チャープ格子を用いた単一波長発振半導体レーザの解析

非会員 高橋 朋裕 (名工大)

正員 山内 紀克 (名工大)

Analysis of single mode laser with chirped gratings
Tomohiro Takahashi, non-member (Nagoya Institute of Technology)
Norikatsu Yamauchi, member (Nagoya Institute of Technology)

Using the wavetheoretical analysis, this paper investigates the lasing characteristics of three sectioned single-mode DFB semiconductor lasers with chirped gratings. Analytical expressions are derived for the threshold gain and lasing wavelength of chirped DFB lasers. Numerical results show the sectioned chirped gratings have significant effects on the fine tuning of lasing wavelength and the improvement of the single-mode gain margin to the DFB lasers.

キーワード: チャープ格子, 単一波長発振, 半導体レーザ

1. まえがき

光ファイバ通信におけるコヒーレント光通信方式の導入は, 光ファイバが持つ光波伝送能力を十分に発揮させ, その伝送能力を拡張する手段として各国で進められている. コヒーレント光通信方式における光源に用いられる半導体レーザは, DBR レーザ, DFB レーザ等の単一発振特性を持つ半導体レーザと考えられているが, 発振波長の安定性と単一性は, 従来のものに比べても格段に厳しいものが要求される⁽¹⁾.

格子のピッチを全領域にわたって徐々に変化させるチャープ状格子は次の二つに分類できる. 一つは, もとの格子が持つブラッグ回折による反射帯域幅が大幅に広げられるような, ピッチ変化が大きく, チャープの強い格子である. 我々は, 先に強いチャープ格子を発光ダイオードと組み合わせることにより, 発光効率の向上が得られることを実験的に明らかにした⁽²⁾. 他の一つは, 本来の格子が持つ反射帯域幅がさほど変化を受けない, ピッチの変化が小さく, チャープの弱い格子である. このような格子では利得がある媒質と組み合わせることにより, 通常の格子が持つブラッグ回折で定まる反射帯域の両端近くで生じる双峰性の極めて狭いピークを持つ増幅特性の一方を強め, 他方を弱める効果を与える⁽³⁾⁻⁽⁶⁾. このような格子ピッチが連続的にゆるやかに変化するチャープ状格子は, DFB レーザの安定した単一縦モード発振を実現できることが明らかにされている⁽⁷⁾⁽⁸⁾.

本論文では, チャープ格子を導入した単一波長発振

レーザの優位性を理論的に検証することを目的に, 一つのDFB構造を持つレーザ⁽⁷⁾ではなく, 三つのDFB構造を持つレーザに対して弱いチャープ状格子を導入することによってレーザ発振特性が受ける変化を解析する. チャープ状格子はピッチの変化が極めて小さいことから, 摂動法を用いて波動関数の近似式を求め, 発振しきい値利得とそれに対する発振波長の特性方程式を導出する. そして, チャープを変化させることにより発振波長, 発振しきい値利得と界強度分布を求め, 発振波長の単一性, 制御制について論じる.

2. チャープ状格子を持つレーザの基本方程式

図1(a)はチャープ状格子構造の一次元モデルで, y, z 方向には無限に広がっているものとする. 通常, 格子構造は等価的に誘電体格子として置き換えが可能であるので, その誘電率を次の複素誘電率で表す.

$$\epsilon(x) = \bar{\epsilon}(1 - j2\delta + \Delta\epsilon f(x))$$

$$(|\delta|, |\Delta\epsilon| \ll 1) \dots\dots\dots (1)$$

ただし, δ は負で利得性, 正で損失性を表し, $\bar{\epsilon}$ は平均誘電率, $\Delta\epsilon$ は誘電率の変動分である. ここで, 式(1)の位相関数 $f(x)$ は, 図1(a)のように誘電体の格子周期に正弦波的な変化を仮定すると, 次式となる.

$$f(x) = \cos\{Kx + \Lambda\cos\Omega x\}$$

$$(K = M\Omega, \Lambda = 2\pi/K) \dots\dots\dots (2)$$

図1 チャープ格子の一次元モデル
Fig. 1. One-dimensional model of chirped grating

ただし、 Δ はチャープの強さを表すパラメータで、 Λ は格子の幾何学的波長である。 Ω に対して整数値 M を非常に大きく取ることにより、ゆるやかに変化する弱いチャープ構造を実現する。

