ブラウン運動を利用した $1/f$ ノイズ発生回路

(正会員) 吉田裕道 (東京都立工業技術センター)

(正会員) 川口尚宏 (東京都立工業技術センター)

1/f noise generation circuit by utilizing Brown motion

Hiromichi Yoshida, Member (Tokyo Metropolitan Industrial Technology Center)

Takahiro Kawaguchi, Member (Tokyo Metropolitan Industrial Technology Center)

1/f noise is found in various components and devices and the name 1/f is used because the power spectrum varies as $1/f^\alpha$, with α close to unity. Many models for 1/f noise have been proposed but specific physical processes mostly remain to be identified. This paper describes a 1/f noise model based on the property of Brown motion, where the probability of first return to the origin is in proportion to the passage time to the minus three-second power. Therefore the paths of Brown motion cross the origin at intervals of 1/f spectrum. A practical example is given to illustrate how the model may be used to generate 1/f noise by electric circuits. An integrator and a comparator are connected in series. The comparator generates pulsed 1/f noise when white noise is applied to the input of the integrator. This circuit can be applied to generate 1/f noise in industrial applications for the low frequency range.

キーワード: $1/f$ ノイズ, 雑音, ゆらぎ, ブラウン運動, 電子回路

1. はじめに

$1/f$ ノイズはパワースペクトラムが周波数 f に逆比例する雑音で, 1925年に J. B. Johnson によって真空管の電流中で発見された。その後, 抵抗器や半導体あるいは異種材料の接合部分などでも見い出され, 電子素子や自然現象に広範に存在する雑音として研究されている⁽¹⁾⁽²⁾。また最近, $1/f$ ゆらぎは人に快適感を与えるとして, 家電製品の制御, 環境音楽の作曲, 装飾品のデザイン等にも使用されている⁽³⁾⁽⁴⁾。

人工的に $1/f$ ノイズを発生させるには, 主にデジタル信号処理回路を使用したフィルタが使用されているが, その構成は簡単ではない。家電製品の扇風機の風量やカーペットの温度制御などでは $1/f$ スペクトラムを持つ信号を予めメモリに記憶させて使用時に読み出している⁽⁵⁾。しかし, メモリに記憶させた信号は規則性が現れ意外性に欠ける。簡単な構成で家電製品等にも組み込める実用的な $1/f$ ゆらぎの発生源を開発することは工業的に有益である。また, 電子素子の $1/f$ ノイズ発生機構を研究する上でも重要である⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

従来, 電子回路でアナログ的に $1/f$ ノイズを発生させる試みには次のようなものがある。元石と古賀は, $1/\sqrt{s}$ に等しい影像インピーダンスもつ対称格子形 RC 回路を多段接続した回路の入力インピーダンスが $1/\sqrt{s}$ に近似されることを発見した⁽⁸⁾。彼らはこの回路に白色雑音を加えて $1/f$ ノイズが発生することを示した。例えば, $C = 1 \mu F$, $R = 500 \Omega$ を 2 組使用した対称格子型回路を 10 段直列

に接続して, 1 kHz から 100 kHz の周波数帯域で $1/f$ パワースペクトラムを得ている。M. Delagado-Restituto 等は, 入力に対して出力が非線形なスイッチドキャパシタ回路を用い $1/f$ ノイズを発生させた⁽⁹⁾。スイッチドキャパシタのクロック周波数が 10 kHz のときにカオスの発振が起き, 約 400 Hz から 2 kHz の範囲で $1/f$ パワースペクトラムが得られた。これらの回路は多くの時定数を使用し, その選択と組み合わせによって $1/f$ スペクトラムを発生している。したがって素子数は多くなり素子感度も高い。低周波域での $1/f$ ノイズの発生には大きな時定数が必要である。

