階層型分散システムにおける自律可制御性

非会員 田 中 玲 子 (東京大学大学院/理化学研究所)

正 員 新 誠 一 (東京大学大学院工学系研究科)

Autonomous Controllability of Hierarchical Decentralized Systems

Reiko Tanaka, Non-member (The Univ. of Tokyo / Bio-Mimetic Control Research Center, RIKEN),

Seiichi Shin, Member (Graduate School of Engineering, The University of Tokyo)

This paper aims to evaluate the fault tolerance of hierarchical decentralized systems (HDSs) by autonomous controllability. A HDS consists of a number of identical modules, each of which consists again of a number of identical submodules. Autonomous controllability at level α means that the entire system remains controllable, in spite of failures in arbitrary α submodules. Conversely, if the entire system becomes uncontrollable because of failures in a set of β submodules, this number β of failed submodules manifests the level of fault tolerance. We will thus find such sets of submodules to evaluate fault tolerance. A HDS considered here is built by combination of three basic structures, such as ring-type, chain-type and wheel-type structures. Therefore, the structural information of a HDS is described with the type of interconnections among modules and that for submodules. We will show that the results of evaluation for a HDS are obtained by combination of the results based on the interconnections among modules and the results on those among submodules. Various examples are also shown and it is discussed the fault tolerance of different types of structures.

キーワード：均質モジュール, 階層型結合, 可制御性, 耐故障性

1. はじめに

階層構造システム⁽¹⁾や自律分散システム⁽²⁾⁽³⁾に代表されるように、結合された多数のモジュールから成る大規模複雑システムの研究は、これまでに多く行なわれてきた。最近では、自律分散システムの実用化が群モジュールロボット⁽⁴⁾からFAシステム⁽⁵⁾、鉄道制御システム⁽⁶⁾に至るまで、様々な分野において急速に実現されている。さらに、多数のモジュール間の協調により必要に応じて新しい機能を創り出す創発システム⁽⁷⁾まで議論が進んできている。機能の創発に関して、ボトムアップ的システム形成が行われていく自然な過程として、生物の進化にヒントを得た人工生命モデルや免疫系など幅広い分野の研究が行なわれている⁽⁷⁾。

この新たなシステム形成の仕組みに対して我々は、モジュールの数という「量的変化」が機能の実現という「質的变化」を起こす過程を創発と考えている⁽⁸⁾。すなわち、不完全な群モジュールに新たなモジュールが加わることで機能が実現されることを創発と呼ぶ。逆に、モジュール故障によって正常なモジュール数が減少した場合、システムのもつ何らかの機能が失われることがある。

本稿では、このように故障モジュール数の増加という量

的变化がシステムの可制御性という質にどのような変化をもたらすかを論じる。故障モジュールによって変化するこの質を自律可制御性とよぶ。

我々は、いかなる l 個のモジュールの故障にもかかわらず、システム全体が可制御である性質を「レベル l の自律可制御性」と定義し⁽¹²⁾、解析を進めてきた。ある k 個のモジュール故障により、システム全体の可制御性が失われるならば、その故障モジュール数で、システムの耐故障性を定量的に評価できる。これまでの研究では、均質モジュール間結合の三種(図1 (a) リング型, (b) 鎖型, (c) 車輪型)の構造の耐故障性を評価してきた⁽²⁾。具体的には、各構造で表される全てのシステムがパラメータによらずに非可制御になる故障モジュールの集合(「カット」⁽¹⁰⁾と呼ぶ)を各々求めた。

しかし、実際のFAシステムや電力プラントシステム等では、これらの基本型の階層構造が見られる⁽¹⁾。そこで本稿では、図2のように、システムを構成する均質モジュールが、さらにいくつかのサブモジュールから成る階層型を扱う。そして既に解析をした三種が階層的に組み合わせられた構造の耐故障性を検討する。その結果、大規模複雑システムをサブモジュール群から成る複数のモジュールに切りわけ、サブモジュール間結合およびモジュール間結合からシ

図1 均質モジュール間結合の基本的な構造。
(a) リング型, (b) 鎖型, (c) 車輪型。

Fig. 1. Three basic structures of interconnections among homogeneous modules: (a) ring-type, (b) chain-type, (c) wheel-type.