図1(a)に対するチャープ格子周期の変動分は次のように表され、これを図1(b)に示す。

$$\begin{aligned} \Delta K/K &= \{d(\Delta \cos \Omega x)/dx\}/K \\ &= -(\Delta/M) \cdot \sin \Omega x \end{aligned}$$

チャープ格子を持つレーザの解析では、全長 $(M/2)\Lambda$ のチャープ格子を基本の単位とし、 $x_1 = -(M/4) \cdot \Lambda$ から始まる区間を L_1 、 $x_2 = (M/4) \cdot \Lambda$ から始まる区間を L_2 と呼ぶことにする。その時、それぞれの区間のチャープ周期の位相変化量 $\Delta(\Omega x)$ は

$$\Delta(\Omega x) = \Omega \cdot \{(M/2) \cdot \Lambda - 0\} = \pi$$

となるので、図1(b)のように、 $\Delta K/K$ はちょうど半周期だけ変化することになる。ゆえに、 $\Delta > 0$ ならば、区間 L_1 では格子周期が密から疎へ変化し、区間 L_2 では格子周期が疎から密へ変化するチャープ格子が実現できる。

次に、 x 軸方向に伝搬する波を考える。この場合、電界は偏波方向を y 軸方向としても一般性を失わないので、 y 軸方向単位ベクトルを $\mathbf{j}$ とすれば、 $\mathbf{E} = \mathbf{j}\psi(x)$ と置ける。式(1)を用いて、Maxwell の方程式より、 $\psi(x)$ についての波動方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + k^2(x)\psi(x) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} k^2(x) &= \omega^2 \varepsilon(x) \mu \\ &= \{\bar{k}(1 - j\delta)\}^2 \cdot (1 + \Delta \varepsilon f(x)) \quad (\because \delta \ll 1) \\ &= k_L^2 \cdot (1 + \Delta \varepsilon f(x)) \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、 $\bar{k}^2 = \omega^2 \bar{\varepsilon} \mu$ であり、 k_L は系の複素伝播定数である。ゆえに、 $-\delta$ は発振しきい値利得であり、それに対する発振波長は $2\pi/\bar{k}$ となる。

式(3)の解 ψ は、2つの独立な解 ψ_1 と ψ_2 の1次結合で表される。

$$\psi(x) = A\psi_1(x) + B\psi_2(x) \quad (A, B: \text{定数}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ψ_1 、 ψ_2 の近似式は付録に示す。

3. チャープ状レーザの特性解析

図2は、三つのチャープ状DFB構造を持つレーザの一次元モデルである。領域I、Vは、それぞれ x 軸の負、正方向に半無限的に広がる外部領域である。領域II、III、IVは、それぞれ光学的活性を持つチャープ格子であり、それぞれの誘電率 $\varepsilon_i(x)$ ($i = 2, 3, 4$) は次のように表される。

$$\varepsilon_i(x) = \bar{\varepsilon}_i(1 - j2\delta_i + \Delta \varepsilon_i f_i(x - x'_i)) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$f_i(x) = \cos\{K_i x + \Delta_i \cos \Omega_i x\}$$

$$K_i = M_i \Omega_i \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 x'_i はチャープの形を決めるための位相差であり、例えば図1(b)の L_1 の形とするならば、 $x'_i = x - x_1$ となる。また、各領域の透磁率は等しいものとする。このように、三つのチャープ状DFB構造を持つレーザが、無反射で出力するモデルを考える。

電界ベクトルを y 軸成分のみと仮定したので、磁界ベクトルは z 軸成分のみとなる。領域II、III、IVを式(5)の ψ の肩に付けた数字で区別すると、各領域の電磁界は、次の各式により表される。

$$E_1(x) = R_1 \exp\{jk_1(x - x_1)\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$E_2(x) = A\psi_1^2(x - x'_2) + B\psi_2^2(x - x'_2) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$E_3(x) = C\psi_1^3(x - x'_3) + D\psi_2^3(x - x'_3) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$E_4(x) = F\psi_1^4(x - x'_4) + F\psi_2^4(x - x'_4) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$E_5(x) = R_2 \exp\{-jk_5(x - x_4)\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$H_i(x) = -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_i(x)}{\partial x} \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad \dots\dots\dots (13)$$

