ホップフィールドモデルとT-モデル・ニューラルネットワークの解の一意性に関する一考察

非会員 唐 政 (宮崎大学) 学生員 金 海和 (宮崎大学)

非会員 石塚 興彦 (宮崎大学) 非会員 淡野 公一 (宮崎大学)

An Investigation on a Unique Solution of
the Hopfield and the T-Model Neural Networks

Zheng Tang, Haihe Jin, Okihiko Ishizuka and Koichi Tanno (Miyazaki University)

In this paper we propose a new method using the mathematical induction method to investigate the unique solution of the Hopfield and the T-Model neural networks. The new method, unlike the traditional energy function method, treats the Hopfield and the T-Model neural networks as the nonlinear equations of $F^{-1}(V) = WV + \Theta$ and investigated their unique solution. The nonlinear equations are similar to the dc equations of nonlinear transistor networks for which many important theorems on the unique solution have been presented. We develop the techniques to investigate the unique solution of the Hopfield and the T-Model neural network and expect to derive many other useful theorems on the necessary and sufficient conditions for the networks (i. e. the equations) to have a unique solution. In order to verify these results, We give several simulation results on both models.

キーワード：ニューラルネットワーク，ホップフィールドモデル，T-モデル，解の一意性

1. まえがき

現在，ニューラルネットワークの研究は一時期のブームの段階を過ぎて，定着したものとなっている。本論文では，そのブームの一端ともなった相互結合型のホップフィールド・ニューラルネットワーク^{(1)・(2)}と，我々が提案したT-モデル・ニューラルネットワーク^{(3)・(6)}との比較検討を行う。

ホップフィールドモデルの応用の一つに，最適化問題を解くことが挙げられる。このネットワークの計算においては，多くの極小値が存在し，必ずしも最小値を見い出せないということがわかっている。しかし，厳密に，それを証明した論文は見受けられない。この極小値の存在によりホップフィールド・ネットワークの最適化問題への応用が制限される^{(7)・(9)}。ホップフィールド・ネットワークの相互結合からヒステリシス，すなわち，初期状態により安定状態が異なる現象が発生し，ヒステリシスにより極小値が発生するということが指摘されてきた⁽²⁾。従って，もし，ヒステリシスを除くことができれば，最適化問題へもっと応用できると予想される。

そこで，我々はネットワーク内にどんなフィードバックループも伴わず，従って，どんなヒステリシスも持たないであろう半相互結合のT-モデル・ニューラルネットワ

ークを提案した。T-モデルはある応用ではヒステリシスがないということがすでにわかっている。しかし，そのすべてにおいてヒステリシスが存在しないということは証明されていない。

一方，ホップフィールドモデルが必ずヒステリシスをもつ（極小値解を複数個もつ）ことは，エネルギー関数の凸性解析により証明されている^{(10)・(11)}。しかし，この方法でホップフィールドモデルが持つ極小値解の個数，またはその解の特性を考えるのが非常に困難になる^{(12)・(15)}。ここで，本論文では，ホップフィールドネットワークを従来の直流電源，キャパシタ，オペアンプ，抵抗からなるダイナミック回路でキャパシタを除いたいわゆる直流回路の解析に帰着し，ネットワークの解の一意性について述べる。本論文では，まず，数学的帰納法を用いて，ホップフィールド・ネットワークに，必ずヒステリシスが存在するということを証明する。次に，T-モデル・ネットワークが，そのすべてにおいてヒステリシスをもたないということを，同様に，数学的帰納法を用いて証明する。最後に，両モデルの具体的な数種のネットワークを構成して，シミュレーションを行い，以上の数学的解析結果を実証する。本手法は従来の抵抗回路の解析に基づくものである。従って，従来の抵抗回路に用いられた解析手法や結果などを活用すれば，ホップフィールドネットワークの極小値の個数，解の

特徴, それを基にして, 正確に与えられる解がネットワークで構成できるための必要十分条件が求められることが期待できる (16) - (21)。

なお, 論文中のすべての行列とベクトルの要素は実数とする。もし, A が行列なら A^T で転置行列を示す。ベクトルは特にことわりがなければ, 列ベクトルを意味する。また, 0 は, 零ベクトルを表す。もし, D が対角行列なら, $D > 0$ は D のすべての対角要素が正であるということを意味する。

2. ホップフィールドモデルとT-モデル・ニューラルネットワーク

ニューラルネットワーク

ここでは, ホップフィールドモデルとT-モデルの両ネットワークのユニットと構成について述べる。ユニット, すなわち, ニューロンの数を n とする。ホップフィールドネットワークを図1に, 下方三角型T-モデル・ネットワークを図2に, 上方三角型T-モデル・ネットワークを図3に示す。これらの黒ドット w_{ij} はユニット j からユニット i への結合荷重であり, θ_i はユニット i への外部入力でユニットのしきい値も含まれる, u_i はユニット i への入力, v_i はユニット i からの出力である。ここで, ホップフィールド・ネットワークは荷重結合が,