図2 階層型分散システムの例。モジュール間結合は鎖型、サブモジュール間結合は車輪型をそれぞれ採用している。

Fig. 2. A hierarchical decentralized system with chain-type interconnections among modules and wheel-type interconnections among submodules.

システム全体の耐故障性を評価できることを示す。

本稿の構成は以下の通りである。第2節で階層型分散システムの構造を定義し、第3節では階層型分散システムの耐故障性の尺度を示す。そして、第4節でその尺度による耐故障性の評価を行なう。

本稿で、 I_k とは k 次の単位行列を表し、 $R(A, B)$ とは (A, B) の可制御性行列⁽¹¹⁾を表す。すなわち、システムが n 次とすると、 $R(A, B) = [BAB^2B^3 \cdots A^{n-1}B]$ である。

2. 階層型分散システムの構造

本稿で扱う階層型分散システム S は、 m_0 個の均質モジュール $\{S_1, \dots, S_{m_0}\}$ から構成され、さらに各均質モジュール S_i が m_1 個のサブモジュール $\{S_1^i, \dots, S_{m_1}^i\}$ から成るものとする (図2)。

〈2.1〉モジュール間結合の構造 システム S の可制御性を扱うため、全体システム S の状態遷移方程式

$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \cdots \cdots \cdots (1)$

$$= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1m_0} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2m_0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m_01} & A_{m_02} & \cdots & A_{m_0m_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{m_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1m_1} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2m_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{m_11} & B_{m_12} & \cdots & B_{m_1m_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{m_0} \end{bmatrix}$$

を与える。ただし、各モジュール S_i の状態を $x_i(t) \in \mathbf{R}^{n_0}$ 、 S_i 自身の制御チャネルからの入力を $u_i(t) \in \mathbf{R}^{r_0}$ と表し、これらを用いて S の状態および入力を

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{m_0} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^n, u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{m_0} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^r \cdots \cdots (2)$$

でそれぞれ表す。ここで、モジュールの均質性より、適切な次数の非零の行列 K, L, P, Q によってモジュール間の結合を

$$A_{ii} = K, \quad A_{ij} = \begin{cases} L & (\text{if } S_i \text{ and } S_j \text{ are connected}) \\ O & (\text{otherwise}) \end{cases}$$
$$B_{ii} = P, \quad B_{ij} = \begin{cases} Q & (\text{if } S_i \text{ and } S_j \text{ are connected}) \\ O & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

と表す。すなわち、 A と B の対角ブロック成分は、各モジュール S_i からその状態 x_i への影響を表し、非対角ブロックは、モジュール間の干渉を表す。このとき、正常時のシステムは可制御であるとする。

本稿では、パラメータ K, L, P, Q の数値的情報にはよらずに、モジュール間結合の構造と均質性によってのみ決まる性質に着目する。そこで、それらの情報を表すモジュール構造行列 Δ_0 を以下のように定義する。

〔定義1〕 A の行列成分 K, L をスカラーのパラメータ k, l でそれぞれ置き換えて得られた m_0 次の行列 Δ_0 を「モジュール構造行列」とよぶ。

均質モジュール間結合の基本的な構造として、図1に示す三種類を考える。その形態より各々、リング型、鎖型、車輪型とよび、対応するモジュール構造行列は

(a) リング型, (b) 鎖型, (c) 車輪型

$$\begin{bmatrix} k & l & 0 & \cdots & 0 & l \\ l & k & & & & 0 \\ 0 & & \ddots & & & \\ 0 & & & k & l & \\ l & 0 & \cdots & 0 & l & k \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} k & l & 0 & \cdots & 0 \\ l & k & & & \\ 0 & & \ddots & & \\ 0 & & & k & l \\ 0 & \cdots & 0 & l & k \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} k & l & 0 & \cdots & 0 & l' \\ l & k & l & & & 0 \\ 0 & l & & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & & \\ 0 & & & k & l & l' \\ l' & 0 & \cdots & 0 & l & k \end{bmatrix}$$

と定義でき、各々 $\Delta_{\text{ring}}, \Delta_{\text{chain}}, \Delta_{\text{wheel}}$ と表す。尚、車輪型構造の耐故障性解析の結果より⁽⁹⁾、中心に位置するモジュールは他と異なってもよいものとする。