図2 チャープ格子を持つレーザのモデル

Fig. 2. Model of lasers with chirped gratings

式(8)–(13)に対し、電磁界の境界条件を適用し、変形すれば、 C 、 D に対する次の式が導かれる。

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $\xi_{ij} = K_i x_j / 2$ と置き

$$\begin{aligned} G_{11} &= Y_1 \psi_i^3(\xi_{32}) - Y_2 \psi_i^{3'}(\xi_{32}) \\ G_{21} &= Y_3 \psi_i^3(\xi_{33}) - Y_4 \psi_i^{3'}(\xi_{33}) \\ Y_1 &= K_2 \{ P_1 \psi_2^{2'}(\xi_{22}) - P_2 \psi_1^{2'}(\xi_{22}) \} \\ Y_2 &= K_3 \{ P_1 \psi_2^2(\xi_{22}) - P_2 \psi_1^2(\xi_{22}) \} \\ Y_3 &= K_4 \{ Q_1 \psi_2^{4'}(\xi_{43}) - Q_2 \psi_1^{4'}(\xi_{43}) \} \\ Y_4 &= K_3 \{ Q_1 \psi_2^4(\xi_{43}) - Q_2 \psi_1^4(\xi_{43}) \} \\ P_i &= j2k_1 \psi_i^2(\xi_{21}) - K_2 \psi_i^{2'}(\xi_{21}) \\ Q_i &= j2k_5 \psi_i^4(\xi_{44}) + K_4 \psi_i^{4'}(\xi_{44}) \quad (i = 1, 2) \end{aligned}$$

ゆえに、式(14)に対する解の存在条件である

$$G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21} = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

より、チャープ状レーザの発振しきい値利得と発振波長を決定する特性方程式が得られる。

4. 数値解析と結果

境界面における反射波の効果を抑え、チャープの効果のみを明確にするため、各領域での平均の誘電率を等しくし、他の解析条件は次のように選ぶ。

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_i &= \Delta \epsilon = 0.001 \\ M_i &= M = 600 \\ \Omega_i &= \Omega = 1.0 \quad (i = 2, 3, 4) \\ \Lambda &= 2\pi / (M\Omega) \end{aligned}$$

領域II, IV : 300 Λ , 領域III : 300.5 Λ

領域IIIは位相差を付けるため領域II, IVより0.5 Λ 長くとり、領域IIIのチャープの強さ Δ_3 を固定し、領域II, IVのチャープの強さ $\Delta_{2,4}$ を変化させる。

〈4-1〉非対称構造の場合

図2のチャープ格子領域II, IVに対して、図1(b)に示す区間 L_1 を対応させた非対称構造を取り扱う。図3は、 $\Delta_3 = 0$ のときの $\Delta_{2,4}$ に対する発振しきい値利得(実線)と、それに対するBragg波長で規格化した発振波長(点線)特性であり、それぞれ同じ数字が対応している。また、その数字は縦モードの次数である。図3の右上と左上の曲線は、それぞれ $\Delta_{2,4}$ が正、負の時の $\Delta K/K$ を表す。例えば、 $\Delta_{2,4} = 0.0$ の時、つまりチャープをかけていない時は、利得を0から次第に加えていくと、 $-\delta = 0.00075$ (一般的に表すと $\alpha L = 2.12$)付近で発振開始し、これに対応する発振波長特性は(0)の点線なので、ほぼBragg波長が単独発振することがわかる。そして $\Delta_{2,4}$ を正に変化させると、発振しきい値利得差は多少変動するが、単一縦モード化には

図3 発振しきい値利得と発振波長特性 (非対称構造の場合)

Fig. 3. The characteristic of threshold gain and normalized wavelength (antisymmetrical model)

図4 界強度分布 (非対称構造の場合)

Fig. 4. The characteristic of normalized field intensity (antisymmetrical model)

