非最小位相離散時間系のロバスト モデルマッチング制御の一設計法

正員 呂
非会員 谷萩

建明 (千葉大学)
隆嗣 (千葉大学)

A Design Method for Robust Model Matching Control
of Nonminimum Phase Discrete-Time Systems
Jianming Lu, Member (Chiba University)
Takashi Yahagi, Nonmember (Chiba University)

This paper presents a design method for robust model matching control of nonminimum phase discrete-time systems. This scheme can robustly control the nominal model in the presence of unmodeled dynamics and achieve the desired model matching simultaneously. Furthermore, the sufficient condition for stabilizing the nominal model in the presence of the unmodeled dynamics is derived and the existence of bounds for all signals is proved. Finally, computer simulation results are presented to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key Words: model matching, robust control, unmodeled dynamics, nonminimum phase system, discrete-time systems

1. はじめに

制御系の設計で使用する制御対象のモデルは、モデルパラメータの不確かさ、線形化や低次元化などの際に無視した非線形性や高次の動特性の影響など、種々の不確かさを含んでいる。このように制御系の設計が不確かさなモデルを基礎にする以上、モデルの不確かさを許容するように制御系を設計することが、実用上きわめて重要である^{(1),(2)}。また、制御対象のパラメータが変動しても、制御系全体の特性が変動しにくい、いわゆるロバストな制御系を設計することは、実用的な制御系の設計にとって考慮すべき重要な要求となっている。ロバスト安定性、制御対象の特性の不確かさと変動に対する定常特性、過渡特性の不感応および外乱に対する抑制性などに注目した様々なロバスト制御系の設計法が提案されている^{(3)~(6)}。

本論文では、モデル化誤差(不確かさ)を考慮した非最小位相離散時間系のロバストモデルマッチングの一設計法を提案する。モデルマッチングは、古典制御理論では解決されず⁽⁷⁾、現代制御理論によってはじめて解決される問題である。更に、現在のモデルマッチングは、現代制御理論の中でもその最先端にある周波数領域法(多項式代数法)^{(8),(9)}に基づく新しい設計法である。また、制御系の伝達関数を規範モデルの伝達関数に一致させるモデルマッチング問題では、オブザーバを基礎とした手法

が主に研究されている⁽⁸⁾。しかし、モデルマッチング手法では、モデル化誤差に対するロバスト安定性などを考慮した設計法の確立が求められている。最近、 H_∞ 制御を用いて、モデルマッチングを行う手法が提案されている^{(10),(11)}。この手法は、基準入力に対するモデルとプラントの出力誤差に着目したとき、その伝達関数の H_∞ ノルムを最小にするように制御器を設計するものである。

本論文では、モデル化誤差が存在しない場合には、モデルマッチングを完全に達成することができる。また、モデル化誤差が存在しても、閉ループ系のロバスト安定性を保証することができるロバスト制御系の一設計法について述べる。本設計手法では、モデル化誤差に対してスモールゲイン定理を適用し、閉ループ系のロバスト安定化を実現する。更に、本方法を利用すれば、モデルマッチング条件とモデル化誤差に対するロバスト安定条件を簡単に満足させることができる。シミュレーション結果では、本方法を適用することにより、優れた追従特性が得られることを示す。

2. 制御問題の定式化

入出力関係が次式で表される1入力1出力の線形離散時間系を考える。

$$y(t) = \tilde{G}(z)u(t), \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

但し、 z^{-1} は単位遅延演算子を表し、 $z^{-1}u(t) = u(t-1)$ と

する。また

$$\tilde{G}(z) = G_0(z) + \Delta G(z) \quad (2)$$

$$G_0(z) = \frac{z^{-d}B(z)}{A(z)} \quad (3)$$

$$A(z) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}, \quad B(z) = \sum_{j=0}^m b_j z^{-j}$$

である。ここで、 $y(t)$, $u(t)$ はそれぞれ制御対象の出力、入力、 d はむだ時間、 $G_0(z)$ は現実の制御対象の不確定な部分を無視してモデル化されたものであり、公称系と定義する。 $\Delta G(z)$ はモデル化誤差である。ここで、多項式 $A(z)$ と $B(z)$ は互いに既約、 d は既知であるとする。