トランジスタや抵抗器など電子素子における $1/f$ ノイズの研究では, 従来は, トラップの時定数 τ が確率密度 τ^{-1} で幅広く分布することによって $1/f$ ノイズが発生すると考えられていた。しかし, 筆者等は半導体中のキャリアがバリアを越えてトラップされる過程を調べ, トラップ中のキャリア数がブラウン運動する粒子の位置と同様に時間的变化をすることによって, $1/f$ ノイズが発生することを明らかにした⁽¹⁰⁾。この研究によって, 従来は説明できなかったバルクからの $1/f$ ノイズ発生や, 小さな素子でも極めて低い周波数の $1/f$ ノイズが発生する物理的プロセスが示された。

本研究は, 筆者等の上記半導体中のブラウン運動による $1/f$ ノイズの発生をモデルに, 本質的には回路の時定数に関係しない $1/f$ 発生回路を開発することである。回路の動作原理は, 一次元ブラウン運動を原点でコンバートすると $1/f$ スペクトルが現れるというものである。その回路構成は, 1つの積分回路と1つのコンパレータを直列

に接続し、それに白色雑音を加えたものである。簡単な回路で低周波域まで $1/f$ ノイズが発生可能という特長を持っている。

2. 動作原理

数学的な構造と回路の動作原理について、筆者等の半導体における研究⁽¹⁰⁾の一部を引用し、また、電子回路を作成するために必要な変更を加えて次に述べる。

2.1 ブラウン運動が初期値に戻る確率

まず、コンデンサに蓄積された電荷 X_n の時間的変動を考える。ただし、 n , X_n は整数で、 n は初期から単位時間の n 倍が経過した時刻を表す。時刻 n の変化分を Y_n ($Y_n = \pm 1$)、初期値 $X_0 = 0$ とする。A. F. Karr の解析方法にならないランダムウォークが初期値に戻る確率を計算する⁽¹¹⁾。 X_n と Y_n の関係は次式で表される。

$$X_n = \sum_{i=1}^n Y_i \quad (1)$$

電荷はランダムに変化するから確率的に $Y_i \cap Y_j = 0$ ($i \neq j$) となり、個々の事象の確率の和が全体の確率になる。

$$P\left(\bigcup_{i=1}^k Y_i\right) = \sum_{i=1}^k P(Y_i) \quad (2)$$

ここで X_n が値 k を取る確立 $P\{X_n = k\}$ を計算する。 $Y_n = \pm 1$ ($Y_n \neq 0$) だから、 n が偶数ならば X_n も偶数、 n が奇数ならば X_n も奇数になる。したがって、 $(n+k)/2$ は整数である。もし、 $(n+k)/2$ 回の $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ が 1 で、残りの $(n-k)/2$ 回の Y_j が -1 とすると、 $X_n = k$ になる。 X_n の絶対値は n を越えることはないから、 $k \in \{-n, \dots, 0, \dots, n\}$ である。したがって、 $j \in K$ のときだけ $Y_j = 1$ とすると、

$$P\{X_n = k\} = \sum_{|K|=(n+k)/2} P\{Y_j = 1 \mid j \in K\} \\ = \binom{n}{(n+k)/2} \cdot 2^{-n} \quad (3)$$

である。ここで、 T^0 を X_n が初めて初期値 0 に戻るまでの時間として次の通り表す。

$$T^0 = \min\{n \geq 1: X_n = 0\} \quad (4)$$

T^0 は偶数であり、その確率は次の通りである。

$$P\{T^0 > 2n\} = P\{X_1 \neq 0, \dots, X_{2n} \neq 0\} \\ = \binom{2n}{n} \cdot 2^{-2n} \quad (5)$$

n の階乗に関する Stirling's の近似は次の通りである。

$$n! \cong \sqrt{2\pi n} n^{n+1/2} e^{-n} \quad (6)$$

これを代入すると

$$P\{T^0 > 2n\} \cong \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \quad (7)$$