図1 ホップフィールド・ニューラルネットワーク
Fig.1 The Hopfield neural network

$$w_{ij} = w_{ji}$$

$$w_{ii} = 0$$

となる。つまり, 相互結合の強さは対称で, 自分自身への直接のフィードバックはない。T-モデル・ネットワークの結合荷重は, 下方三角型T-モデルの場合,

$$w_{ij} = \begin{cases} 0, & i \geq j \\ w_{ij}, & i < j \end{cases}$$

上方三角型T-モデルの場合,

$$w_{ij} = \begin{cases} w_{ij}, & i > j \\ 0, & i \leq j \end{cases}$$

図2 下方三角型T-モデル・ニューラルネットワーク
Fig.2 The T-Model neural network of up-trigonometric interconnection

図3 上方三角型T-モデル・ニューラルネットワーク
Fig.3 The T-Model neural network of down-trigonometric interconnection

となる。ホップフィールドモデル・ネットワークの第 i ユニットの入力, 出力は,

$$u_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} v_j + \theta_i \quad \text{ただし, } j \neq i$$

$$v_i = f(u_i) \quad \therefore u_i = f^{-1}(v_i)$$

で与えられる。T-モデル・ニューラルネットワークの第 i ユニットの入力式は, 下方三角型T-モデルの場合,

$$u_i = \sum_{j=i+1}^n w_{ij} v_j + \theta_i$$

上方三角型T-モデルの場合,

$$u_i = \sum_{j=1}^{i-1} w_{ij} v_j + \theta_i$$

で与えられ, 出力式は,

$$v_i = f(u_i) \quad \therefore u_i = f^{-1}(v_i)$$

で表せる。ここで f は, ユニットの応答関数と呼ばれるも

ので、代表的なものに、シグモイド関数とステップ関数が挙げられる。シグモイド関数は、

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\frac{x}{T})}$$

で与えられる。ここで T はネットワークの温度と呼ばれる定数で、この値により、関数の形が変わる。一方、ステップ関数は、

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

で与えられ、シグモイド関数の T の値を 0 にした場合と同じであると言える。また、両ネットワークの n ニューロンの入出力関係式は、以下のような行列の式で表せる。

$$F_n^{-1}(V) = W_n V + \Theta_n \quad (1)$$

ここで、それぞれのベクトルの要素は、

$$F_n^{-1}(V) = \begin{pmatrix} f^{-1}(V_1) \\ \vdots \\ f^{-1}(V_n) \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix}, \quad \Theta_n = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{pmatrix}$$

であり、結合荷重行列は、ホップフィールドモデルの場合、

$$W_n = \begin{pmatrix} 0 & W_{12} & \cdots & W_{1n} \\ W_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & W_{n-1,n} \\ W_{n1} & \cdots & W_{n,n-1} & 0 \end{pmatrix}$$

下方三角型 T-モデルの場合、

$$W_n = \begin{pmatrix} 0 & W_{12} & \cdots & W_{1n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & W_{n-1,n} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

上方三角型 T-モデルの場合、

$$W_n = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ W_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & W_{n-1,n} \\ W_{n1} & \cdots & W_{n,n-1} & 0 \end{pmatrix}$$

で表される。

3. 両ネットワークの解に関する定理

この章では、ホップフィールドモデルのヒステリシスの存在と、T-モデルでは、それが存在せず、単一解しかもたないということを、数学的見地から証明する。

3.1 ホップフィールドモデルのヒステリシスの存在に関する定理

ここでは、ホップフィールドが最初に提案した、応答関数にステップ関数を用いたものについて、以下の定理を、数学的帰納法を用いて証明する。

[定理 1] ユニットの応答関数に、ステップ関数を用いたホップフィールド・ニューラルネットワークは、任意の入力に対しては、単一解をもてない。

(証明) 式 (1) において、 $n=2$ のとき、それぞれの θ_2 に対して、

$$F_2^{-1}(V) = W_2 V + \Theta_2 \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} f^{-1}(V_1) \\ f^{-1}(V_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & W_{12} \\ W_{21} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

$$f^{-1}(V_1) = W_{12} V_2 + \theta_1 \rightarrow V_1 = f(W_{12} V_2 + \theta_1)$$

$$f^{-1}(V_2) = W_{21} V_1 + \theta_2 \rightarrow V_2 = f(W_{21} V_1 + \theta_2)$$

ここで、 $W_{12} = W_{21}$ なので、 $W_{12} = W_{21} = W$ とすると、

$$WV_2 + \theta_1 < 0 \text{ すなわち、}$$

$$\theta_1 < -WV_2 \text{ のとき、 } V_1 = 0$$

$$WV_2 + \theta_1 \geq 0 \text{ すなわち、}$$

$$\theta_1 \geq -WV_2 \text{ のとき、 } V_1 = 1$$

同様に、

$$WV_1 + \theta_2 < 0 \text{ すなわち、}$$

$$\theta_2 < -WV_1 \text{ のとき、 } V_2 = 0$$

$$WV_1 + \theta_2 \geq 0 \text{ すなわち、}$$

$$\theta_2 \geq -WV_1 \text{ のとき、 } V_2 = 1$$

ここで、 $W > 0$ であるとすると、

$$\theta_1 < -W \text{ のとき、 } V_1 = 0$$

$$-W \leq \theta_1 < 0 \text{ で、 } \begin{cases} V_2 = 0 \text{ のとき、 } V_1 = 0 \\ V_2 = 1 \text{ のとき、 } V_1 = 1 \end{cases}$$