式(1)の制御系を z 変換表示すると

$$Y(z) = \tilde{G}(z)U(z) \quad (4)$$

となり、 $Y(z)$ と $U(z)$ はそれぞれ $y(t)$ と $u(t)$ の z 変換を表している。

式(4)の周波数特性は $z = e^{j\omega}$ と置いて得られる。そこで、モデル化誤差 $\Delta G(z)$ が、周波数領域で $z = e^{j\omega}$ に対して、次の関係を満たすとする。

$$|\Delta G(z)| \leq |W(z)|, \quad \omega \in [0, 2\pi] \quad (5)$$

但し、 $W(z)$ はモデル化誤差のクラスを規定する関数で、既知であるとする。

制御目的は、あらかじめ指定された基準入力 $u_m(t)$ と伝達関数 $G_m(z)$ に対する出力

$$y_m(t) = G_m(z)u_m(t) \quad (6)$$

と式(1)の出力 $y(t)$ が $\Delta G(z) = 0$ のとき完全に一致するような制御入力を合成することである。但し、

$$G_m(z) = \frac{z^{-d}B_m(z)}{A_m(z)} \quad (7)$$

$$A_m(z) = 1 + \sum_{i=1}^n a_{mi} z^{-i}, \quad B_m(z) = \sum_{j=0}^{\mu} b_{mj} z^{-j}$$

である。ここで、多項式 $A_m(z)$, $B_m(z)$ の係数 a_{mi} , b_{mj} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 0, 1, \dots, \mu$) はモデル $G_m(z)$ が有界な任意の基準入力 $u_m(t)$ に対して安定で望ましい応答をするように、あらかじめ指定されているものである。モデル $G_m(z)$ を設計することにより目標値応答特性が設定される。また、本論文中の多項式はすべて z^{-1} について表現するとする。

3. モデルマッチング制御系の設計

本論文で考える問題は、(1) モデル化誤差が存在しない場合に、モデルマッチングを完全に達成することがで

きること、(2) モデル化誤差が存在しても、ロバスト安定性を保証できるロバスト制御器を設計すること、である。

まず、モデル化誤差がないとすれば、 $\Delta G(z) = 0$ である。このとき、式(2)の制御対象の公称系 $G_0(z)$ に対して、 $G_m(z)$ とモデルマッチングが完全に達成されるような制御系を構成することを考える。

式(1)より、入出力関係は次式のように表される。

$$y(t) = G_0(z)u(t) \quad (8)$$

最小位相系の場合には $B_m(z)$ は $B(z)$ に係わりなく任意に指定することができるが、 $B(z)$ に不安定な零点が含まれる場合には、このようにすることはできない。なぜなら、この場合には、入力 $u(t)$ が発散してしまうからである⁽¹²⁾。ここでは、まず、 $B(z) = 0$ を単位円内にある根を持つ成分 $B^+(z)$ と単位円外にある成分 $B^-(z)$ に分けて、 $B(z) = B^+(z)B^-(z)$ と置く。但し、 $B^+(z)$ の次数を m_1 、 $B^-(z)$ の次数を m_2 とする。また、 $m_1 + m_2 = m$ である。更に、 $B_m(z)$ を $B_m(z) = B_m^+(z)B^-(z)$ のように指定すれば、この問題が解決できる⁽¹²⁾。但し、 $B_m^+(z)$ は設計者が指定する多項式である。また、 $A_m(z)$, $B_m(z)$ は既約とする。

ここで、次の関係を満たす多項式 $M(z)$, $N(z)$ を導入する。

$$A(z)N(z) + z^{-d}B^-(z)M(z) = A_m(z)N_1(z) \quad (9)$$

但し、 $N_1(z)$ は l 次の安定多項式 ($l > n$) として指定する。この場合、 $N(z)$, $M(z)$ の次数を次のように選べば、式(9)の解は一意的に決定される。