ここで $\tau = 2n$ とおくと、確率は、

$$P\{T^0 > \tau\} \cong \frac{1}{\sqrt{\pi \tau / 2}} \quad (8)$$

になる。したがって、初期から τ 時間経過後に電荷が初めて初期値に戻る確率は次の通りである。

$$g(\tau) d\tau \cong \frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi \tau / 2}} \right) d\tau \\ = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \tau^{-3/2} d\tau \quad (9)$$

すなわち初期値に初めて戻る確立密度は経過時間の $-3/2$ 乗に比例する。

2.2 Poisson 分布の自己相関とスペクトラム

ランダムに変化する方形波の分布は 2 項分布になり、波の数が無限に多くなると Poisson 分布に一致する。ここで平均波長を T_m 、振幅を $\pm a_0$ とおくと、時間 τ に方形波が n 個入る確率は、

$$P(n, \tau) = \frac{(\tau/T_m)^n}{n!} e^{-(\tau/T_m)} \quad (10)$$

となり、自己相関関数は次式で表される。

$$C_{Tm}(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_0^2 P(n, \tau) \\ = a_0^2 e^{-2\tau/T_m} \quad (11)$$

Wiener-Khinchine の定理からパワースペクトラムは次式で表される。

$$E_{Tm}(f) = 4 \int_0^{\infty} C(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau \\ = \frac{8 a_0^2 T_m}{4 + (2\pi f)^2 T_m^2} \quad (12)$$

2.3 ランダム運動のパワースペクトラム

前記の 2.1 で述べたように、ランダム運動を原点でコンパレートした場合、方形波の出現する確率密度は平均周期の $-3/2$ 乗に比例する。

$$g(T_m) \propto T_m^{-3/2} \quad (13)$$

平均周期が T_m なので時間軸に占める確率密度は次式で表される。

$$h(T_m) \propto g(T_m) T_m \quad (14)$$

確率密度を規格化すると

$$\int_{T_L}^{T_H} h(T_m) dT_m = 1 \quad (15)$$

ただし T_L は最短パルス幅、 T_H は最長パルス幅である。

$$h(T_m) \cong \frac{1}{2\sqrt{T_H T_m}}$$

一般にシステム $X(t)$ の自己相関関数は次の通り定義されている。

$$C(\tau) = E[X(t) X(t+\tau)] \quad (16)$$

ただし、 $E[X(t) X(t+\tau)]$ は $X(t) X(t+\tau)$ のアンサンブル平均を表す。したがって、時間軸上で確率密度 $h(T_m)$ の波形が重なる確率は $h(T_m)^2$ に比例する。周期 T_m のパワースペクトラム $E_{Tm}(f)$ を、 $h(T_m)^2$ を統計的重みとして加算すると様々な周期のパルスが混在する場合のパワースペクトラムを求めることができる。

$$E(f) = \int_{T_L}^{T_H} \frac{8a_0^2 T_m}{4 + (2\pi f)^2 T_m^2} \left(\frac{c^2}{T_H T_m} \right) dT_m$$

$$= \frac{2c^2 a_0^2}{\pi T_H f} [\arctan(\pi T_H f) - \arctan(\pi T_L f)]$$

(17)

ただし c は定数である。

したがって、周波数 f の範囲によって、パワースペクトラムの値を次式のように近似することができる。

$$E(f) = 2a_0^2 c^2 \quad \text{for } f \ll \frac{1}{\pi T_H}$$

$$E(f) = \frac{a_0^2 c^2}{T_H f} \quad \text{for } \frac{1}{\pi T_H} \ll f \ll \frac{1}{\pi T_L}$$

$$E(f) = \frac{2a_0^2 c^2}{\pi^2 T_L T_H f^2} \quad \text{for } f \gg \frac{1}{\pi T_L}$$

(18)

この式から、白色雑音が存在する周波数帯域で、上記プロセスによって $1/f$ ノイズが発生することが示された。

3. シミュレーション

コンピュータでシミュレーションを実施した。デジタル的に数値を処理したデジタルシミュレーションと SPICE を利用したアナログ回路のシミュレーションの結果について述べる。

