電極間放電現象の時間推移計測とその応用モデルの研究

学生員 室谷 早苗 (立命館大)

学生員 中村 正道 (立命館大)

正 員 苅屋 公明 (立命館大)

Study of Time Transition Measurement of Electrode Discharge Phenomena and Application Models

Sanae Murotani, Student Member (Ritsumeikan University),

Masamichi Nakamura, Student Member (Ritsumeikan University),

Komyo Kariya, Member (Ritsumeikan University)

This study has discussed as a task on modeling of uncertain phenomena in the study of construction of measurement science which is intended to be a standard science of each scientific field. In this paper, numerical expression model of electrode discharge phenomena is indicated as the time transition (TT) model, because the electrode discharge current value and its statistical dispersion by time transition show a fixed tendency of saying as relating to the peculiar parameters of electrode materials. And the usefulness of applying to the changing of state and situation that exists on society is discussed by referring "Replicon model" on group biology.

キーワード：数式モデル、時間推移(TT)、振幅確率密度分布(APDD)

1. はじめに

本研究は、「計測科学」の構築に有効な、現象の数学、数式的モデル化に関する研究の一環として行われた[1]。モデル化の対象は工学的分野や物理学的分野だけでなく、生物学、植物学、地理学など広い範囲に存在し、その応用は社会的、特に経済的な変動の問題を解決するのに効果的である。本研究では、電極間の放電電流のばらつきやその時間推移による統計的な広がりが、電極固有のパラメータに依存しており一定の傾向を示すので、電極間放電現象を数式モデルの対象とした。この事実は放電電流の確率密度分布時間推移 (TT of APDD) の現象論的研究としてすでに報告した[2]、[3]、[4]。

まずはじめに、連続コロナ放電と間欠アーク放電の電流パルスの振幅確率密度分布(APDD)の時間推移(TT)の形成方法について示し、次に電極材料の性質と放電電流の TT of APDD との関係について述べる。そしてそれぞれの放電現象の数式モデルとしてこの関係を考える。そして、集団生物学 (本研究では放電学と対応) 上の「レプリコンモデル」[5]、[6]を参照することにより、数式モデルの応用の可能性について言及する。

2. 放電電流の TT of APDD の測定方法

図 1 に連続コロナ放電電流と間欠アーク放電電流の測定方法と APDD の時間推移の形成方法の概略を示した。

コロナ放電において、電極表面上に連続的に発生する電流パルス $i(t)$ が低抵抗 ($10\ \Omega$) を通して電圧として検出される。そして、波形整形部 (Signal conditioner) でピークサンプリングされたコロナパルスはマルチチャンネル波高分析器 (M.C.P.H.A.) で振幅分布として測定される。

アーク放電においては、高電圧トリガ回路で発生した高圧インパルスが電極に加わったときに誘導される電流パルス $i(t)$ が、低抵抗 ($0.01\ \Omega$) を通して電圧として検出される。波形整形部でサンプリングされたこれらのパルスは、M.C.P.H.A で振幅分布として測定される。

そして、このようにして測定された分布はコンピュータによって測定時間の順に並べられ、三次元の分布 (TT of APDD) に形成される。

3. 数式モデル

気体放電は電極間のイオンや電子、荷電粒子の相互作用によって発生し、放電電流の大きさによってアーク放電、グロー放電、コロナ放電および火花放電等のいくつかの形式に分類される。放電現象の研究は古くからなされており、放電電流と電極材料との関係については、いくつかの理論が示されている[7]が、現実には、電極周辺

(a) 連続コロナ放電電流の場合
(a) In the case of continuous corona discharge current.

(b) 間欠アーク放電電流の場合
(b) In the case of intermittent arc discharge current.

図 1 電極間放電電流の TT of APDD の測定方法

Fig. 1. Schematic diagram of measurement and arranging methods of TT of APDD of electrode discharge current.

図 2 コロナ放電電流の TT of APDD (陽極材料 : C、陰極材料 : Ti, Fe, Ni)

Fig. 2. TT of APDD of corona discharge current (Anode material : C, Cathode materials : Ti, Fe, Ni).