$$\deg N(z) = \deg A_m(z) + \deg N_1(z) - \deg A(z) \quad (10)$$

$$\deg M(z) = \deg A(z) - 1 \quad (11)$$

制御入力 $u(t)$ を次のように合成することを考える。

$$u(t) = T_1(z)u_m(t) - T_2(z)y(t) \quad (12)$$

但し、 $T_1(z)$, $T_2(z)$ は次のように選ぶ。

$$T_1(z) = \frac{T(z)}{R(z)} \quad (13)$$

$$T_2(z) = \frac{S(z)}{R(z)} \quad (14)$$

$$T(z) = B_m^+(z)N_1(z) \quad (15)$$

$$R(z) = B^+(z)R_1(z) \quad (16)$$

式(13)の $T_1(z)$ と式(14)の $T_2(z)$ を利用して、式(12)の制御入力を合成する場合、モデルマッチングを完全に達成するために、 $R_1(z)$ と $S(z)$ は

$$A(z)R_1(z) + z^{-d}B^-(z)S(z) = A_m(z)N_1(z) \quad (17)$$

を満たさなければならない。ここで、式(9)の $M(z)$ 、 $N(z)$ を用いて、次のような関係を満たす多項式 $R_1(z)$ と $S(z)$ を選ぶ。

$$R_1(z) = N(z) + z^{-d}K(z)B^-(z) \quad (18)$$

$$S(z) = M(z) - K(z)A(z) \quad (19)$$

但し、 $K(z)$ は、4章で述べるロバスト安定条件を簡単に満たし、しかもモデルマッチングを崩さないようにするために導入した有理関数である。本方法を利用すれば、 $K(z)$ を適切に選ぶことにより、モデルマッチング条件と加法変動に対するロバスト安定条件を簡単に満足させることができる。

以上の方法を用いれば、式(12)の制御入力によって制御するとき、モデルマッチングが完全に実現できることを次のように確認することができる。

式(12)の入力 $u(t)$ を式(8)に代入し、式(13)～式(16)、式(18)、式(19)を利用して整理すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & (A(z)N(z) + z^{-d}B^-(z)M(z))y(t) \\ & = z^{-d}B_m^+(z)B^-(z)N_1(z)u_m(t) \end{aligned} \quad (20)$$

更に、式(9)と式(20)を利用すれば

$$y(t) = \frac{z^{-d}B_m(z)}{A_m(z)}u_m(t) \quad (21)$$

が成り立つ。従って、式(12)の入力 $u(t)$ を利用して制御するとき、非最小位相系でも $u_m(t)$ から $y(t)$ までの伝達関数が $G_m(z)$ と完全に一致するようにできることが確認された。

また、特別な場合として、 $B(z)$ が安定多項式の場合には、 $B^-(z) = 1$ 、 $B^+(z) = B(z)$ と置けば、式(12)の制御入力 $u(t)$ が、最小位相系に対してもそのまま適用できる。

4. ロバスト安定性の十分条件

モデル化誤差 $\Delta G(z)$ が存在するとき、制御対象の出力と入力とは次の関係を満たす。

$$y(t) = [G_0(z) + \Delta G(z)]u(t) \quad (22)$$

ここで、制御入力 $u(t)$ を次式で与える。

$$u(t) = \frac{T(z)}{R(z)}u_m(t) - \frac{S(z)}{R(z)}y(t) \quad (23)$$

このとき、式(9)、式(22)、式(23)を利用すれば、閉ループ特性方程式は次式のようになる。

$$A_m(z)B^+(z)N_1(z) + \Delta G(z)A(z)S(z) = 0 \quad (24)$$

式(24)の $A_m(z)B^+(z)N_1(z)$ は、モデル化誤差 $\Delta G(z)$ を無視した場合の閉ループ特性方程式である。 $A_m(z)B^+(z)N_1(z)$ は安定多項式であるので、スモールゲ

イン定理^{(2),(3)}より、式(25)が満たされれば、モデル化誤差 $\Delta G(z)$ が存在しても、閉ループ系はロバスト安定である^{(11),(13)~(15)}。

$$\left| \frac{A(z)S(z)\Delta G(z)}{A_m(z)B^+(z)N_1(z)} \right| < 1, \quad z = e^{j\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (25)$$

ここで、 $\Delta G(z)$ が大きさの既知なスカラー関数 $W(z)$ のゲインで押えられる場合には

$$\left| \frac{A(z)S(z)W(z)}{A_m(z)B^+(z)N_1(z)} \right| < 1, \quad z = e^{j\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (26)$$