〈2.2〉サブモジュール間結合の構造 階層型分散システムでは、各均質モジュール S_i がまた m_1 個のサブモジュール $\{S_1^i, \dots, S_{m_1}^i\}$ から成る。そこで、各サブモジュール S_i^j の状態 $x_i^j(t) \in \mathbf{R}^{n_1}$ 、 S_i^j 自身の制御チャネルからの入力 $u_i^j(t) \in \mathbf{R}^{r_1}$ を用いて

$$x_i = \begin{bmatrix} x_i^1 \\ x_i^2 \\ \vdots \\ x_i^{m_1} \end{bmatrix}, u_i = \begin{bmatrix} u_i^1 \\ u_i^2 \\ \vdots \\ u_i^{m_1} \end{bmatrix} \cdots \cdots \cdots (3)$$

とかける。また、(3) に合わせて K, P は

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & \cdots & K_{1m_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{m_11} & \cdots & K_{m_1m_1} \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1m_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m_11} & \cdots & P_{m_1m_1} \end{bmatrix} \cdots \cdots (4)$$

と分割でき、適切な次数の非零行列 K^*, K^o, P^*, P^o によってサブモジュール間の結合を

$$K_{jj} = K^*, \quad K_{jl} = \begin{cases} K^o & (\text{if } S_i^j \text{ and } S_i^l \text{ are connected}) \\ O & (\text{otherwise}) \end{cases}$$
$$P_{jj} = P^*, \quad P_{jl} = \begin{cases} P^o & (\text{if } S_i^j \text{ and } S_i^l \text{ are connected}) \\ O & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

と表す。 L, Q の対角成分についても、それぞれ対応するサブモジュール S_i^j と S_i^j 間に接続がある場合には適切な次数の非零行列 L^*, Q^* , それ以外を O と定義する。 L, Q の非対角成分は O とする。このとき、モジュール構造行列と同様、サブモジュール間結合の型に応じて、以下のサブモジュール構造行列 Δ_1 を定義する。

〔定義 2〕 K の行列成分 K^*, K^o をスカラーのパラメータで置き換えた m_1 次の行列 Δ_1 を「サブモジュール構造行列」とよぶ。

本稿では、サブモジュール間結合も前記の基本三種のいずれかであるとする。

以上の定義により、階層型分散システムの構造を、モジュール構造行列 Δ_0 とサブモジュール構造行列 Δ_1 の組 $[\Delta_0, \Delta_1]$ で表せる。

3. 階層型分散システムに対する耐故障性の尺度

本節では、二層の階層型分散システムの耐故障性を評価するための尺度を示す。

〈3・1〉 サブモジュールの故障と自律可制御性 本稿で扱うサブモジュールの故障は、各制御チャネルの故障⁽¹³⁾に制限する。

〔定義 3〕 「あるサブモジュール S_i^j が時刻 t_0 に故障する」ことを

$$u_i^j(t) = 0, \quad \text{for } \forall t \geq t_0 \quad (5)$$

と表す。

式 (5) は、モジュールの緊急停止やメンテナンスの状態も表す。このような場合でも、耐故障システムにはシステム全体が停止せずに作動を続けていることが望まれる。

そこで、耐故障システムに望まれる性質として、我々はシステム全体の自律可制御性⁽¹²⁾を提案した。この性質は、システム内のいくつかの制御チャネルが故障した場合でも、システム全体の可制御性を保証するものである。すなわち、残った正常な制御入力互いに補い合い、故障箇所も含めてシステム全体の状態を任意に指定できる性質をいう。また、故障サブモジュール数をレベルと呼び、いかなる α 個のサブモジュールが故障してもシステム全体が可制御である性質を「レベル α の自律可制御性」と定義した。逆に、ある β 個のサブモジュール故障により、システム全体の可制御性が失われるならば、このときのレベル数 β によりシステムの耐故障性を定量評価できる。

〈3・2〉 耐故障性の尺度 ある階層型分散システムについて、その構造 $[\Delta_0, \Delta_1]$ と各サブモジュールが故障しているか否かが既知とする。

故障サブモジュールの配列を表すため、ここでは、信頼性工学の「カット」⁽¹⁰⁾の概念を適用し、各サブモジュール S_i^j に対して、変数 f_i^j を

$$f_i^j = \begin{cases} 0 & (\text{if } S_i^j \text{ is faulty}) \\ 1 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (6)$$