3.1 デジタルシミュレーション

時間 k において、コンデンサの電荷を Q_k 、その変化分を ΔQ_k とする。前章の X_k に相当するのが Q_k 、 Y_k に相当するのが ΔQ_k であるが、違いは Q_k と ΔQ_k は整数だけではなく実数を取り、 ΔQ_k が -1 から $+1$ までランダムに変化することである。初期値として $Q_0 = 0$ とする。 Q_k を次式で表す。

$$Q_k = 0.999 \times Q_{k-1} + \Delta Q_k \quad (19)$$

係数 0.999 は本来は 1 であるが、有限な時間内にシミュレーションを実施するために、 Q_k がゼロクロスする機会を増やすためにこの値を設定した。したがって扱う周波数の下限が制限される。出力 V_k は $Q_k = 0$ でコンパレートした次の値をとるものとする。

$$V_k = \begin{cases} +1 & Q_k \leq 0 \\ -1 & Q_k > 0 \end{cases} \quad (20)$$

$k = 1 \sim 8192$ に対応してランダムに ΔQ_k を発生させてシミュレーションを実施した。結果を図1に示す。図1 (a) には電荷の積分値 Q_k を $k = 1$ から $k = 8192$ について示す。これは1次元のブラウン運動の軌跡である。同図 (b) に出力 V_k を示す。同図 (c) にそのパワースペクトラムを $f = 1$ から $f = 4096$ まで示す。これは、 k の1ステップを $1/8192$ 秒 ($= 0.122 \text{ ms}$) とすると 1 Hz から 4096 Hz のスペクトラムに相当する。約3桁にわたって $1/f$ スペクトラムを表している。なを、 ΔQ_k のパワースペクトラムは周波数によらない白色雑音

のスペクトラムを、また Q_k のパワースペクトラムは $1/f^2$ を示した。以上は第2章の解析による予測の通りである。

3.2 アナログ回路シミュレーション

アナログ回路のシミュレーションを SPICE を使用して実施した。その回路を図2に示す。電源は 500 点のデータを $\pm 0.5 \text{ V}$ 間で $10 \mu \text{ s}$ 毎にランダムに発生させ、折れ線をつないだものである。積分器は直流のドリフトを避けるために抵抗器 R_7 でフィードバックをかけた。これは式19で係数を 1 とせず 0.999 にしたのと同様の影響をもたらす処理である。コンデンサ C_2 と R_7 の時定数は 0.1 s である。コンパレータの出力はオープンコレクタで、 5 V と 0 V 間で出力した。

図1 コンピュータでランダムに発生した ΔQ_k に対する出力 (a) 電荷 Q_k の時間的变化, (b) 出力 V_k の時間的变化, (c) V_k のパワースペクトラムを示す。破線は $1/f$ スペクトラムの傾きを表す。

Fig. 1 Calculated output signals over a series of random ΔQ_k generated by a computer. (a) Change with time in Q_k , (b) Change with time in V_k , (c) Power spectrum of V_k . The broken line shows $1/f$ slope.

図2 アナログシミュレーション回路の構成
Fig. 2 Schematic diagram of the analog circuit for simulation.

図3にシミュレーションの結果を示す。図3 (a) (b)は入力波形, 同 (c) (d)は積分器の出力波形, 同 (e) (f)はコンパレータ出力波形のそれぞれ時間的変化とフーリエ変換した結果を示す。フーリエ変換の結果は400Hzから20kHzの間で, (b)で白色, (d)で $1/f$, (f)で $1/\sqrt{f}$ で近似できる結果であった。なお, 波形をフーリエ変換したスペクトラムが $1/\sqrt{f}$ ならばそのパワースペクトラムは $1/f$ である。

図3 アナログ回路のシミュレーション結果 (a) (b)入力 (c) (d)積分器出力, (e) (f)コンパレータ出力
Fig. 3 Waveforms of the analog circuits simulation. (a)(b) Input signal, (c)(d) Output signal of the integrator, (e)(f) Output signal of the comparator.