が満たされるとき、式(25)が成立する。

ここで、注意すべきことは、式(26)のロバスト安定条件から $S(z)$ を求めて、制御入力を合成すると、モデル化誤差が存在しない場合でも、モデルマッチング制御を完全に達成することができない場合が生じることである。なぜならば、式(26)から求めた $S(z)$ は必ずしも式(17)を満たすことができない。しかしながら、モデルマッチング制御から見れば、モデルマッチングを実現するために、 $R_1(z)$ と $S(z)$ は式(17)を満たす必要がある。ここで、式(19)を利用して、式(26)を書き直すと、次式が得られる。

$$\left| \frac{A(z)(M(z) - K(z)A(z))W(z)}{A_m(z)B^+(z)N_1(z)} \right| < 1, \quad z = e^{j\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (27)$$

$K(z)$ はモデルマッチングに無関係な有理関数であるので、式(27)のロバスト安定条件を満たす $K(z)$ を適切に選べば、閉ループの安定性を保証することができる。式(27)の $A(z)$ 、 $M(z)$ 、 $W(z)$ 、 $A_m(z)$ 、 $B^+(z)$ 、 $N_1(z)$ は既知であるので、式(27)を満たす $K(z)$ を求めることが可能となる。例えば、 $K(z)$ は付録 A から求めることができる。

以上の結果から、本方法による制御系の設計手順は次のようになる。

- (i) 式(9)の恒等式を満たす多項式 $M(z)$ と $N(z)$ を意的に求める。
- (ii) 式(27)のロバスト条件を満たす $K(z)$ を求める。
- (iii) 式(18)と式(19)の関係から、 $R_1(z)$ と $S(z)$ を求める。このとき、 $R_1(z)$ 、 $S(z)$ は

$$A(z)R_1(z) + z^{-d}B^-(z)S(z) = A_m(z)N_1(z) \quad (28)$$

を満たしている。

- (iv) $R_1(z)$ と $S(z)$ を利用して、式(12)から制御入力 $u(t)$ を合成する。

式(12)の入力 $u(t)$ を用いて制御すれば、3節と本節で検討したようにモデル化誤差が存在しない場合には、モデルマッチングを完全に達成することができる。また、

モデル化誤差 $\Delta G(z)$ が存在しても、閉ループ系のロバスト安定性を保証することができる。

5. シミュレーション結果

本方法の有効性を検討するために、公称系 $G_0(z)$ とモデル化誤差 $\Delta G(z)$ として次で表される2つの例を考える。

例1：

$$G_0(z) = \frac{1 + 1.9z^{-1} + 0.6z^{-2}}{1 + 0.75z^{-1} + 0.185z^{-2} + 0.015z^{-3}}$$

$$\Delta G(z) = \frac{1.67 - 0.167z^{-1}}{1 + 0.4z^{-1} + 0.1z^{-2}} \\ d = 1$$

$G_0(z)$ の零点は -0.4 、 -1.5 である。この場合には、1個の零点が単位円外にある。上式のモデル誤差に対して、 $W(z)$ を次式のように選んだときを考える。

$$W(z) = \frac{6}{1 + 0.2z^{-1}} \quad (29)$$

この場合の $W(z)$ と $\Delta G(z)$ のノルムを図1に示す。

—: $|W(z)|$, ···: $|\Delta G(z)|$

図1 $W(z)$ と $\Delta G(z)$ のノルム

Fig. 1 Norms of $W(z)$ and $\Delta G(z)$

図1を見れば、式(29)の $W(z)$ はすべての $z = e^{j\omega}$ に対して $|\Delta G(z)| \leq |W(z)|$ を満たすことが分かる。

定義から、 $B^+(z)$ 、 $B^-(z)$ は次のようになる。

$$B^+(z) = 1 + 0.4z^{-1}$$

$$B^-(z) = 1 + 1.5z^{-1}$$

$A_m(z)$ と $B_m(z)$ を

$$A_m(z) = 1 - 0.2z^{-1} - 0.25z^{-2} + 0.05z^{-3}$$

$$B_m(z) = 1 + 1.6z^{-1} + 0.15z^{-2}$$

で与える。このとき、 $N_1(z)$ 、 $K(z) = K_n(z)/K_d(z)$ を次のように選ぶことにする。

$$N_1(z) = 1 + 2.5z^{-1} + 2.45z^{-2} + 1.175z^{-3} \\ + 0.2754z^{-4} + 0.0252z^{-5}$$