と定義する。そのとき、構造が $[\Delta_0, \Delta_1]$ で表される全てのシステムが非可制御になる $0, 1$ のパターンを $(f_1^1, \dots, f_1^{m_1}, f_2^1, \dots, f_2^{m_1}, \dots, f_{m_0}^{m_1})$ とし、対応する故障サブモジュール集合 Π を以下のように定義する。

〔定義 4〕 Π に含まれる全てのサブモジュールが故障したとする。すなわち、サブモジュール S_i^j に対する変数 f_i^j について

$$\begin{cases} f_i^j = 0, & S_i^j \in \Pi \\ f_i^j = 1, & S_i^j \notin \Pi \end{cases} \quad (7)$$

とする。このとき、システム全体がパラメータによらずに非可制御になるならば、 Π を階層構造 $[\Delta_0, \Delta_1]$ の「カット」と呼ぶ。

カット Π に含まれる全てのサブモジュールの故障により、この構造をもつ全てのシステムが可制御性を失う。そこで、 Π 内のサブモジュール数でその構造の耐故障性を定量評価できる。

4. 階層型分散システムの耐故障性

本節では、種々の階層構造のカットを求め、階層型分散システムの耐故障性を論じる。

故障モジュールの配置パターンにしたがって定義した $F_1 = \text{diag}\{f_1^1, \dots, f_1^{m_1}, f_2^1, \dots, f_2^{m_1}, \dots, f_{m_0}^{m_1}\}$ を用いて、入力の次数に合わせて故障行列 F を $F = F_1 \otimes I_{r_1}$ と定める。すると、いくつかのサブモジュール故障後の B 行列 BF では全ての故障モジュールに対応する列ブロックが零になる。したがって、カットを求めることは、 $R(A, BF)$ がパラメータによらずに非フルランクになる F を求めることに対応する。一般に、可制御性行列 $R(A, B)$ のランクは状態変換に関して不変なので、ある行列 Z で状態変換した $\tilde{A} = Z^{-1}AZ, \tilde{B} = Z^{-1}B$ を用いて、

$$R(\tilde{A}, \tilde{B}) = [\tilde{B} \quad \tilde{A}\tilde{B} \quad \dots \quad \tilde{A}^{n-1}\tilde{B}] \quad (8)$$

のランクを判定する。

ここで、モジュール構造行列 Δ_0 をパラメータによらずに対角化する m_0 次行列を Z_0 とする。同様に、サブモジュール構造行列 Δ_1 をパラメータによらずに対角化する m_1 次行列を Z_1 とする。そのとき、 A のモジュール構造に着目すると、 Z_0 を用いて A は

$$(Z_0^{-1} \otimes I_{n_0})A(Z_0 \otimes I_{n_0}) = \text{diag}\{A_1, A_2, \dots, A_{m_0}\} \quad (9)$$

の形でブロック対角化される。ここで、 n_0 次正方行列 $A_i (1 \leq i \leq m_0)$ は、(9) より K と L の線形和となり、サブモジュール構造行列 Δ_1 で表せる。したがって、各 A_i は Z_1 を用いてさらに

$$(Z_1^{-1} \otimes I_{n_1})A_i(Z_1 \otimes I_{n_1}) = \text{diag}\{\Lambda_i^1, \Lambda_i^2, \dots, \Lambda_i^{m_1}\} \quad (10)$$

の形でブロック対角化される。ただし、 Λ_i^j は n_1 次正方行列とする。(10) を (9) に代入して整理すると、

$$\text{diag}\{\Lambda_1^1, \dots, \Lambda_1^{m_1}, \dots, \Lambda_2^{m_1}, \dots, \Lambda_{m_0}^{m_1}\} \\ = \{(Z_0^{-1} \otimes Z_1^{-1}) \otimes I_{n_1}\} A \{(Z_0 \otimes Z_1) \otimes I_{n_1}\} \quad (11)$$

が得られ、 A が対角化されている。そこで、 $Z = \{(Z_0 \otimes Z_1) \otimes I_{n_1}\}$ として、可制御性行列 (8) のランクを調べる。