さほど影響なく、 $\Delta_{2,4}$ の大きさにかかわらずほぼBragg波長で発振する。これは $\Delta_{2,4}$ を変化させるとき、チャープ格子からの等価的な反射点が左右で非対称に移動する結果、共振領域は平行移動するが等価的な共振器長は変化しないので、発振波長はあまり変化しないと説明できる。 $\Delta_{2,4}$ を負に変化させても同様の特性が得られる。図4は、 $\Delta_3 = 0$ のときの $\Delta_{2,4}$ を変化させた時の発振開始時の各領域の界強度分布である。ただし、各領域とも電界の絶対値を2乗し、その包絡線を示している。また、どの特性も出力を基準に正規化している。 $\Delta_{2,4}$ を正方向に変化させていくと、領域I側の界強度が強くなり、出力が大きくなり、 $\Delta_{2,4}$ を負方向に変化させた場合は、逆に領域V側の出力が大きくなる。

図5 発振波長特性 (非対称構造の場合)
Fig. 5. The characteristic of normalized wavelength (antisymmetrical model)

$\Delta_3 = 0.5, 1$ のときも発振しきい値利得と発振波長特性は $\Delta_3 = 0$ のときとほぼ同様な結果が得られ、界強度分布は領域 III のチャープの影響のため領域 I 側の界強度が強くなっていく。

次に発振波長の拡大図を図5に示す。 $\Delta_3 = 1$ では、 $\Delta_{2,4}$ が負のときほぼ直線になっており発振波長の厳密な制御が可能となっている。

〈4.2〉 対称構造の場合 図2のチャープ格子領域 II, IV に対して、図1(b)に示す区間 L_1, L_2 を対応させた対称構造を取り扱う。図6は $\Delta_3 = 0$ のときの $\Delta_{2,4}$ をパラメータとしたときの、発振しきい値利得とそれに対する発振波長特性である。 $\Delta_{2,4}$ が負のとき単独発振が可能となっている。非対称構造と比べより大きな波長の変化が生じるが、モード (0) と (± 1) との分離が悪くなり、単一発振性が外れる恐れがある。〈4.1〉に比べて発振波長変化が大きいのは、 $\Delta_{2,4}$ を変化させると等価的な反射点は左右で対称的に移動するので共振器長の変化が大きくなるとして説明できる。

図7は、 $\Delta_3 = 0$ のときの $\Delta_{2,4}$ を変化させたときの発振開始時の各領域の界強度分布である。 $\Delta_{2,4}$ を変化させても界強度分布はほとんど変化しない。

$\Delta_3 = 0.5, 1$ のときも発振しきい値利得と発振波長特性は $\Delta_3 = 0$ のときとほぼ同様な結果が得られ、界強度分布は非対称構造のときと同様に領域 I 側の界強度が強くなっている。

5. むすび

本論文では、三分割されたDFBレーザに格子ピッチがゆるやかに変化するチャープ状格子を導入し、独自の波動論的な手法を用いて解析検討した。その結果、非対称構造のときはチャープによる発振波長の厳密な制御が可能であることが分かった。対称構造でも発振波長の制御

図6 発振しきい値利得と発振波長特性 (対称構造の場合)

Fig. 6. The characteristic of threshold gain and normalized wavelength (symmetrical model)

図7 界強度分布 (対称構造の場合)

Fig. 7. The characteristic of normalized field intensity (symmetrical model)

は可能であるが、単一発振の安定性は劣っている。

(平成9年4月24日受付、平成9年9月16日再受付)

文 献

- (1) P. Correc: "Tunability of Multisection DFB Lasers", IEEE J. Quantum Electronics, Vol.32, No.6, pp.972-980 (June 1996)
- (2) T. Saka, M. Hirotsu, T. Kato, H. Susawa, and N. Yamauchi: "Bragg reflector of GaAlAs/AlAs layers with wide bandwidth applicable to light emitting diodes", Appl. Phys. Lett., 73, 1, pp.380-383 (January 1993)
- (3) 大鐘庸, 佐藤孝人, 山内紀克: "Chirp 格子の波動解析", 電学会電磁界理論研資, EMT-90-23, pp.49-58 (1990-3)