$$\theta_1 \geq 0 \text{ のとき、 } V_1 = 1$$

$$\theta_2 < -W \text{ のとき、 } V_2 = 0$$

$$-W \leq \theta_2 < 0 \text{ で、 } \begin{cases} V_1 = 0 \text{ のとき、 } V_2 = 0 \\ V_1 = 1 \text{ のとき、 } V_2 = 1 \end{cases}$$

$$\theta_2 \geq 0 \text{ のとき、 } V_2 = 1$$

よって、 $-W \leq \theta_1, \theta_2 < 0$ のとき、

$$V = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ と、 } V = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ の 2 つの解が存在することになる。}$$

また、 $W < 0$ であるとしても、

$$\theta_1 < 0 \text{ のとき、 } V_1 = 0$$

$$0 \leq \theta_1 < -W \text{ で、 } \begin{cases} V_2 = 1 \text{ のとき、 } V_1 = 0 \\ V_2 = 0 \text{ のとき、 } V_1 = 1 \end{cases}$$

$$\theta_1 \geq -W \text{ のとき、 } V_1 = 1$$

$$\theta_2 < 0 \text{ のとき、 } V_2 = 0$$

$$0 \leq \theta_2 < -W \text{ で、 } \begin{cases} V_1 = 1 \text{ のとき、 } V_2 = 0 \\ V_1 = 0 \text{ のとき、 } V_2 = 1 \end{cases}$$

$$\theta_2 \geq -W \text{ のとき、 } V_2 = 1$$

よって、 $0 \leq \theta_1, \theta_2 < -W$ のとき、

$$V = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ と、 } V = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ の 2 つの解が存在することになる。}$$

以上より、式 (2) は、任意の θ_1, θ_2 に対しては、単一解をもてない。また、これらの解は、 $\theta_1, \theta_2, V_1, V_2$ の関数である。

$n=k$ のとき、ある θ_k に対しては、

$$F_k^{-1}(V) = W_k V + \Theta_k \quad (3)$$

に、少なくとも2つの解が存在し、これらの解は Θ_k 上のスカラーパラメータ η に依存すると仮定する。そして、そのときの Θ_k を Θ_k^0 とする。

$n=k+1$ のとき、ベクトル

$$W_{k,k+1} = \begin{pmatrix} w_{1,k+1} \\ \vdots \\ w_{k,k+1} \end{pmatrix}, W_{k+1,k} = (w_{k+1,1} \cdots w_{k+1,k})$$

を定義する。これらは、ホップフィールドネットワークの荷重行列の一部なので、 $W_{k,k+1} = W_{k+1,k}^T$ である。そして、 $V_{k+1} = f(u_{k+1})$ とすると、

$$F_{k+1}^{-1}(V) = W_{k,k+1}V + W_{k+1,k+1}V_{k+1} + \Theta_k \quad (4)$$

となり、式(4)は、 $V_{k+1} = 0$ のとき式(3)と全く等価であるので、 Θ_k^0 に対しては、少なくとも2つの解が存在する。また、 $V_{k+1} = 1$ のとき、式(4)は、 $\Theta_k^1 (= \Theta_k^0 - W_{k,k+1})$ に対しては、少なくとも2つの解が存在する。また、これらの解は、 V_{k+1} と η の関数となる。これらの解の成分を $V_i = m_i(V_{k+1}, \eta)$ で定義し、($i = 1, \dots, k$)ベクトル $M_k(V_{k+1}, \eta)$ を、

$$M_k = \begin{pmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_k \end{pmatrix}$$

により、定義する。

今度は、式

$$f^{-1}(V_{k+1}) = W_{k+1,k}M_k + W_{k+1,k+1}V_{k+1} + \theta_{k+1} \quad (5)$$

の解の存在を証明する。 $W_{k+1,k+1} = 0$ なので、式(5)は、 $V_{k+1} = f(W_{k+1,k}M_k + \theta_{k+1})$ となる。よって、

$$W_{k+1,k}M_k + \theta_{k+1} < 0 \text{ すなわち、}$$

$$\theta_{k+1} < -W_{k+1,k}M_k \text{ のとき、 } V_{k+1} = 0$$

$$W_{k+1,k}M_k + \theta_{k+1} \geq 0 \text{ すなわち、}$$

$$\theta_{k+1} \geq -W_{k+1,k}M_k \text{ のとき、 } V_{k+1} = 1$$

という解が、とりあえずは存在することがわかる。ここで、仮に式(5)の解が、 $V_{k+1} = 0$ 、または、 $V_{k+1} = 1$ の一方だけしかもたないとしても、それぞれの解に対して、式(4)は、 Θ_k^0 、または、 Θ_k^1 に対しては、少なくとも2つの解が存在するということがわかっている。よって、式(4)、式(5)より、ある Θ_{k+1} に対しては、

$$F_{k+1}^{-1}(V) = W_{k+1,k+1}V + \Theta_{k+1}$$

に、少なくとも2つの解が存在するといえる。

<証明終>

以上のように、ユニットの応答関数に、ステップ関数を用いたホップフィールドネットワークが、任意の入力に対しては、単一解をもてないということが明らかになった。

3.2 T-モデルの解の単一性についての定理

シグモイド関数は、狭義の完全単調増加関数である。(以下、簡単のため、単に、完全単調増加関数と言う。)また、ステップ関数は、シグモイド関数の特別なものであると言えるので、ここではまとめて、応答関数に一般的な完全単調増加関数を用いたものについて以下の定理を証明する。