4. 実験結果

図4に実際に試作した $1/f$ ノイズ発生回路を示す。同図において, 抵抗値100kΩの抵抗器R₃及びオペアンプOP₁内部で発生した白色雑音をOP₁で100倍, OP₂で10倍の1000倍増幅し, その出力をQ₂とする。次にQ₂の信号を, OP₃, R₆, R₇, 及びC₂で構成した積分器で積分する。R₇とC₂はシミュレーションと同じ値であり, 時定数は0.1sである。その出力をOP₄で10倍に増幅し, 出力Q₄とする。その値をコンパレータでゼロボルトと比較して2値化した信号を $1/f$ ノイズ発生回路の出力としてQ₅とする。

図4 $1/f$ ノイズ発生回路
Fig.4 Schematic diagram of 1/f noise generator

図5に図4の回路の各部出力波形を示す。横軸は200ms/divである。一番上の波形は、出力Q₂の白色雑音波形で、縦軸は2V/divである。中間の波形は、積分器出力Q₄で、縦軸は2V/divである。下側の波形は出力Q₅で、縦軸は1V/divである。

図6に出力Q₂のFFT結果を示す。OP₁には低雑音オペアンプを使用してバイアス電流を流さないように構成したため、デバイスの発生する1/fノイズは400Hz以上では無視できるレベルに抑えられている。図7に積分器出力、図8にコンパレータ出力のFFT結果を示す。それぞれ1/fおよび1/√fのスペクトラムを示し、この回路が第2章で解析した通り動作していることを示している。

図5 1/fノイズ発生回路出力波形 (横軸200ms/div)

Fig.5 Waveforms of outputs of the 1/f noise generator. Sweep time is 200ms/div.

図6 白色雑音発生出力 (Q₂) 波形のスペクトラム
Fig. 6 Observed spectrum of the waveforms of the white noise generator (Output Q₂).

図7 積分器出力 (Q₄) 波形のスペクトラム
Fig. 7 Observed spectrum of the waveforms of the integrator (Q₄).

図8 コンパレータ出力 (Q₅) 波形のスペクトラム
Fig. 8 Observed spectrum of the waveforms of the comparator (Q₅).

5. 考察

本報告では、アナログ的に変化するランダム信号を入力に使用したが、第2章の動作原理の解析でも明らかのように、振幅一定の2値化したランダム信号でも1/fノイズを発生することができる。その場合は、積分器をデジタル加算機に置き換えることが可能である。クロック毎に変化するステップが±1とすると、kクロック経過後には統計的に予測される加算値は√kになる。したがってkが大きいくほど加算値の増加率は小さく、加算機の容量(ビット数)の増加する割合も小さくなる。デジタル的に構成した場合はドリフトへの配慮が不要で、極めて低い周波数の1/fノイズを発生することも可能になる。

本報告の様にアナログ回路で構成した場合も出力は2値

化したパルス列である。したがって、波形の長さをデジタル的に記録した後に時間軸を長くすることは簡単である。発生した出力の一部を切り出して、その時間軸をのばすことによって周波数の低い $1/f$ ノイズを発生させることができる。また、時間軸の他の部分から切り出した波形と加算することによって、なめらかに変化するアナログ波形をもつ $1/f$ ノイズをつくることができる。この回路を IC 化すれば、メモリに記憶した擬似的なものではない本当の $1/f$ ゆらぎの発生源が手軽に利用できるようになり、工業的な利用分野が広がる。

小さい MOSFET (例 $0.15\mu\text{m} \times 1.0\mu\text{m}$) の抵抗値はスイッチ的に変化し、そのパワースペクトラムは $1/f$ であるという報告がある⁽¹²⁾。トラップされたキャリアによる変調がチャネルを飽和させたり、局所的な抵抗値変化を電極間で検出する感度が非線形なこと⁽¹³⁾を考慮すると、本研究で述べた動作原理で抵抗値がスイッチ的に変化し、そのパワースペクトラムは $1/f$ である理由が説明できる。大きな電子素子の場合、部分的にはスイッチ的に変化する抵抗値が数多くあり、全体として変化が合成されてなめらかな $1/f$ ノイズを発生していることが考えられる。