- (4) 佐藤孝人, 山内紀克: “チャープ状 DFB 構造を持つ誘電体格子の特性解析”, 信学技報, OQE90-120, pp.43-48 (1990-12)
- (5) H.Kogelnik: “Filter Response of Nonuniform Almost-Periodic Structures”, Bell Sys. Tech. J., 55, 1, pp.109-125 (1976)
- (6) T. Schrans, M. Mitsteinst, and A. Yariv: “Tunable active chirped-corrugation waveguide filters”, Appl. Phys. Lett. Vol.55 (3) 17 pp.212-214 (July 1989)
- (7) 大塚憲史, 山内紀克: “不均一な構造を有する DFB レーザの解析”, レーザ研究, 21, 7, pp.730-737 (1993-7)
- (8) 鈴木明, 多田邦雄: “不均一な軸方向実効屈折率分布を有する DFB レーザの解析”, 信学技報, OQE77-88, pp.19-26 (1978)

付 録

式 (3) の近似解

式 (2) を Fourier 級数展開し, 式 (3) の解を

$$\psi(x) = \phi(x) \exp(\gamma x) \quad \dots\dots\dots (付 1)$$

と置くと, 次の波動方程式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{d^2\phi}{d\xi^2} + 2\gamma \frac{d\phi}{d\xi} + (p + \gamma^2) \phi \\ + 2\Delta\epsilon \left(A \cos 2\xi + B \sin \frac{2M-2}{M}\xi \right. \\ \left. + B \sin \frac{2M+2}{M}\xi \right) \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (付 2) \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned} A &= J_0(\Delta)/2, \quad B = -J_1(\Delta)/2 \\ \xi &= M\Omega x/2, \quad \bar{k}^2 = \omega^2 \bar{\epsilon} \mu \\ p &= \left\{ \frac{2\bar{k}(1-j\delta)}{M\Omega} \right\}^2 \end{aligned}$$

$J_0(\Delta)$, $J_1(\Delta)$ はそれぞれ 0 次, 1 次 Bessel 関数である.
式 (付 2) における $\Delta\epsilon$ を摂動パラメータに選び, ϕ , p , γ を $\Delta\epsilon$ の級数展開として

$$\begin{aligned} \phi &= \sum \phi_n \Delta\epsilon^n, \quad p = \sum p_n \Delta\epsilon^n \\ \gamma &= \sum \gamma_n \Delta\epsilon^n \quad (\gamma_0 = 0) \quad \dots\dots\dots (付 3) \end{aligned}$$

と書けるものと仮定する. 1 次 Bragg 回折条件近くでの発振特性 ($p_0 = 1$) を取り扱うこととすると, 式 (付 2) の解は次式となる. ここでは $\Delta\epsilon$ の 2 乗の項まで近似する.

$$\phi_0 = C \cos \xi + S \sin \xi \quad \dots\dots\dots (付 4)$$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= C_0 \cos 3\xi \\ &+ C_1 \cos \frac{M-2}{M}\xi + C_2 \cos \frac{M+2}{M}\xi \\ &+ C_3 \cos \frac{3M-2}{M}\xi + C_4 \cos \frac{3M+2}{M}\xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ S_0 \sin 3\xi \\ &+ S_1 \sin \frac{M-2}{M}\xi + S_2 \sin \frac{M+2}{M}\xi \\ &+ S_3 \sin \frac{3M-2}{M}\xi + S_4 \sin \frac{3M+2}{M}\xi \quad \dots\dots (付 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_2 &= C_{01} \cos 3\xi + C_{02} \cos 5\xi \\ &+ C_{11} \cos \frac{M-2}{M}\xi + C_{12} \cos \frac{M+2}{M}\xi \\ &+ C_{21} \cos \frac{M-4}{M}\xi + C_{22} \cos \frac{M+4}{M}\xi \\ &+ C_{31} \cos \frac{3M-2}{M}\xi + C_{32} \cos \frac{3M+2}{M}\xi \\ &+ C_{41} \cos \frac{3M-4}{M}\xi + C_{42} \cos \frac{3M+4}{M}\xi \\ &+ C_{51} \cos \frac{5M-2}{M}\xi + C_{52} \cos \frac{5M+2}{M}\xi \\ &+ C_{61} \cos \frac{5M-4}{M}\xi + C_{62} \cos \frac{5M+4}{M}\xi \\ &+ S_{01} \sin 3\xi + S_{02} \sin 5\xi \\ &+ S_{11} \sin \frac{M-2}{M}\xi + S_{12} \sin \frac{M+2}{M}\xi \\ &+ S_{21} \sin \frac{M-4}{M}\xi + S_{22} \sin \frac{M+4}{M}\xi \\ &+ S_{31} \sin \frac{3M-2}{M}\xi + S_{32} \sin \frac{3M+2}{M}\xi \\ &+ S_{41} \sin \frac{3M-4}{M}\xi + S_{42} \sin \frac{3M+4}{M}\xi \\ &+ S_{51} \sin \frac{5M-2}{M}\xi + S_{52} \sin \frac{5M+2}{M}\xi \\ &+ S_{61} \sin \frac{5M-4}{M}\xi + S_{62} \sin \frac{5M+4}{M}\xi \quad \dots\dots (付 6) \end{aligned}$$