[定理2] ユニットの応答関数に任意の完全な単調増加関数を用いた、T-モデル・ニューラルネットワークは、任意の入力に対して、必ず単一解をもつ。

(証明) まず、もし解が存在するなら、それは、単一解であるということを証明する。式(1)の解が存在するとし、それが V と X であるとする。そのとき、 f は完全単調増加関数なので、 f^{-1} もそうである。これより、

$$F^{-1}(V) - F^{-1}(X) = D(V - X)$$

となるような、対角行列 $D > 0$ が存在することがわかる。これに式(1)を代入すると、

$$[W - D](V - X) = 0$$

ここで $[W - D]$ は上3角行列(または下3角行列)となり、 $D > 0$ なので、その行列式は、0ではないので、その逆行列が存在し、

$$V = X$$

となる。つまり、解が存在するなら、その解は単一である。

次に、数学的帰納法を用いて、式(1)の解が必ず存在するということを証明する。

式(1)において、 $n=2$ のとき、それぞれの F_2^{-1} 、 Θ_2 に対して、

$$F_2^{-1}(V) = W_2V + \Theta_2 \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} f^{-1}(V_1) \\ f^{-1}(V_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & w_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

または、

$$\begin{pmatrix} f^{-1}(V_1) \\ f^{-1}(V_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ w_{21} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

$$f^{-1}(V_1) = w_{12}V_2 + \theta_1 \rightarrow V_1 = f(w_{12}V_2 + \theta_1)$$

$$f^{-1}(V_2) = \theta_2 \rightarrow V_2 = f(\theta_2)$$

$$V_1 = f(w_{12}f(\theta_2) + \theta_1)$$

または、

$$\begin{pmatrix} f^{-1}(V_1) = \theta_1 \rightarrow V_1 = f(\theta_1) \\ f^{-1}(V_2) = w_{21}V_1 + \theta_2 \rightarrow V_2 = f(w_{21}V_1 + \theta_2) \\ V_2 = f(w_{21}f(\theta_1) + \theta_2) \end{pmatrix}$$

f^{-1} は単調増加関数なので、 V_2 (または、 V_1)は、明らかに単一で存在する。またこの解は、 θ_2 (または、 θ_1)の連続関数である。同様に、 V_1 (または、 V_2)も、明らかに単一で、存在する。またこの解は、 θ_1 、 θ_2 の連続関数である。

$n=k$ のとき、それぞれの F_k^{-1} 、 Θ_k に対して、

$$F_k^{-1}(V) = W_kV + \Theta_k$$

の単一解が存在し、この解は連続的に依存する Θ_k 上のスカラーパラメータ η に連続的に依存すると仮定する。

$n=k+1$ のとき、ベクトル

$$W_{k,k+1} = \begin{pmatrix} w_{1,k+1} \\ \vdots \\ w_{k,k+1} \end{pmatrix}, W_{k+1,k} = (w_{k+1,1} \cdots w_{k+1,k})$$

を定義する。このとき、T-モデルネットワークの荷重行列 W_n が上3角行列なら、 $W_{k+1,k} = 0$ 、下3角行列なら、

$W_{k,k+1}=0$ である。そのとき、 V_{k+1} を実数とすると、

$$F_k^{-1}(V) = W_k V + W_{k,k+1} V_{k+1} + \Theta_k \quad (7)$$

はすべての実数 V_{k+1} に対して、 V_{k+1} と η の連続関数となる（単一）解をもつ。この解の成分を

$V_i = m_i(V_{k+1}, \eta)$ で定義し、($i=1, \dots, k$)

ベクトル $M_k(V_{k+1}, \eta)$ を、

$$M_k = \begin{pmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_k \end{pmatrix}$$

により、定義する。

今度は、式

$$\phi(\eta) \equiv W_{k+1,k} M_k(V_{k+1}, \eta) +$$

$$W_{k+1,k+1} V_{k+1} + \Theta_{k+1}(\eta) \quad (8)$$

が、 V_{k+1} に依存しないということを証明する。 V_{k+1}^1, V_{k+1}^2 を実数とする。そのとき、もしも、 M^1, M^2 が式(7)の解を表すならば、

$$F_k^{-1}(M^2) - F_k^{-1}(M^1) =$$

$$W_k(M^2 - M^1) + W_{k,k+1}(V_{k+1}^2 - V_{k+1}^1)$$

を得る。そして、 F_k^{-1} は完全単調増加関数なので、

$$F_k^{-1}(M^2) - F_k^{-1}(M^1) = \Delta(M^2 - M^1)$$

となるような、 $k \times k$ の対角行列 $\Delta > 0$ が存在する。ゆえに、上の2式より、

$$M^2 - M^1 = [\Delta - W_k]^{-1} W_{k,k+1} (V_{k+1}^2 - V_{k+1}^1) \quad (9)$$

今度は、式(8)に、 $V_{k+1} = V_{k+1}^1, V_{k+1}^2$ を代入して、(η は一定とする)