一方、 B についても同様に、 Z を用いて

$$\tilde{B}Z = \{(Z_0^{-1} \otimes Z_1^{-1}) \otimes I_{n_1}\} B \{(Z_0 \otimes Z_1) \otimes I_{r_1}\} \\ = \text{diag}\{\Sigma_1^1, \dots, \Sigma_1^{m_1}, \dots, \Sigma_2^{m_1}, \dots, \Sigma_{m_0}^{m_1}\} \quad (12)$$

の形でブロック対角化される。ただし、 Σ_i^j は $n_1 \times r_1$ 次行列とする。したがって、(11), (12) より

$$\tilde{A}^i \tilde{B} = \begin{bmatrix} (\Lambda_1^1)^i \Sigma_1^1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & (\Lambda_1^{m_1})^i \Sigma_1^{m_1} & \\ & & & \ddots \\ & & & & (\Lambda_{m_0}^{m_1})^i \Sigma_{m_0}^{m_1} \end{bmatrix} \{(Z_0^{-1} \otimes Z_1^{-1}) \otimes I_{r_1}\}$$

であり、行や列の入れ替えにより

$$\text{rank} R(\tilde{A}, \tilde{B}) = \text{rank} \left\{ \begin{bmatrix} R_1^1 & & & \\ & R_1^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & R_{m_0}^{m_1} \end{bmatrix} (Z_0^{-1} \otimes Z_1^{-1}) \otimes I_{n_{r_1}} \right\}$$

と書ける。ただし、各 R_i^j ($1 \leq i \leq m_0; 1 \leq j \leq m_1$) は

$$R_i^j = [\Sigma_i^j \Lambda_i^j \Sigma_i^j (\Lambda_i^j)^2 \Sigma_i^j \dots (\Lambda_i^j)^{n-1} \Sigma_i^j] \dots \quad (13)$$

とする。以上より、 $R(\tilde{A}, \tilde{B}F)$ がパラメータによらずにフルランクになるためには、 $(Z_0^{-1} \otimes Z_1^{-1})F_1$ に零行が存在することが必要十分である。すなわち、 Δ_0 より得られる Z_0 と Δ_1 より得られる Z_1 の組み合わせにより、 $[\Delta_0, \Delta_1]$ のカットが得られる。

(4・1) 基本三種のカット 基本三種のカットは、 $Z = Z_0 \otimes I_{n_0}$ として得られる。以下、 m 個のモジュールからなる基本三種のモジュール構造行列 Δ^{type} を対角化する行列 (各々 $W_m^{\text{ring}}, W_m^{\text{chain}}, W_m^{\text{wheel}}$ と表す) を示し、各々の構造のカットを示す⁽⁹⁾。

(a) リング型に対する行列 W_m^{ring} は群論的手法を用いて以下のように得られる。 m が奇数の場合、

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \theta & \sin \theta & \dots & \cos \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta & \sin \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos 2\theta & \sin 2\theta & \dots & \cos 2 \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta & \sin 2 \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos m\theta & \sin m\theta & \dots & \cos m \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta & \sin m \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta \end{bmatrix}$$

m が偶数の場合、

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \theta & \sin \theta & \dots & \cos \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta & \sin \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos 2\theta & \sin 2\theta & \dots & \cos 2 \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta & \sin 2 \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos m\theta & \sin m\theta & \dots & \cos m \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta & \sin m \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \theta & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

ただし、 $\theta = \frac{2\pi}{m}$ とする。

(b) 鎖型の Δ^{chain} は三重対角行列なので、 W_m^{chain} は

$$W_m^{\text{chain}} = \begin{bmatrix} \sin \theta & \sin 2\theta & \dots & \sin m\theta \\ \sin 2\theta & \sin 4\theta & \dots & \sin 2m\theta \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin m\theta & \sin 2m\theta & \dots & \sin m^2\theta \end{bmatrix}$$

ただし、 $\theta = \frac{\pi}{m+1}$ として得られる。

(c) 車輪型に対する行列 W_m^{wheel} は、リング型の W_{m-1}^{ring} を用いて以下のように得られる。 $m' = m-1$ が奇数の場合、

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & \dots & \cos \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & \sin \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & 1/2 & 1/2 \\ \cos 2\theta & \sin 2\theta & \dots & \cos 2 \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & \sin 2 \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & 1/2 & 1/2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos m'\theta & \sin m'\theta & \dots & \cos m' \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & \sin m' \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{\sqrt{m'}}{2} & -\frac{\sqrt{m'}}{2} \end{bmatrix}$$