$$K_n(z) = 7.584441 + 13.547387z^{-1} + 9.679450z^{-2} \\ + 3.482819z^{-3} + 0.700359z^{-4} + 0.160691z^{-5} \\ + 0.077384z^{-6} + 0.024058z^{-7} + 0.002059z^{-8} \\ - 0.000694z^{-9} - 0.000187z^{-10} - 0.000134z^{-11}$$

$$K_d(z) = 1 + 2z^{-1} + 1.6825z^{-2} + 0.773750z^{-3} \\ + 0.210475z^{-4} + 0.0339125z^{-5} + 0.033912z^{-6} \\ + 0.000113z^{-7}$$

式(18)と式(19)を利用して、 $R_1(z) = R_{1n}(z)/R_{1d}(z)$ と $S(z) = S_n(z)/S_d(z)$ を求めると、次式のようになる。

$$R_{1n}(z) = 1 + 3.483333z^{-1} + 4.708333z^{-2} \\ + 2.543167z^{-3} - 0.507783z^{-4} - 1.420665z^{-5} \\ - 0.667258z^{-6} - 0.003396z^{-7} + 0.110479z^{-8} \\ + 0.040768z^{-9} + 0.003788z^{-10} - 0.001037z^{-11} \\ - 0.000284z^{-12} - 0.000020z^{-13}$$

$$R_{1d}(z) = K_d(z)$$

$$S_n(z) = 0.066667 + 0.376667z^{-1} + 0.854667z^{-2} \\ + 1.018367z^{-3} + 0.655967z^{-4} + 0.158872z^{-5} \\ - 0.083367z^{-6} - 0.088040z^{-7} - 0.034530z^{-8} \\ - 0.006393z^{-9} - 0.000033z^{-10} + 0.000251z^{-11} \\ + 0.00005513z^{-12} + 0.0000053z^{-13} \\ + 0.000000203z^{-14}$$

$$S_d(z) = K_d(z)$$

以上の方法によって求めた制御器を利用してシミュレーションを行なう。まず、

$$D_W(z) = \frac{A(z)(M(z) - K(z)A(z))W(z)}{A_m(z)B^+(z)N_1(z)} \\ D_G(z) = \frac{A(z)(M(z) - K(z)A(z))\Delta G(z)}{A_m(z)B^+(z)N_1(z)}$$

のノルムを図2に示す。

図2を見れば、条件(27)が成り立つことが分かる。ロバストモデルマッチングを行ったときの結果を図3と図4に示す。図3では望ましい応答 $y_m(t)$ が方形波である。また、図4では望ましい応答 $y_m(t)$ がステップ応答の場合の結果である。図3と図4を見れば、いずれの場合でも、出力 $y(t)$ が望ましい応答 $y_m(t)$ にほぼ一致した応答として得られている。これらの結果より、モデル化誤差が存在しても、制御系のロバスト安定性が達成されていることが分かる。

—: $|D_W(z)|$, ···: $|D_G(z)|$
 図 2 $D_W(z)$ と $D_G(z)$ のノルム
 Fig. 2 Norms of $D_W(z)$ and $D_G(z)$

図 4 モデルマッチング制御の結果(ステップ応答)
 Fig. 4 Results of model matching control
 (step responses)

例 2 :

$$G_0(z) = \frac{1 - 0.1z^{-1} - 0.02z^{-2}}{1 + 0.92z^{-1} - 0.638z^{-2} - 0.5904z^{-3}}$$

$$\Delta G(z) = \frac{0.7394 - 0.8422z^{-1}}{1 - 0.0337z^{-1} - 0.7468z^{-2}}$$

$$d = 1$$

上式のモデル誤差に対して、 $W(z)$ を次式のように選んだときを考える。

$$W(z) = \frac{8 - 5.6z^{-1}}{1 + 0.2z^{-1}} \quad (30)$$

この場合の $W(z)$ と $\Delta G(z)$ のノルムを図 5 に示す。

(a) Outputs $y(t)$ and $y_m(t)$

(b) Input $u(t)$

図 3 モデルマッチング制御の結果(方形波状の応答)
 Fig. 3 Results of model matching control
 (response for rectangular waves)