$$\phi^2 = W_{k+1,k} M^2 + W_{k+1,k+1} V_{k+1}^2 + \Theta_{k+1}$$

$$\phi^1 = W_{k+1,k} M^1 + W_{k+1,k+1} V_{k+1}^1 + \Theta_{k+1}$$

$W_{k+1,k+1}=0$ だから、上の3式より、

$$\phi^2 - \phi^1 = W_{k+1,k} [\Delta - W_k]^{-1} W_{k,k+1} (V_{k+1}^2 - V_{k+1}^1) \quad (10)$$

しかし、 $W_{k+1,k}$ もしくは、 $W_{k,k+1}$ のどちらかが、必ず零ベクトルなので、

$$\phi^2 = \phi^1$$

となり、 ϕ は V_{k+1} に依存せずに一定となる。当然の結果として、式

$$f^{-1}(V_{k+1}) - \phi = 0 \quad (11)$$

の左辺は、完全単調増加関数となる。そして、このゆえに式(11)は、単一解をもつ。

ここで、 V_{k+1}^0 が、この解であるとする。式(7)はすべての実数 V_{k+1} に対して（単一）解をもつので、

$$M^0 = \begin{pmatrix} m_1(V_{k+1}^0) \\ \vdots \\ m_k(V_{k+1}^0) \end{pmatrix}$$

は、式(7)の解である。式(11)は、

$$f^{-1}(V_{k+1}^0) = W_{k+1,k} M^0 + W_{k+1,k+1} V_{k+1}^0 + \Theta_{k+1} \quad (12)$$

と書けるから、式(7)、式(12)より、

$$F_{k+1}^{-1}(V) = W_{k+1} V + \Theta_{k+1}$$

は、（単一）解、

$$V^0 \equiv \begin{pmatrix} m_1(V_{k+1}^0) \\ \vdots \\ m_k(V_{k+1}^0) \\ V_{k+1}^0 \end{pmatrix}$$

をもつ。

次に、この解が連続的に依存する Θ_{k+1} 上の任意のスカラーパラメータ η の連続関数であるということを、証明しなければならない。それは、 V_{k+1} が η に連続的に依存しているということを証明することで、満足される（式(7)参照）。 V_{k+1}^0 を η が η^0 である式(11)の解であるとする、それは、

$$f^{-1}(V_{k+1}^0) - \phi(\eta^0) = 0 \quad (13)$$

となる。そして、 $\varepsilon > 0$ とする。 f は、完全単調増加関数なので、

$$|f^{-1}(V_{k+1}^0) - f^{-1}(V_{k+1})| < \delta'$$

のとき、

$$|V_{k+1}^0 - V_{k+1}| < \varepsilon$$

となるような $\delta' > 0$ が存在する。 ϕ は η の連続関数だから、

$$|\phi(\eta^0) - \phi(\eta)| < \delta'$$

を伴う、

$$|\eta^0 - \eta| < \delta$$

となるような $\delta > 0$ が存在する。もし、 $|\eta^0 - \eta| < \delta$ で、

$$f^{-1}(V_{k+1}) - \phi(\eta) = 0 \quad (14)$$

ならば、そのとき、式(13)と式(14)より、

$$f^{-1}(V_{k+1}^0) - f^{-1}(V_{k+1}) = \phi(\eta^0) - \phi(\eta)$$

となる。よって、

$$|f^{-1}(V_{k+1}^0) - f^{-1}(V_{k+1})| = |\phi(\eta^0) - \phi(\eta)| < \delta'$$

である。今、 $V_{k+1}^0 = V_{k+1}$ とすれば、当然、

$$|V_{k+1}^0 - V_{k+1}| < \varepsilon$$

である。仮に、 $V_{k+1}^0 \neq V_{k+1}$ だとしても、

$$|f^{-1}(V_{k+1}^0) - f^{-1}(V_{k+1})| < \delta'$$

であるので、

$$|V_{k+1}^0 - V_{k+1}| < \varepsilon$$

である。ゆえに、

$$|\eta^0 - \eta| < \delta$$

のとき、

$$|V_{k+1}^0 - V_{k+1}| < \varepsilon$$

となるような $\varepsilon > 0$ が、存在するので、 V_{k+1} は η の連続関数である。

<証明終>

以上のように、ユニットの応答関数に任意の完全な単調増加関数を用いた、T-モデル・ニューラルネットワークが、任意の入力に対して、必ず単一解をもつということが証明できた。