の種々の現象との関係で定量的には求め難い。本研究では、文献[7]に示されている j_n/p^2 の式を念頭において、放電のトリガと関係する電極周辺の現象の複雑さを確率的計測によって現象論的に扱った。ここでは、コロナ、アークの両放電の数式モデルを考える。

(a) 平均値の時間推移
(a) Time transition of averages.

(b) 標準偏差の時間推移
(b) Time transition of standard deviation.

図3 平均値、標準偏差の時間推移

Fig.3. Time transitions of averages and variances.

<3.1>コロナ放電の数式モデル

<3.1.1> 放電電流の TT of APDD の測定

コロナ放電領域では放電を自続させるのに十分な電流密度が得られないとき、パルス電流が流れる。この領域では陰極からの二次電子放出(γ 作用)の影響が大きく、パルスの高さや間隔にはバラツキが見られる。

図1(a)のシステムにおいて放電条件(直列抵抗:1.5M Ω 、並列コンデンサ:300pF、陽極の形状:直径5mmの円筒形、陰極の形状:直径3mmの円筒形、電極表面:フェルトパフで鏡面に仕上げる、電極間距離:3mm、電源電圧:DC600V、封入気体:空気、気圧:6Torr、パルス電流値:2から10mA程度、パルス電流周波数:3KHz程度)、測定条件(測定間隔:5min、合計測定時間:145min)の下、陽極の材料を基底材料である炭素(C)としたとき、図2のようなTT of APDDが得られる。

図2より放電電流パルスのAPDDの平均値や標準偏差が時間の経過にしたがって変化する傾向、即ち分布の違いが見られる。また、測定開始後10分程度の時間経過にはバラツキが見られるが、その後の時間経過にはバラツキが少ないことがわかる。このことは実験の繰り返しによって確認されており、このバラツキは電極表面の影響によるものである。

図3は、図2に示した代表的なAPDDの時間推移の一連のデータから、平均値の時間推移と標準偏差の時間推移

表1 コロナ放電電流と陰極材料との相関関係
Table 1. Correlation between corona discharge current and cathode materials.

陰極材料	原子番号	抵抗率($\mu\Omega\text{m}$) (0°C)	仕事関数(eV)	密度(g/cm^3) (20°C)	電子親和力(eV)
Ti	22	42.00	3.57	4.54	6.82
Sn	50	10.10	4.29	7.30	—
Zn	30	5.45	4.33	7.13	9.34
Fe	26	8.71	4.60	7.87	7.78
Cu	29	1.55	5.02	8.96	7.73
Ni	28	6.58	5.22	8.90	7.64
相関係数	μ_{10}	-0.46	0.84	0.76	-0.29
	σ_{10}	0.25	-0.36	-0.26	-0.82

(a)仕事関数と平均値 (10分後)
(a)Work function - average (after10min).

(b)電子親和力と標準偏差 (10分後)
(b) Electron affinity - standard deviation (after10min).

図4 コロナ放電電流と陰極材料との相関関係
Fig.4. Relation between corona discharge current and cathode materials.

の2つの情報を取り出して、材料ごとの推移傾向を概略的に示したものである。

〈3.1.2〉 放電電流の TT of APDD と電極材料との関係
時刻 t の APDD を平均値と分散によって特徴付けることを〈3.1.1〉で述べたが、時刻 $t=10$ 分における APDD の平均値 μ_{10} および標準偏差 σ_{10} と陰極材料の物理的性質との相関関係を見ると表 1 および図 4 になる。平均値は仕事関数と正の相関があり、標準偏差は電子親和力と負の相関があることが分かる。

〈3.1.3〉 数式モデル

APDD の特徴が相関の強い平均値と分散で表されることから、APDD を正規分布に近似すると、 $t=10$ 分における APDD、即ち $D(x, t)|_{t=10}$ は、

$$\left. \begin{aligned} D(x, t)|_{t=10} &= N(\mu(t), \sigma^2(t))|_{t=10} \\ \mu(t)|_{t=10} &= \mu_{10} = g_a(\phi) \\ \sigma(t)|_{t=10} &= \sigma_{10} = g_b(\varepsilon_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $\mu(t)$: t 分後の平均値