ただし,

$$\gamma_1 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{A^2 - p_1^2} \quad \dots\dots\dots (付 7)$$

$$\gamma_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (付 8)$$

$$S = \mp \sqrt{A + p_1} \quad (\text{複号同順}) \quad \dots\dots\dots (付 9)$$

$$C = \sqrt{A - p_1} \quad \dots\dots\dots (付 10)$$

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{2}{\epsilon} \left[-1 \pm \left\{ p + \epsilon^2 A^2 \left(\frac{1}{4} + N_{01} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \epsilon^2 B^2 (N_{11} + N_{12} + N_{31} + N_{32}) \right\}^{1/2} \right] \quad \dots\dots (付 11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_2 &= -\gamma_1^2 - A^2 N_{01} \\ &- B^2 (N_{11} + N_{12} + N_{31} + N_{32}) \quad \dots\dots\dots (付 12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_0 &= N_{01} AC, \quad S_0 = N_{01} AS \\ C_1 &= N_{11} BS, \quad S_1 = N_{11} BC \\ C_2 &= N_{21} BS, \quad S_2 = N_{12} BC \\ C_3 &= -N_{31} BS, \quad S_3 = N_{31} BC \\ C_4 &= -N_{32} BS, \quad S_4 = N_{32} BC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{01} &= N_{01} \{ 6\gamma_1 S_0 + p_1 C_0 - B(S_1 + S_2) \} \\ C_{02} &= N_{02} \{ AC_0 - B(S_3 + S_4) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{11} &= N_{11} \left\{ 2\gamma_1 \frac{M-2}{M} S_1 + p_1 C_1 \right. \\
&\quad \left. + A(C_2 + C_3) + BS_0 \right\} \\
C_{12} &= N_{12} \left\{ 2\gamma_1 \frac{M+2}{M} S_2 + p_1 C_2 \right. \\
&\quad \left. + A(C_1 + C_4) + BS_0 \right\} \\
C_{21} &= N_{21} B(S_2 + S_3) \\
C_{22} &= N_{22} B(S_1 + S_4) \\
C_{31} &= N_{31} \left\{ 2\gamma_1 \frac{3M-2}{M} S_3 + p_1 C_3 + AC_1 \right\} \\
C_{32} &= N_{32} \left\{ 2\gamma_1 \frac{3M+2}{M} S_4 + p_1 C_3 + AC_2 \right\} \\
C_{41} &= -N_{41} BS_1, \quad C_{42} = -N_{42} BS_2 \\
C_{51} &= N_{51} (AC_3 - BS_0) \\
C_{52} &= N_{52} (AC_4 - BS_0) \\
C_{61} &= -N_{61} BS_3, \quad C_{62} = -N_{62} BS_4 \\
S_{01} &= N_{01} \{-6\gamma_1 C_0 + p_1 S_0 + B(C_1 + C_2)\} \\
S_{02} &= N_{02} \{AS_0 + B(C_3 + C_4)\} \\
S_{11} &= N_{11} \left\{ -2\gamma_1 \frac{M-2}{M} C_1 + p_1 S_1 \right. \\
&\quad \left. - A(S_2 - S_3) - BC_0 \right\} \\
S_{12} &= N_{12} \left\{ -2\gamma_1 \frac{M+2}{M} C_2 + p_1 S_2 \right. \\
&\quad \left. - A(S_1 - S_4) - BC_0 \right\} \\
S_{21} &= N_{21} B(C_2 - C_3) \cdot \\
S_{22} &= N_{22} B(C_1 - C_4) \\
S_{31} &= N_{31} \left\{ -2\gamma_1 \frac{3M-2}{M} C_3 + p_1 S_3 + AS_1 \right\} \\
S_{32} &= N_{32} \left\{ -2\gamma_1 \frac{3M+2}{M} C_4 + p_1 S_3 + AS_2 \right\} \\
S_{41} &= N_{41} BC_1, \quad S_{42} = N_{42} BC_2 \\
S_{51} &= N_{51} (AC_3 + BC_0) \\
S_{52} &= N_{52} (AC_4 + BC_0) \\
S_{61} &= N_{61} BC_3, \quad S_{62} = N_{62} BC_4 \\
N_{01} &= 8^{-1}, \quad N_{02} = 24^{-1} \\
N_{11} &= \left[\{(M-2)/M\}^2 - 1 \right]^{-1} \\
N_{12} &= \left[\{(M+2)/M\}^2 - 1 \right]^{-1} \\
N_{21} &= \left[\{(M-4)/M\}^2 - 1 \right]^{-1} \\
N_{22} &= \left[\{(M+4)/M\}^2 - 1 \right]^{-1} \\
N_{31} &= \left[\{(3M-2)/M\}^2 - 1 \right]^{-1} \\
N_{32} &= \left[\{(3M+2)/M\}^2 - 1 \right]^{-1} \\
N_{41} &= \left[\{(3M-4)/M\}^2 - 1 \right]^{-1} \\
N_{42} &= \left[\{(3M+4)/M\}^2 - 1 \right]^{-1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{51} &= \left[\{(5M-2)/M\}^2 - 1 \right]^{-1} \\
N_{52} &= \left[\{(5M+2)/M\}^2 - 1 \right]^{-1} \\
N_{61} &= \left[\{(5M-4)/M\}^2 - 1 \right]^{-1} \\
N_{62} &= \left[\{(5M+4)/M\}^2 - 1 \right]^{-1}
\end{aligned}$$