$m' = m-1$ が偶数の場合、

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & \dots & \cos \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & \sin \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & 1/2 & 1/2 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos 2\theta & \sin 2\theta & \dots & \cos 2 \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & \sin 2 \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & 1/2 & 1/2 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos m'\theta & \sin m'\theta & \dots & \cos m' \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & \sin m' \lfloor \frac{m'-1}{2} \rfloor \theta & 1/2 & 1/2 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{\sqrt{m'}}{2} & -\frac{\sqrt{m'}}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

ただし $\theta = \frac{2\pi}{m'}$ とする。

上で得られた各 W_m^{type} について、 $(W_m^{\text{type}})^{-1}$ の零非零パターンを調べ、システム構造基本三種のカットに関する次の定理が得られた⁽⁹⁾。

[定理 1]

- (a) リング型のカットは、 m の全ての約数 q に対して、 $S = \{S_q, S_{2q}, S_{3q}, \dots, S_m\}$ で与えられる。ただし、 $m \equiv 2 \pmod{4}$ の場合は $q = 2$ を除く。
- (b) 鎖型のカットは、 $(m+1)$ の全ての約数 q に対して $S = \{S_q, S_{2q}, S_{3q}, \dots, S_{m+1-q}\}$ で与えられる。
- (c) 車輪型のカットは、 $(m-1)$ の全ての約数 q に対して $S = \{S_q, S_{2q}, \dots, S_{m-1}, S_m\}$ で与えられる。ただし、 $(m-1) \equiv 2 \pmod{4}$ の場合は $q = 2$ を除く。

[例 1] 定理 1 で得られたカットの例を図 1 に示す。図中、カット内のサブモジュールを白丸 (○) で表し、矢印は有効な制御入力を表す。

(4・2) 階層型構造のカット 以上の議論より、階層型構造のカットは次のように得られる。

図3 パラメータに依らずに非可制御になる均質モジュール結合の例。カット内のサブモジュールを白丸(o)で表す。(a)リング型, (b)鎖型, (c)車輪型構造。

Fig. 3. Examples of the homogeneous systems which are uncontrollable independently of their parameters. Failures occur in the modules represented by circles (o). (a) Ring-type, (b) chain-type, (c) wheel-type homogeneous structured systems.

〔定理2〕 Δ_0 のカットを Π_0 とし, Π_0 内のモジュールのインデックス集合を I とする。また, Δ_1 のカットを Π_1 とし, Π_1 内のモジュールのインデックス集合を J とする。そのとき, $[\Delta_0, \Delta_1]$ のカットは, サブモジュール集合 $\{S_i^j | \forall i \in I, \forall j \in J\}$ で与えられる。

〔例2〕 例として, 5個のモジュールが鎖型に結合し, 各モジュール内では中心から3個のサブモジュールが車輪型に結合した図2(a)のシステム構造のカットを考える。モジュール間構造により, A, B はそれぞれ

$$A = \begin{bmatrix} K & L & O & O & O \\ L & K & L & O & O \\ O & L & K & L & O \\ O & O & L & K & L \\ O & O & O & L & K \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} P & Q & O & O & O \\ Q & P & Q & O & O \\ O & Q & P & Q & O \\ O & O & Q & P & Q \\ O & O & O & Q & P \end{bmatrix}$$

と与えられる。そこで, W_5^{chain} を用いて

$$(W_5^{\text{chain}} \otimes I_{n_0})^{-1} A (W_5^{\text{chain}} \otimes I_{n_0}) = \begin{bmatrix} K + \sqrt{3}L & & & & \\ & K + L & & & \\ & & K & & \\ & & & K + L & \\ & & & & K - \sqrt{3}L \end{bmatrix},$$

$$(W_5^{\text{chain}} \otimes I_{n_0})^{-1} B = \begin{bmatrix} P + \sqrt{3}Q & & & & \\ & P + Q & & & \\ & & P & & \\ & & & P + Q & \\ & & & & P - \sqrt{3}Q \end{bmatrix} (W_5^{\text{chain}} \otimes I_{4r_1})^{-1}$$