$\sigma^2(t)$: t 分後の分散

ϕ : 陰極材料の仕事関数

ε_0 : 陰極材料の電子親和力

と、表すことができる。実際には電極表面の影響も受けているので、式(1)は、

$$\left. \begin{aligned} \mu'(t)|_{t=10} &= g_a(\phi) + h_a(\zeta) \\ \sigma'(t)|_{t=10} &= g_b(\varepsilon_0) + h_b(\xi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)'$$

と記述できる。 $h_a(\zeta)$ 、 $h_b(\xi)$ は電極表面の状態を表わす関数であり、 ζ 、 ξ は定数である。また、 t 分後の平均値と標準偏差の時間変化は、式(2)、(3)のように表せる。

$$\mu(t) = g_a'(\mu_{10}, t) = a(t+10)^b \dots\dots\dots (2)$$

$$\sigma(t) = g_b'(\sigma_{10}, t) = c(t+10)^d \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 a 、 b : μ_{10} の関数

c 、 d : σ_{10} の関数

よって、式(1)、(2)、(3)より t 分後の APDD のモデル式は、

$$\left. \begin{aligned} D(x, t) &= N(\mu(t), \sigma^2(t)) \\ \mu(t) &= f_a(\phi, t) \\ \sigma(t) &= f_b(\varepsilon_0, t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

となる。陰極にチタン(Ti)とニッケル(Ni)が選択されたときの TT of APDD のモデルを図 5 に示す。

(a) Ti の放電電流モデル

(a) Model of discharge current of Ti.

(b) Ni の放電電流モデル

(b) Model of discharge current of Ni.

図 5 コロナ放電電流 TT of APDD モデル
Fig.5. Models of TT of APDD of the corona discharge current.

図 6 アーク放電電流の TT of APDD (陽極材料 : C、陰極材料 : Ti, Fe, W)

Fig.6. TT of APDD of the arc discharge current (Anode material : C, Cathode materials : Ti, Fe, W).

＜3. 2＞ アーク放電の数式モデル

＜3. 2. 1＞ 放電電流の TT of APDD の測定

アーク放電は電極の熱的作用に支配されている。

図 1 (b)のシステムにおいて、放電条件 ($(R, L, C) = (1 \Omega, 475 \mu H, 50 \mu F)$)、陽極の形状：直径 5mm の円筒形、陰極の形状：直径 3mm の円筒形、電極表面：フェルトパフで鏡面に仕上げる、電極間距離：8mm、電源電圧：DC500V、封入気体：空気、気圧：20Torr、電流値：20 から 80A 程度、放電の振動周波数：1KHz 前後、間欠放電間隔：8Hz)、測定条件 (測定間隔：30s、測定時間：10min)の下、陽極の材料が基底材料である炭素(C)とすると、図 6 に示すような放電電流の TT of APDD が得られる。

アーク放電の電流パルスの幅は広いのでサンプリングしたサンプリングパルスの波高分布を用いる。放電は振動条件 (火花的) のために電流は振動し、分布にはいくつかのピークが見られる。

＜3. 2. 2＞放電電流の TT of APDD と電極材料との関係

分布上に現れるピークの数、アーク放電の電圧－電流特性によるものであり、その位置は陰極の材料によると考えられる。そこで、時刻 $t=30$ 秒における APDD の各ピークと陰極材料の物理的性質との相関を求めると表 2 の結果となり、陰極材料のいくつかの物理的性質と APDD のピークの平均値 μ_k とが強い相関を示すことが分かる。ただし、 μ_k 、 σ_k^2 はそれぞれ各ピークの平均値と分散である。従って、アーク放電電流の APDD はいくつかのピークによって特徴付けられる。

＜3. 2. 3＞数式モデル

図 7 の関係から、APDD を累乗と正規分布の和に近似

すると、

図 7 アーク放電電流の APDD のピーク
Fig.7. Peaks on APDD of Arc discharge current.

図 8 アーク放電電流の近似 APDD
Fig.8. An example of APDD of the arc discharge current.

表 2 アーク放電電流と陰極材料との相関関係

Table 2. Correlation between arc discharge current and cathode materials.