ここで、式(付12)の p_1 は摂動で生じた項であるので、絶対値の小さい方を p_1 の値とする。

式(付1)、(付3)-(付8)より、解は次式となる。

$$\psi(\xi) = \left(\phi_0 + \Delta\varepsilon\phi_1 + \Delta\varepsilon^2\phi_2 \right) \exp \left(\frac{2\Delta\varepsilon\gamma_1}{M\Omega}\xi \right) \quad \dots\dots\dots (付13)$$

ここで、式(付7)の γ_1 の値が

$$\gamma_1 = + \frac{1}{2} \sqrt{A^2 - p_1^2} \quad \dots\dots\dots (付14)$$

と選んだときの ψ を ψ_1 とし、

$$\gamma_1 = - \frac{1}{2} \sqrt{A^2 - p_1^2} \quad \dots\dots\dots (付15)$$

と選んだときの ψ を ψ_2 とすると、電界 ψ は、 ψ_1 と ψ_2 の1次結合で表される。

$$\psi(\xi) = P\psi_1(\xi) + Q\psi_2(\xi) \quad \dots\dots\dots (付16)$$

高橋 朋裕 (非会員) 1974年2月21日生。1996年3月名古屋工業大学工学部電気情報工学科卒業。同年4月、同大学大学院修士課程入学、在籍中。チャープ格子を用いた半導体レーザの解析に関する研究に従事。電子情報通信学会会員。

山内 紀克 (正員) 1939年3月12日生。1966年3月名古屋大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。同年4月名古屋工業大学助手を経て、現在、助教授。工学博士。集積光学、半導体レーザの理論的研究に従事。電子情報通信学会会員。