と対角化でき, 対角化して得られた行列の対角成分はそれぞれ K と L, P と Q の線形和になっている。ここで, 各モジュール内の構造を考慮すると,

$$K = \begin{bmatrix} S^\circ & V^\circ & V^\circ & U^\circ \\ V^\circ & S^\circ & V^\circ & U^\circ \\ V^\circ & V^\circ & S^\circ & U^\circ \\ U^\circ & U^\circ & U^\circ & T^\circ \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} O & & & \\ & O & & \\ & & O & \\ & & & W^\circ \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} S^\circ & V^\circ & V^\circ & U^\circ \\ V^\circ & S^\circ & V^\circ & U^\circ \\ V^\circ & V^\circ & S^\circ & U^\circ \\ U^\circ & U^\circ & U^\circ & T^\circ \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} O & & & \\ & O & & \\ & & O & \\ & & & W^\circ \end{bmatrix}$$

とかけるので, K と L, P と Q の線形和はそれぞれ Δ^{wheel} で表せる。そこで, W_4^{wheel} によって各成分をさらにブロック対角化するように, $Z = (W_5^{\text{chain}})^{-1} \otimes (W_4^{\text{wheel}})^{-1} \otimes I_{n_1}$ として $R(\tilde{A}, \tilde{B})$ のランクを調べればよい。上述の手続きにより, $R(\tilde{A}, \tilde{B}F)$ がパラメータによらずに非フルランクになるのは, $(Z_5^{\text{chain}})^{-1} \otimes (Z_4^{\text{wheel}})^{-1} F_1$ に零行が存在する場合である。具体的には,

$$(W_5^{\text{chain}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} & 2 & \sqrt{3} & 1 \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 2 \\ \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & -\sqrt{3} & 2 & -\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix},$$

$$(W_4^{\text{wheel}})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

より, 全体システム S のカットは, $\{S_1^1, S_1^2, S_1^3, S_2^2, S_2^3, S_2^4\}$ と得られる(図4(a)参照)。すなわち, W_5^{chain} から判定できる故障パターンのモジュール内で, W_4^{wheel} で得られる故障パターンが生じた時に非可制御になる。

図4 パラメータによらずに非可制御になる階層型構造システムの故障例。カット内のサブモジュールを白丸(o)で表す。

Fig. 4. Failure patterns that cause this multilevel system to be uncontrollable independently of its parameters. Failures occur in the submodules represented by circles (o).

〔例 3〕 同様に、5 個のモジュールがリング型に結合したシステムでは、 $(W_5^{\text{ring}})^{-1} \otimes (W_4^{\text{wheel}})^{-1} F_1$ の零非零パターンを調べ、図 4(b) に示したようなサブモジュールの故障により、システムが非可制御になる。

図 4(a) と (b) のように、各モジュール内の構造が同じならば、モジュール間結合を (a) のように鎖型にするか、あるいは、両端のモジュールを接続して (b) のようにリング型にするかを、ここで得られた耐故障性の解析結果に基づいて選択することができる。尚、図 4(a),(b) の構造は、鉄道制御システムやコンピュータネットワークシステムにみられる。

〔例 4〕 ビル内の空調設備のネットワーク構造等に見られる、モジュール間結合がリング型の階層型構造では、図 4(c),(d) に示されたようなサブモジュールの故障によって非可制御になる。

〔例 5〕 天井に張りめぐらされた照明装置や空調の吹き出し口の配置図などに見られる、モジュール間結合が鎖型の階層型構造では、それぞれ図 4(e),(f) に示されたようなサブモジュールの故障によって非可制御になる。

〔例 6〕 同様に、FA システム等に見られる、モジュール間結合が車輪型の階層型構造では、図 4(g),(h) に示したようなサブモジュールの故障によって非可制御になる。

5. おわりに

本稿では、システムを構成する均質モジュールが、さらにいくつかのサブモジュールから成る階層型分散システムの耐故障性を評価した。階層型分散システムの構造は、モジュール間結合とサブモジュール間結合がそれぞれ基本三種(リング型、鎖型、車輪型)のどの結合方法を採用しているかにより表せる。そこで、種々の階層構造について、故障モジュール数の増加という量的変化により、可制御性の喪失という質的变化が現れる際のサブモジュールの故障パターン(カット)を調べた。その時のカット内のサブモジュール数により、各構造の耐故障性を評価できる。本稿では二層の階層型構造を扱ったが、さらに階層が H 層 ($H \geq 2$) の場合についても同様の手法により解析が可能となることがわかる。その結果、階層構造では、各層毎の構造から独立に得られたパターンの組み合わせにより、全体システムの故障パターンが得られることが示された。こうして、組み合わせによる構造のバリエーションが広がり、より実用的な構造に対する耐故障性の解析が可能となった。ここでの結果を、例えばモジュール数といくつかの構造的制約がある場合に、どのような結合が望ましいか、といった設計の一助とすることができる。