	陰極材料	原子番号	沸点 (kK)	融点 (kK)	抵抗率 (μ Ωm) (0℃)	仕事関数 (eV)	密度 (g/cm³) (20℃)	比熱 (cal/g・K) (0-100℃)	熱伝導率 (W/cm・K) (20℃)	比熱×密度×融点 (kcal)
	Al	13	2.75	0.93	2.50	4.3	2.70	21.9	2.38	55.1
	Cu	29	2.86	0.14	1.55	4.6	8.96	9.2	3.94	11.2
	Fe	26	3.16	1.81	8.71	4.5	7.87	10.9	0.73	155.2
	Mo	42	5.10	2.90	5.03	4.2	10.20	6.2	1.42	183.6
	Ni	28	3.11	1.73	6.58	4.6	8.90	10.8	0.88	165.9
	Ta	73	4.38	3.26	12.40	4.1	16.60	3.4	0.57	184.2
	Ti	22	3.54	1.95	42.00	3.9	4.54	3.1	0.16	27.5
	W	74	5.80	3.65	4.89	4.5	19.30	3.3	1.67	232.7
	Zn	30	1.18	0.69	5.45	4.3	7.13	9.4	1.13	46.5
相関係数	μ ₂	-0.89	-0.69	-0.83	0.75	-0.27	-0.91	0.22	-0.64	-0.90
	σ ₂	0.13	0.00	0.04	-0.48	0.58	0.25	0.40	0.27	0.44
	μ ₁	-0.80	-0.52	-0.50	0.59	-0.21	-0.79	0.22	-0.24	-0.60
	σ ₁	-0.26	0.00	0.31	-0.16	-0.22	0.05	-0.16	0.01	0.29

$$F(x, t) = hx^j + N_1(\mu_1, \sigma_1^2) + N_2(\mu_2, \sigma_2^2) + \dots$$

$$= hx^j + \sum_{k=1}^n N_k(\mu_k, \sigma_k^2) \dots \dots \dots (5)$$

ただし、 $\mu_1 > \mu_2 > \mu_3 > \dots$

と表すことができるが、先に示した陰極材料の熱的性質を表す定数である比熱、密度、融点の積との線形相関に注目することによって、 μ_2 は、

$$\left. \begin{aligned} \mu_2 &= ax + b \\ x &= C \times d \times T_m \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

ただし、 C ：比熱、 d ：密度、 T_m ：融点、 a, b ：定数と表せる。ここで、 x は陰極からの原子蒸発による損失エネルギーの一つとして考えることができる。それは、電極表面の温度は高温となり融点にまで達して電極表面の金属原子が蒸発することからである。図8に陰極材料がTi、Fe、Ni、Mo、W、TaごとのAPDDを求めた結果を示す。

4. 電極放電モデルの応用性

本研究では、集団遺伝学や数理生態学において確立されているレプリコンモデルを参照している。レプリコンは状態を持ち、自己再現能力を持つ要素として考えられ、数式モデル上のレプリコンに実際の状態（中身）を与えることによって、その問題（主に社会上の問題）における状態変動の把握や状態予測に利用する。

遺伝学や生態学では一つまたは二つの媒体を考えるが、社会的モデルとして利用する場合には一つの媒体が使われてきた。レプリコンモデルの一般的記述はレプリコンの時間的変動 N_σ を

$$\dot{N}_\sigma = m_\sigma(t)N_\sigma(t) + \sum_{\sigma'} \mu_{\sigma, \sigma'} N_{\sigma'} \dots \dots \dots (7)$$

ただし、 $m_\sigma(t)N_\sigma(t)$ ：成長率によって示されるレプリコンの成長項、ただし $m_\sigma(t)$ は変化率

$\sum \mu_{\sigma, \sigma'} N_{\sigma'}$ ：変化率 $\mu_{\sigma, \sigma'}$ によって与えられたレプリコンの統計的変化項。

で与える。この式は定常項（第1項）と突然変異項（第2項）によって表現されているが、3.で述べた放電モデルは、このレプリコンモデルの突然変異項を除いた定常項に対応させられる。

コロナ放電やアーク放電モデルの数式モデルを式(4)、(5)、(6)に示した。コロナ放電モデルでは、式(4)より t 分後のAPDDは、陰極材料の仕事関数 ϕ と電子親和力 ϵ_0 を与えることによって定義できることがわかる。そしてそれらには次の関係がある。

$$\epsilon_0 = \phi + E_F \dots \dots \dots (8)$$

ただし、 E_F は陰極材料のフェルミエネルギー。

式(8)の ϵ_0 、 ϕ 、 E_F は相互に関係している。 ϕ は位置の情報をもっており、 ϵ_0 はエネルギー軸上でのバラツキをもっている。アーク放電モデルでは、分布は比熱 C 、密度 d 、融点 T_m と強い相関関係があるため、 $C \times d \times T_m$ に社会上の問題の性質を対応させることによって放電モデルのTT of APDDは有効に使用されることが考えられる。

図9 預金率への応用

Fig.9. The application to the deposit money rate.

