1}{\mu_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} &= \frac{1}{\mu_{i+1}} \frac{\partial \varphi_{i+1}}{\partial r} \\ \psi_i &= \psi_{i+1}, & \frac{1}{\epsilon_i} \frac{\partial \psi_i}{\partial r} &= \frac{1}{\epsilon_{i+1}} \frac{\partial \psi_{i+1}}{\partial r} \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

式(35)より、測度係数、座標に対して、

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{r} + g_R(r, z) \dots\dots\dots (37) \\ \frac{h^2}{R} &= 1 + f(r, z) \end{aligned}$$

とおけば、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_r \varphi_i &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \right) + \frac{k_i^2}{r} \varphi_i \\ &= -\mathcal{L}_F \varphi_i \\ \mathcal{L}_F &= \frac{\partial}{\partial z} g_R \frac{\partial}{\partial z} + f \left(\frac{1}{r} + g_R \right) k_i^2 \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

$\mathcal{L}_r \varphi_i = \mathcal{L}_r(rE_\theta) = 0$ に対して、 $\mathcal{L}_F$ はテーパ部の影響と見なされる。したがって、

$$\mathcal{L}_r(rE_\theta) = \mathcal{L}_r^0 E_\theta \dots\dots\dots (39)$$

として、式(36)の境界条件を満足する Green 関数を G_i とすれば

$$\mathcal{L}_r^{-1}(rG) = (\mathcal{L}_r^0)^{-1} G_i \dots\dots\dots (40)$$

求める電磁界は、入射波を φ_i^0 として、

$$\varphi_i = rE_{i\theta} = \int G_i (-\mathcal{L}_F \varphi_i) + \varphi_i^0 \dots\dots\dots (41)$$

すなわち、 β_i を固有モード φ_i^0 の伝搬定数として、導波モードと放射モードの係数 C_i を用いて、

文 献

- (1) D. Marcuse: Theory of Dielectric Waveguides (Academic Press 1991).
- (2) Y. Miyazaki: Optical and Quantum Electronics, vol.9, pp.153-165 (1977).
- (3) 宮崎保光: 電気学会雑誌, 97 巻, pp.956-963 (1977).
- (4) F. Sporleder and H. G. Unger: Waveguide tapers transitions and couplers, (Peter Peregrinus LTD, 1979).
- (5) 沢: 信学論, 55-C 巻, 12, pp.652-660 (1972).
- (6) 宮崎: 電子情報通信学会論文誌, 57-C 巻, 8, pp.255-262 (1974).
- (7) 宮崎: 電子情報通信学会論文誌, 59-C 巻, 8, pp.37-44 (1976).
- (8) 宇田川, 宮崎: 信学誌, 47 巻, pp.1186-1194 (1964).
- (9) 宇田川, 宮崎: 信学誌, 48 巻, pp.1222-1231 (1965).
- (10) Y. Miyazaki: Trans. IECE, Japan, vol.59, 10, pp.1-6 (1976).
- (11) Y. Miyazaki: Arch. Elekt. u. Übertr., vol.29, pp.205-211 (1975).
- (12) Y. Miyazaki: Topical Meeting on Integrated Optics, USA, IEEE, Las Vegas, WA-2 (1972).
- (13) 宮崎: 電気学会, 電磁界理論研究会資料, EMT-91-91 (1991).
- (14) 宮崎: 信学会, 信学技報 US92-65 (1992).
- (15) Y. Miyazaki: 1994 International Symp. on EMC, Sendai, 19P406, pp.697-700 (1994).
- (16) 宇田川, 宮崎: 信学誌, 49 巻, pp.2407-2416 (1966).

宮崎 保光

(正員) 1941年2月4日生。1968年3月名古屋大学大学院工学研究科電子工学専攻博士課程修了。同年4月同大学工学部電気工学科助手, 講師を経て, 1976年同大学助教授。1981年豊橋技術科学大学工学部情報工学系教授, 現在に至る。この間, 1975年~1977年西ドイツ・ブラウンシュバイク工科大学高周波研究所に客員として出張。主として, ミリ波導波路, 光ファイバ, 光集積回路, 電磁波の散乱・回折, EMC, 生体電磁工学の研究に従事。1970年米沢賞受賞。著書「応用ベクトル解析」。応用物理学会, 電子情報通信学会, IEEE 会員。

$$G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_i C_i \varphi_i^0(x_i r) \varphi_i^0(x_i r') e^{-j\beta_i |z-z'|} + \int_{C_v} C_v \varphi_v^0(x_v r) \varphi_v^0(x_v r') e^{-j\beta_v |z-z'|} dv \dots (42)$$

境界条件を満足する Green 関数を G_i とすれば, 測度関数による摂動項を $F(g_R, f)$ として,

$$E_{i,totl} = \int (k^2 F(s, q)) E_{i,totl} G_i dv - \int_{s_{0+}, s_{0-}} \left(\frac{\partial E_{i,totl}}{\partial n} G_i - \frac{\partial G_i}{\partial n} E_{i,totl} \right) dS \simeq E_{i,inc} + \int (k^2 F(s, q)) E_{i,totl} G_i dv \dots (43)$$

式(43)の第2項がモード変換係数 c_{ij} を与える。また, 式(43)において, $E_i = \sum_\alpha a_\alpha \phi_{i,\alpha} e^{-j\beta_\alpha z}$ とおけば, 振幅 a_α についてのモード結合方程式が得られる。

$$\frac{da}{dz} = K a, \quad a(0) = a_0 \dots (44)$$

ここで,

$$a = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n)^T, K = (c_{ij}), \\ a_0 = (a_1^{(0)} \ a_2^{(0)} \ \dots \ a_n^{(0)})^T$$

である。

もし, 不均質結合係数 K を, K_0 の定数ベクトルを分離し,

$$K = K_0 + K_1(z) \dots (45)$$

と分解すれば, モード振幅ベクトル a は,

$$a(z) = e^{K_0 z} + \int_0^z e^{K_0(z-z')} K_1(z') a(z') dz' \dots (46)$$

によって与えられる。モード変換は, フレドホルム型の積分方程式の解として,

$$a(z) = e^{K_0 z} a_0 + \int_0^z e^{K_0(z-z')} K_1(z') a_0(z') dz' + \int_0^z e^{K_0(z-z'')} K_1(z'') \cdot \int_0^{z''} e^{K_0(z''-z')} K_1(z') a_0(z') dz' dz'' + \dots \dots (47)$$

によって, 求められる。

6. まとめ

境界が複雑な電磁界の解析には, 等角写像と積分方程式の混合法が有効であり, 本論文では, この混合法を実用的にも重要な, 円形光導波路のテーパ部におけるモード変換の検討に, 適用している。とくに, 軸対称のモード入射についての解析の基礎特性を示した。

(平成7年5月1日受付, 同7年7月25日再受付)