—: $|W(z)|$, ···: $|\Delta G(z)|$
 図 5 $W(z)$ と $\Delta G(z)$ のノルム
 Fig. 5 Norms of $W(z)$ and $\Delta G(z)$

図 5 を見れば、式 (29) の $W(z)$ はすべての $z = e^{j\omega}$ に対し

で $|\Delta G(z)| \leq |W(z)|$ を満たすことが分かる。
定義から、 $B^+(z)$ 、 $B^-(z)$ は次のようになる。

$$B^+(z) = 1 - 0.1z^{-1} - 0.02z^{-2}$$

$$B^-(z) = 1$$

$A_m(z)$ と $B_m(z)$ を

$$A_m(z) = 1 - 0.2z^{-1} - 0.25z^{-2} + 0.05z^{-3}$$

$$B_m(z) = 1 + 0.5z^{-1} + 0.06z^{-2}$$

で与える。このとき、 $N_1(z)$ 、 $K(z) = K_n(z)/K_d(z)$ を次のように選ぶことにする。

$$N_1(z) = 1 + 0.5z^{-1} + 0.06z^{-2}$$

$$K_n(z) = -0.6398 - 0.1370z^{-1} + 1.4877z^{-2}$$

$$+ 0.4356z^{-3} - 1.0814z^{-4} - 0.3969z^{-5}$$

$$+ 0.2462z^{-6} + 0.1036z^{-7}$$

$$K_d(z) = 1 + 1.64z^{-1} - 1.1476z^{-2} - 2.9128z^{-3}$$

$$- 0.0580z^{-4} + 1.7134z^{-5} + 0.4357z^{-6}$$

$$- 0.3334z^{-7} - 0.1220z^{-8}$$

式(18)と式(19)を利用して、 $R_1(z) = R_{1n}(z)/R_{1d}(z)$ と $S(z) = S_n(z)/S_d(z)$ を求めると、次式のようにになる。

$$R_{1n}(z) = 1 + 0.9888z^{-1} - 1.3085z^{-2}$$

$$- 1.4203z^{-3} + 0.4168z^{-4} + 0.6474z^{-5}$$

$$+ 0.0194z^{-6} - 0.1009z^{-7} - 0.0168z^{-8}$$

$$+ 0.0031z^{-9} + 0.0006z^{-10}$$

$$R_{1d}(z) = K_d(z)$$

$$S_n(z) = 0.0312 + 0.0913z^{-1} + 0.0257z^{-2}$$

$$- 0.0929z^{-3} - 0.0496z^{-4} + 0.0257z^{-5}$$

$$- 0.015z^{-6} - 0.0025z^{-7} - 0.0014z^{-8}$$

$$+ 0.0001z^{-9}$$

$$S_d(z) = K_d(z)$$

以上の方法によって求めた制御器を利用してシミュレーションを行なう。まず、

$$D_W(z) = \frac{A(z)(M(z) - K(z)A(z))W(z)}{A_m(z)B^+(z)N_1(z)}$$

$$D_G(z) = \frac{A(z)(M(z) - K(z)A(z))\Delta G(z)}{A_m(z)B^+(z)N_1(z)}$$

のノルムを図6に示す。

図6を見れば、条件式(27)が成り立つことがわかる。また、ロバストモデルマッチングを行ったときの結果を図7に示す。図7を見れば、出力 $y(t)$ は望ましい応答 $y_m(t)$ にほぼ一致した応答として得られていることがわかる。この結果より、モデル化誤差が存在しても、制御系のロバスト安定性が達成されていることがわかる。

—: $|D_W(z)|$, ...: $|D_G(z)|$

図6 $D_W(z)$ と $D_G(z)$ のノルム

Fig. 6 Norms of $D_W(z)$ and $D_G(z)$

(a) Outputs $y(t)$ and $y_m(t)$

(b) Input $u(t)$

図7 モデルマッチング制御の結果(正弦波状の応答)
Fig. 7 Results of model matching control
(response for sine waves)