このモデルの社会的な問題への応用は、今後の検討課題であるが、以下のように考えることができる。選択された問題（例えば預金率）のある時刻（一般的には現在の時刻）における大きさを S_0 とし、その変動を γ_0 とする。そして、その変動の特性からそれに相当する電極放電の陰極材料を選択する。そして、選択した問題のある時点の状態（初期状態）が未来まで続くという仮説のもと、即ち途中で他の影響を受けないという仮説のもと、選択した陰極材料の放電モデルのTT of APDDを使用することによって、図9のように未来の大きさ S_t 、変動 γ_t を予測することができる。

5. まとめ

本研究は計測科学の構築の研究のための不確定な現象のモデル化を目的としたものである。モデルとしては生物学の現象モデルの使用等がよく知られているが、本論文では、今まで現象論的に扱われることの多かった放電現象をモデル化の対象として提案した。

本論文では、電極材料の要素（パラメータ）の影響を受ける放電電流パルスのTT of APDDについて議論した。そして、その性質を基にして、簡易数式モデルを与え、レプリコンモデルを参照することにより、社会上の問題の現象モデルとして使用可能であることについて提言した。

（平成9年2月26日受付、平成9年8月18日再受付）

- [1] K. Kariya, S. Takayama and H. Kouchi: "Laboratory Model for Thinking of Measurement Science", Proc. of IEEE Inst. Meas. Tech. Conf., Brussels, Belgium, June 4-6, p.1485-1490 (1996)
- [2] 大依・苅屋:「弛張発振状態におけるグロー放電電流の分布推移の考察」、平成2年電気関係学会関西支部連合大会講演論文集、G2-36 (1990)
- [3] H. Ooyori, Y. Noda, H. Minamihara and K. Kariya: "Information Acquisition and Prediction of Changing State of Situation in Density Distribution", Proc. of VDI BERICHTE 856 (IMEKO Symposium, Karlsruhe Germany, Sep. 26-28, 1990), 403-410 (1990)
- [4] K. Kariya, S. Takayama, E. Sugiura and S. Nishikawa: "State and situation measurement by time transition of amplitude probability density distribution of detected signal -in the case of electrical discharge phenomenon was selected as a measurement object", Proc. of MICONEX'86, part I, 68-73 (1986)
- [5] 松田・石井:「生物集団と進化の数理」、岩波書店、2-224 (1980)
- [6] 西山:「社会システムのゆらぎと発展」、ÉLAN, WINTER, 28-31 (1984)
- [7] 電気学会:「改訂新版 放電ハンドブック」、電気学会、83-180 (1978)

室谷 早苗 (学生員) 1973年1月25日生。95年3

月立命館大学理工学部電気工学科卒業。97年3月同大学大学院理工学研究科修士課程修了。在学中は状態・状況計測の研究に従事。現在(株)東芝に勤務。

中村 正道 (学生員) 1974年2月15日生。97年3

月立命館大学理工学部電気電子工学科卒業。現在同大学大学院理工学研究科博士課程前期課程在学中。状態・状況計測の研究に従事。

苅屋 公明 (正員) 1934年7月10日生。57年3月

立命館大学理工学部電気工学科卒業。57-64年の間理学電機(株)にてX線分析装置及び原子炉計装の開発に従事。64年立命館大学理工学部講師、67年助教授、70年教授。計測工学担当。状態・状況計測の研究及び計測科学の構築に従事。工学博士。83年フリードリヒ・シラー大学(ドイツ)客員教授、84年ドイツアペイ財団客員教授。電気学会、計測自動制御学会、日本気象学会等の会員。計測自動制御学会 IMEKO(国際計測連合)委員(TC7担当)。