6. 結び

新しい動作原理に基づいた $1/f$ ノイズ発生回路を開発した。従来の回路と異なり、特殊な時定数の分布や非直線性を必要とせず、入力ランダム性が保持される範囲で低い周波数まで $1/f$ パワースペクトラムが発生可能である。この回路は簡単な構成を持つために、家電製品等に組み込んで $1/f$ ゆらぎを実現するなどの用途に使用できる。今後、人間の快適性と $1/f$ ゆらぎの関係等の研究に利用されると思われる。

本研究のご指導を頂きました東京都立大学工学部電気工学科の佐川雅彦教授に深謝致します。また、都立工業技術センターの齊藤いほえ、篠田勉主任研究員には $1/f$ ノイズ発生原因の考察に関して討論を頂き、佐藤正利、上野武司研究員には SPICE のシミュレーションで協力をお願いしました。

(平成7年9月20日受付, 同8年1月19日再受付)

文 献

- (1) A. van der Ziel, "Noise in Solid State Devices and Circuits", John Wiley & Sons (1986)
- (2) Proceedings on "1/f Fluctuations", Tokyo, July (1977)
- (3) 佐治晴夫: 「快適空間の物理」, 応用物理, 60, 3, 247~253 (1991)
- (4) 安久正紘・寺町康昌・山中一雄・住谷正夫: 「ゆらぎ現象の工学的応用について」, 応用物理, 61, 7, 690~697 (1992)
- (5) 安久正紘・大口國巨: 「人に快適感を与える $1/f$ ゆらぎとその家電機器への応用」, 電学誌, 113, 1, 27~33 (1993)
- (6) P. Dutta, P. M. Horn, "Low-frequency fluctuations in solids: $1/f$ noise", Rev. Mod. Phys., 53, 3, pp. 497-516 (1981)
- (7) T. Musha, "Sensors and $1/f$ Fluctuations", The 9th Sensor Sympo., Tokyo, pp. 11-13 (1990)
- (8) 元石浩二・古賀利郎: 「 $1/f$ 揺らぎの回路的シミュレーション」, 電子通信学会論文誌, Vol. J65-A, No. 3, 237~243, (1982)
- (9) M. Delagado-Restituto, A. Rodriguez-Vasquez, S. Espejo, J. L. Huertas, "A Chaostic Switched-Capacitor Circuit for $1/f$ Noise Generation", IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. 39, No. 4, pp. 325-328, April 1992
- (10) H. Yoshida, M. Yoshida, T. Shinoda, I. Saito, "1/f noise produced by the random motion of the carriers crossing potential barriers in semiconductors", J. Appl. Phys. Vol. 76(11), No. 1, pp. 7372-7376, December 1994
- (11) A. F. Karr, "Probability", Springer-Verlag New York, and Manufacturing Technology, Vol. 16, No. 3, pp. 344-349, May 1993
- (12) M. J. Kirton and M. J. Uren, "Noise in solid-state microstructures", Advances in Physics, 38, 4, pp. 367-468 (1989)
- (13) H. Yoshida, "The Effect of Resistor Geometry on Current Noise", IEEE Trans. on Components, Hybrids, and Manufacturing, 16, 3, pp. 344-349 (1993)

吉田 裕道 (正員) 1948年9月7日生まれ。72年3月東京工業大学電子物理科卒業。72年4月東京都立工業技術センター入所。電子部品の製造技術とセンサへの応用の研究に従事。現在、電子部主任研究員。

川口 尚宏 (正員) 1937年2月13日生まれ。法政大学工学部電気工学科卒業。63年4月東京都電気研究所入所。応用計測とマイクロコンピュータによる制御の研究に従事。89年都立工業技術センター計測制御部長。現在、同所電子部長。