更に, Åström ら⁽¹²⁾が提案した極零指定形STCの方法と比較するために, 式(12)の $T_2(z)$ を $T_2(z) = M(z)/R(z)$, 式(16)の $R(z)$ を $R(z) = B^+(z)N_1(z)$ とする。まず, 式(9)より $M(z)$ と $N(z)$ を求めると, 次のようになる。

$$M(z) = -0.6086 + 0.3636z^{-1} + 0.5008z^{-2}$$

$$N(z) = 1 - 0.0114z^{-1} - 0.0051z^{-2}$$

このときのシミュレーション結果を図8に示す。図8を見れば, 出力 $y(t)$ が発散していることがわかる。しかし, 本方法を利用すれば, 出力 $y(t)$ は望ましい応答 $y_m(t)$ にほぼ一致した応答として得られる。

図8 極零指定形STCの結果

Fig. 8 Results of STC Based on Pole-Zero Placement

6. まとめ

本論文では, モデル化誤差(不確かさ)を考慮した非最小位相離散時間系のロバストモデルマッチングの一設計法を提案した。パラメータ変動などをモデル化誤差としてとらえ, これにスモールゲイン定理を適用し, ロバスト安定化, モデルマッチングを達成する制御器を設計した。本設計手法を用いれば, モデル化誤差が大きさの既知なスカラー関数のゲインで押えられるとき, 制御器を適切に設計することにより, モデル化誤差が存在しても, 閉ループ系の安定性を保証することができる。

(平成8年5月13日受付, 平成9年3月31日再受付)

文献

- (1) B. A. Francis: "A Course in H_∞ Control Theory", Springer-Verlag(1987)
- (2) 特集:ロバスト制御の理論と応用, コンピュータロー, 3(1986)
- (3) 特集:ロバスト制御- H_∞ 制御を中心にして, 計測と制御, 29, 2, pp.1-46(1990)

- (4) 特集:実用期を迎えたロバスト制御, 計測と制御, 30, 8, pp.647-740(1991)
- (5) 千田有一: フィードバック制御器の特性を用いた2自由度制御による柔軟構造パドルの制御, 電気学会研究会資料 IIC-94-25, pp.31-40(1994)
- (6) 平田光男, 劉康志, 美多勉, 山口高司: H_∞ 制御理論を用いたハードディスクのヘッド位置決め制御, 計測自動制御学会論文集, 29, 1, pp.71-77(1993)
- (7) J.G.Truxal: "Automatic Feedback Control System Synthesis", McGraw-Hill(1955)
- (8) W. A. Wolovich: "Linear Multivariable System", Springer-Verlag(1974)
- (9) V. Kucera: "Exact Model Matching, polynomial Equation Approach", Int. J. Syst. Sci., vol. 12, pp.1477-1484(1981)
- (10) J. C. Doyle, B. A. Francis and A. R. Tannenbaum: "Feedback Control Theory", Macmillan(1992)
- (11) M. Green and D. J. N. Limebeer: "Linear Robust Control", Prentice-Hall(1995)
- (12) K.J.Åström and B.Wittenmark: "Self-Tuning Controllers Based on Pole-Zero Placement", IEE Proc., 127D, 3, pp.120-130(May 1980).
- (13) T. Yahagi and J. Lu: "A New Design Method for Nonminimum Phase Adaptive Control System with Disturbances Based on Pole-Zero Placement", Trans. IEICE, 76-A, 10, pp.1866-1869(1993)
- (14) M. H. Perng and K. C. Pan: "Robust Performance Design of Multivariable Control Systems", IEE Proceedings-D, 142, 1, pp.7-14(Jan. 1995)
- (15) M. De la Sen: "Energy Balances in Dynamic Systems in the Presence of Unmodelled Dynamics by Using Specifications in the Frequency Domain", IEE Proceedings-D, 137, 1, pp.41-48 (Jan. 1990)
- (16) P. Gahinet and P. Apkarian: "An LMI-based Parametrization of all H_∞ Controllers with Applications", Proc. of the 32nd CDC, San Antonio, Texas, (1993), pp.656-661.
- (17) S. Boyd, L. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan: "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory", SIAM, Philadelphia (1994).