4. シミュレーションによる解析結果の実証

理論的な解析結果を確認するために、我々は両ネットワークを実際に構成することにした。ここで、我々はそのネットワークに、A/Dコンバータ・ネットワークを選んだ。それは多ニューロンになっても入力1が1次元的に表せるからである。まず2ビットのA/Dコンバータ・ネットワークを取り上げる。その結合荷重、外部入力、ホップフィールドモデルの場合、

$$W_{12}=W_{21}=-2^{-3} \quad (15)$$

$$\theta_1 = -2^{-3} + 2^{-1}x \quad (16)$$

$$\theta_2 = -2^{-5} + 2^{-2}x \quad (17)$$

となる。T-モデルの場合、上方三角型を用いて、

$$W_{21}=-2^{-3} \quad (18)$$

$$\theta_1 = -2^{-2} + 2^{-1}x \quad (19)$$

$$\theta_2 = -2^{-4} + 2^{-2}x \quad (20)$$

である。これらの結合荷重、外部入力より図4のようなそれぞれのネットワーク図が得られる。

ホップフィールドモデルでその結合荷重が負であるので、

(a) ホップフィールドモデル

(b) T-モデル

図4 2ビットA/Dコンバータ・ニューラルネットワーク

Fig.4 The 2-bit A/D converter neural networks

これは[定理1]の証明の中の $n=2$ のときの $W < 0$ の場合であるから、

$\theta_1 < 0$ すなわち、

$$-2^{-3} + 2^{-1}x < 0 \quad \text{よって、}$$

$$x < 2^{-2} \quad \text{のとき、} \quad v_1 = 0$$

$0 \leq \theta_1 < -W$ すなわち、

$$0 \leq -2^{-3} + 2^{-1}x < 2^{-3} \quad \text{よって、}$$

$$2^{-2} \leq x < 2^{-1} \quad \text{で、} \quad \begin{cases} v_2 = 1 \quad \text{のとき、} & v_1 = 0 \\ v_2 = 0 \quad \text{のとき、} & v_1 = 1 \end{cases}$$

$\theta_1 \geq -W$ すなわち、

$$-2^{-3} + 2^{-1}x \geq 2^{-3} \quad \text{よって、}$$

$$x \geq 2^{-1} \quad \text{のとき、} \quad v_1 = 1$$

$\theta_2 < 0$ すなわち、

$$-2^{-5} + 2^{-2}x < 0 \quad \text{よって、}$$

$$x < 2^{-3} \quad \text{のとき、} \quad v_2 = 0$$

$0 \leq \theta_2 < -W$ すなわち、

$$0 \leq -2^{-5} + 2^{-2}x < 2^{-3} \quad \text{よって、}$$

$$2^{-3} \leq x < 5 \cdot 2^{-3} \quad \text{で、} \quad \begin{cases} v_1 = 1 \quad \text{のとき、} & v_2 = 0 \\ v_1 = 0 \quad \text{のとき、} & v_2 = 1 \end{cases}$$

$\theta_2 \geq -W$ すなわち、

$$-2^{-5} + 2^{-2}x \geq 2^{-3} \quad \text{よって、}$$

$$x \geq 5 \cdot 2^{-3} \quad \text{のとき、} \quad v_2 = 1$$

とな。以上の v_1, v_2 の結果をアナログ入力 x からまとめて見てみると、

$$x < 2^{-3} \quad \text{のとき、} \quad v_1 = 0, \quad v_2 = 0$$

$$2^{-3} \leq x < 2^{-2} \quad \text{のとき、} \quad v_1 = 0, \quad v_2 = 1$$

$$2^{-2} \leq x < 2^{-1} \quad \text{のとき、} \quad v_1 = 0, \quad v_2 = 1$$

$$\text{または、} \quad v_1 = 1, \quad v_2 = 0$$

$$2^{-1} \leq x < 5 \cdot 2^{-3} \quad \text{のとき、} \quad v_1 = 1, \quad v_2 = 0$$