今後は、車輪型での中心モジュールの非均質性を利用し、モジュールの均質性が仮定しにくい場合について検討していく。

最後に、この研究の一部は文部省科学研究費補助金(重点領域研究)「創発的機能形成のシステム理論」(課題番号

07243105) の補助を受けたことを付記しておく。

(平成 8 年 11 月 25 日受付)

文 献

- (1) M. D. Mesarovic, D. Macko and Y. Takahara: Theory of Hierarchical Multilevel Systems, Academic Press, Inc. (1970)
- (2) 新誠一, 池田建司, 湯浅秀男, 藤田博之: 自律分散システム, 日本ファジイ学会編, 朝倉書店 (1995)
- (3) 伊藤正美, 市川淳信, 須田信英 共編: 自律分散宣言 — 明日を拓くシステムパラダイム —, オーム社 (1995)
- (4) 藤井輝夫, 浅間一, ほか: 「インテリジェントデータキャリアを用いた移動ロボット群の適応・進化戦略」, 第 8 回自律分散システムシンポジウム予稿集, pp. 375-378 (1996)
- (5) M. Omura and M. Oku: "Hi-Cell System Architecture for Manufacturing Systems", Proc. Int. Symp. Autonomous Decentralized Systems, pp. 154-161 (1995)
- (6) S. Harashima, Y. Taniyama, S. Ogawa, K. Udonon and T. Seki: "A Fault-Tolerant Subway Passenger Information Control System - An object Oriented Approach Based on Broadcast Communication -", Proc. Int. Symp. Autonomous Decentralized Systems, pp. 80-85 (1995)
- (7) 特集 創発システム — 人工システムの新たなパラダイムをめざして — 計測と制御, Vol. 35, No. 7 (1996)
- (8) 新誠一: 「群モジュールと創発」, 第二回創発システム・シンポジウム資料, pp. 30-33 (1996)
- (9) R. Tanaka, S. Iwata and S. Shin: "Structural Analysis of Fault-tolerance for Homogeneous Systems", Trans. Society of Instrument and Control Engineers, Vol. 33, No. 5 (1997) (to be published).
- (10) A. Kaufmann, D. Grouchko and R. Cruon: Mathematical Models for the Study of the Reliability of Systems, Academic Press (1977)
- (11) T. Kailath: Linear Systems, Prince-Hall, Inc. (1980)
- (12) R. Tanaka, S. Shin and N. Sebe: "Controllability of Autonomous Decentralized Systems", Proc. 3rd Seiken/IEEE Symp. on Emerging Technologies and Factory Automation, pp. 265-272 (1994)
- (13) K. Mori, K. Sano and H. Ihara: "Autonomous Controllability of Decentralized System Aiming at Fault-Tolerance", Proc. 8th IFAC World Congress, pp. 1833-1839 (1981)

田中 玲子 (非 会 員) 1971 年 2 月 14 日 生 まれ。1993 年 3 月東京大学工学部計数工学科卒業。1995 年 3 月東京大学大学院工学系研究科計数工学専攻修士課程修了。同年 4 月より同専攻博士課程在学。1996 年 10 月より理化学研究所バイオ・ミメティックコントロール研究センターにてジュニア・リサーチ・アソシエイト。計測自動制御学会に属する。自律分散システムの理論研究に従事。

新 誠 一 (正 員) 1954 年 5 月 8 日 生 まれ。1980 年東京大学大学院工学系研究科修士課程修了。筑波大学電子・情報工学系助教授などを経て、現在東京大学大学院工学系研究科計数工学専攻助教授。計測・制御を中心に理論、応用研究に従事。91, 93 年計測自動制御学会論文賞, 92 年同賞武田賞。日本応用数理学会評議員, 計測自動制御学会会員。