付録 A

式(27)を満たす $K(z)$ の決定方法

式(27)から次式が得られる。

$$\left| \frac{A(z)M(z)W(z)}{A_m(z)B^+(z)N_1(z)} - \frac{A(z)A(z)W(z)}{A_m(z)B^+(z)N_1(z)} K(z) \right| < 1,$$

$$z = e^{j\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (A \cdot 1)$$

ここで,

$$\bar{A}(z) = \frac{A(z)M(z)W(z)}{A_m(z)B^+(z)N_1(z)} \equiv \frac{\bar{B}_1(z)}{\bar{A}_1(z)} \quad (A \cdot 2)$$

$$\bar{B}(z) = \frac{A(z)A(z)W(z)}{A_m(z)B^+(z)N_1(z)} \equiv \frac{\bar{B}_2(z)}{\bar{A}_1(z)} \quad (A \cdot 3)$$

を定義する. 但し, $\bar{B}_1(z)$ は $2n-1$ 次の多項式, $\bar{A}_1(z)$ は $l+n+m_1+1$ 次の多項式, $\bar{B}_2(z)$ は $2n$ 次の多項式である. 式(A.2)は

$$\bar{A}(z) = C_1^T(zI - A_1)^{-1}B_1 \quad (A \cdot 4)$$

と書くことができる. 但し, A_1 は $(l+n+m_1+1) \times (l+n+m_1+1)$ 行列, B_1 , C_1 は $(l+n+m_1+1) \times 1$ ベクトルである.

式(A.3)の場合には

$$\bar{B}(z) = C_2^T(zI - A_1)^{-1}B_2 \quad (A \cdot 5)$$

と書くことができる. 但し, B_2 , C_2 は $(l+n+m_1+1) \times 1$ ベクトルである.

式(A.2)と式(A.3)を用いて, 式(A.1)を書き直すと, 次式が得られる.

$$|\bar{A}(z) - \bar{B}(z)K(z)| < 1, \quad z = e^{j\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (A \cdot 6)$$

$\bar{A}(z) - \bar{B}(z)K(z)$ は次のように書き換えることができる.

$$\bar{A}(z) - \bar{B}(z)K(z) = \bar{A}(z) - \bar{B}(z)K(z)(I - 0 \cdot K(z))^{-1} \cdot I \quad (A \cdot 7)$$

式(A.7)は図5のように一般化プラント

$$G(z) = \begin{bmatrix} \bar{A}(z) & -\bar{B}(z) \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (A \cdot 8)$$

とおいたときの閉ループ伝達関数 $G_{zw}(z)$ となる. 一般化プラント $G(z)$ の実現は, 式(A.4), 式(A.5)と式(A.8)を用いて, ドイルの記法を利用すると, 次のように得られる.

$$G(z) = \left[\begin{array}{cc|cc} A_1 & 0 & B_1 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 & B_2 \\ \hline C_1 & -C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{array} \right] \quad (A \cdot 9)$$

よって, 式(27)の問題は図9のような制御器 $K(z)$ を求めることに帰着する. すなわち $\|G_{zw}(z)\|_\infty < 1$ とする $K(z)$ を設計する問題となる. この解 H_∞ 制御器 $K(z)$ は文献(10),(16),(17)の方法により求めることができる.

図9 H_∞ 制御系

Fig.9 H_∞ control system

呂 建明

(正員)1993年千葉大大学院自然科学研究科生産科学専攻(博士課程)了。工博。同年千葉大・工・情報・助手。1994年千葉大大学院・自然科学研究科・助手。現在, システムの推定と制御, 適応デジタルフィルタ, ニューラルネットワークの理論と応用など, 特にロバスト制御と適応制御の研究に従事。

谷萩 隆嗣

(非会員)1966年東工大・理工・電子卒。1971年同大学院理工学研究科電子工学専攻(博士課程)了。工博。1971年千葉大・工・電子・講師。1974年同電子・助教授。1984年同電気・教授。1989年同情報・教授。デジタルフィルタ, デジタル画像処理, パターン認識, デジタル音声信号処理, デジタル通信, デジタル制御, 適応デジタル信号処理, ニューラルネットワーク, 数値解析, 推定理論など, 主として広義のデジタル信号処理の研究に従事。著書「デジタル信号処理の理論, 第1巻〜第3巻」(1985, 1985, 1986)(コロナ社), 「デジタル信号処理と基礎理論」(1996)(コロナ社)など。