$$x \geq 5 \cdot 2^{-3} \quad \text{のとき、} \quad v_1 = 1, \quad v_2 = 1$$

となる。よって $2^{-2} \leq x < 2^{-1}$ のとき、解が2つ存在する。

T-モデルでは、これは[定理2]の証明の中の $n=2$ のときの上方三角型の場合であるから、

$$v_1 = f(\theta_1)$$

$$v_2 = f(W_{21}v_1 + \theta_2)$$

応答関数にステップ関数を用いて、式(18)、(19)、(20)を代入すると、

$\theta_1 < 0$ すなわち、

$$-2^{-2} + 2^{-1}x < 0 \quad \text{よって、}$$

$$x < 2^{-1} \quad \text{のとき、} \quad v_1 = 0$$

$\theta_1 \geq 0$ すなわち、

$$-2^{-2} + 2^{-1}x \geq 0 \quad \text{よって、}$$

$$x \geq 2^{-1} \quad \text{のとき、} \quad v_1 = 1$$

$W_{21}=W$ とおくと、

$$Wv_1 + \theta_2 < 0 \quad \text{すなわち、}$$

$$\theta_2 < -Wv_1 \quad \text{のとき、} \quad v_2 = 0$$

$wV_1 + \theta_2 \geq 0$ すなわち,
 $\theta_2 \geq -wV_1$ のとき, $V_2 = 1$
 ここで, $w < 0$ なので,
 $\theta_2 < 0$ すなわち,
 $-2^{-4} + 2^{-2}x < 0$ よって,
 $x < 2^{-2}$ のとき, $V_2 = 0$
 $0 \leq \theta_2 < -w$ すなわち,
 $0 \leq -2^{-4} + 2^{-2}x < 2^{-3}$ よって,
 $2^{-2} \leq x < 3 \cdot 2^{-2}$ で, $\begin{cases} V_1 = 1 \text{ のとき, } V_2 = 0 \\ V_1 = 0 \text{ のとき, } V_2 = 1 \end{cases}$
 $\theta_2 \geq -w$ すなわち,
 $-2^{-4} + 2^{-2}x \geq 2^{-3}$ よって,
 $x \geq 3 \cdot 2^{-2}$ のとき, $V_2 = 1$
 となる。以上の V_1, V_2 の結果をアナログ入力 x からま
 とめて見てみると,
 $x < 2^{-2}$ のとき, $V_1 = 0, V_2 = 0$
 $2^{-2} \leq x < 2^{-1}$ のとき, $V_1 = 0, V_2 = 1$
 $2^{-1} \leq x < 3 \cdot 2^{-2}$ のとき, $V_1 = 1, V_2 = 0$
 $x \geq 3 \cdot 2^{-2}$ のとき, $V_1 = 1, V_2 = 1$
 となる。よって単一解しかもたない。
 これを、シミュレーションした結果を図5、図6に示す。
 ここで、応答関数には $T = 0.0007$ であるシグモイド関

(a) アナログ入力, ユニット出力特性

(b) アナログ入力, デジタル出力特性

図5 ホップフィールドモデル・2ビットA/D
コンバータのシミュレーション結果

Fig.5 The input-output transfer characteristics of
the 2-bit A/D converter of Hopfield neural network

数を用い、両ネットワークともアナログ入力 x を $0 \rightarrow 1$
 $\rightarrow 0$ と徐々に変化させてシミュレーションを行った。理論
 通り、ホップフィールド・ネットワーク $2^{-2} \leq x < 2^{-1}$
 のとき、すなわち、 $0.25 \leq x < 0.5$ のとき、解が2つ
 存在している。入力を増加させていったときは、この領域
 内に入る直前にユニットは、この領域内の解の1つである
 $V_1 = 0, V_2 = 1$ となっているので、この領域内に入っ
 てもそのままである。また、入力を減少させていったとき
 も、この領域内に入る直前にユニットは、この領域内の解
 の1つである $V_1 = 1, V_2 = 0$ となっているので、この
 領域内に入ってもそのままである。T-モデルの方も、理
 論通りの結果が得られた。入力を増加させていった場合も、
 減少させていった場合も同じ出力が得られている。

我々は、次に結合荷重が正であるネットワークを検証し
 た。そのネットワークは2ビットA/Dコンバータ・ネッ
 トワークの結合荷重を単純に正としたものとする。つまり、
 このネットワークはもうA/Dコンバータではなくなり、
 意味のないものとなるが、ここでは理論の検証のためだけ

(a) アナログ入力, ユニット出力特性

(b) アナログ入力, デジタル出力特性

図6 T-モデル・2ビットA/D
コンバータのシミュレーション結果

Fig.6 The input-output transfer characteristics of
the 2-bit A/D converter of T-Model neural network

にこれを使用する。式(15)、式(18)の結合荷重を
 単純に正とすると、ホップフィールドモデルは、

$$W_{12} = W_{21} = 2^{-3} \quad (21)$$

となり、T-モデルは、

$$W_{21} = 2^{-3} \quad (22)$$

となる。外部入力、A/Dコンバータのものをそのまま使うことにする。

ホップフィールドモデルでその結合荷重が正であるので、これは〔定理1〕の証明の中の $n=2$ のときの $w>0$ の場合であるから、

$\theta_1 < -w$ すなわち、

$$-2^{-3} + 2^{-1}x < -2^{-3} \text{ よって、}$$

$$x < 0 \text{ のとき、 } v_1 = 0$$

$-w \leq \theta_1 < 0$ すなわち、

$$-2^{-3} \leq -2^{-3} + 2^{-1}x < 0 \text{ よって、}$$

$$0 \leq x < 2^{-2} \text{ で、 } \begin{cases} v_2 = 0 \text{ のとき、 } v_1 = 0 \\ v_2 = 1 \text{ のとき、 } v_1 = 1 \end{cases}$$

$\theta_1 \geq 0$ すなわち、

$$-2^{-3} + 2^{-1}x \geq 0 \text{ よって、}$$

$$x \geq 2^{-2} \text{ のとき、 } v_1 = 1$$

$\theta_2 < -w$ すなわち、

$$-2^{-5} + 2^{-2}x < -2^{-3} \text{ よって、}$$

$$x < -3 \cdot 2^{-3} \text{ のとき、 } v_2 = 0$$

$-w \leq \theta_2 < 0$ すなわち、

$$-2^{-3} \leq -2^{-5} + 2^{-2}x < 0 \text{ よって、}$$

$$-3 \cdot 2^{-3} \leq x < 2^{-3} \text{ で、 } \begin{cases} v_1 = 0 \text{ のとき、 } v_2 = 0 \\ v_1 = 1 \text{ のとき、 } v_2 = 1 \end{cases}$$

$\theta_2 \geq 0$ すなわち、

$$-2^{-5} + 2^{-2}x \geq 0 \text{ よって、}$$

$$x \geq 2^{-3} \text{ のとき、 } v_2 = 1$$

となる。以上の v_1, v_2 の結果を入力 x からまとめて見てみると、

$$x < 0 \text{ のとき、 } v_1 = 0, v_2 = 0$$

$$0 \leq x < 2^{-3} \text{ のとき、 } v_1 = 0, v_2 = 0$$

$$\text{または、 } v_1 = 1, v_2 = 1$$

$$x \geq 2^{-3} \text{ のとき、 } v_1 = 1, v_2 = 1$$

となる。よって $0 \leq x < 2^{-3}$ のとき、解が2つ存在する。

T-モデルでは、これは〔定理2〕の証明の中の $n=2$ のときの上三角型の場合であるから、

$$v_1 = f(\theta_1)$$

$$v_2 = f(w_{21}v_1 + \theta_2)$$

応答関数にステップ関数を用いて、式(19)、(20)、

(22)を代入すると、

$\theta_1 < 0$ すなわち、

$$-2^{-2} + 2^{-1}x < 0 \text{ よって、}$$

$$x < 2^{-1} \text{ のとき、 } v_1 = 0$$

$\theta_1 \geq 0$ すなわち、

$$-2^{-2} + 2^{-1}x \geq 0 \text{ よって、}$$

$$x \geq 2^{-1} \text{ のとき、 } v_1 = 1$$

$w_{21} = w$ とおくと、

$$wv_1 + \theta_2 < 0 \text{ すなわち、}$$

$$\theta_2 < -wv_1 \text{ のとき、 } v_2 = 0$$

$$wv_1 + \theta_2 \geq 0 \text{ すなわち、}$$

$$\theta_2 \geq -wv_1 \text{ のとき、 } v_2 = 1$$

ここで、 $w > 0$ なので、

$\theta_2 < -w$ すなわち、

$$-2^{-4} + 2^{-2}x < -2^{-3} \text{ よって、}$$

$$x < -2^{-2} \text{ のとき、 } v_2 = 0$$

$-w \leq \theta_2 < 0$ すなわち、

$$-2^{-3} \leq -2^{-4} + 2^{-2}x < 0 \text{ よって、}$$

$$-2^{-2} \leq x < 2^{-2} \text{ で、 } \begin{cases} v_1 = 0 \text{ のとき、 } v_2 = 0 \\ v_1 = 1 \text{ のとき、 } v_2 = 1 \end{cases}$$

$\theta_2 \geq 0$ すなわち、

$$-2^{-4} + 2^{-2}x \geq 0 \text{ よって、}$$

$$x \geq 2^{-2} \text{ のとき、 } v_2 = 1$$

となる。以上の v_1, v_2 の結果を入力 x からまとめて見てみると、

$$x < 2^{-2} \text{ のとき、 } v_1 = 0, v_2 = 0$$

$$2^{-2} \leq x < 2^{-1} \text{ のとき、 } v_1 = 0, v_2 = 1$$

$$x \geq 2^{-1} \text{ のとき、 } v_1 = 1, v_2 = 1$$

となる。よって単一解しかもたない。

(a) ホップフィールドモデルの入力、ユニット出力特性

(b) T-モデルの入力、ユニット出力特性

図7 結合荷重が正である2ニューロンネットワークのシミュレーション結果

Fig.7 The input-output transfer characteristics of the 2 neuron network with positive weights

これを、シミュレーションした結果を図7に示す。ここで、応答関数には $T=0.0007$ であるシグモイド関数を用い、両ネットワークとも入力 x を徐々に増加させてい

った場合と、徐々に減少させていった場合のシミュレーションを行った。理論通り、ホップフィールド・ネットワークは、 $0 \leq x < 2^{-3}$ のとき、すなわち、 $0 \leq x < 0.125$ のとき、解が2つ存在している。入力を増加させていったときは、この領域内に入る直前にユニットは、この領域内の解の1つである $V_1=0$, $V_2=0$ となっているので、この領域内に入ってもそのままである。また、入力を減少させていったときは、この領域内に入る直前にユニットは、この領域内の解の1つである $V_1=1$, $V_2=1$ となっているので、この領域内に入ってもそのままである。T-モデルの方も、理論通りの結果が得られた。入力を増加させていった場合も、減少させていった場合も同じ出力が得られている。

次に4ビットのA/Dコンバータ・ネットワークについて述べる。その結合荷重、外部入力は、ホップフィールドモデルの場合、図8となり、T-モデルの場合、図9となる。

これを、シミュレーションした結果を図10に示す。ここでは、応答関数にはステップ関数を用い、両ネットワークともアナログ入力 x を $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ と徐々に変化させてシミュレーションを行った。ただし、我々が行ったPS pice シミュレーションの結果より、両ネットワークとも、下位ビットから反応するものとして、実行した。理論通り、ホップフィールドモデル・ニューラルネットワークは、ある入力に対しては解が2つ存在している。また、T-モデルの方も、理論通りの結果が得られた。入力を増加させていった場合も、減少させていった場合も同じ出力が得られている。

この観測は以下のように説明できる。ホップフィールドモデルに対しては、それらの出力はそれらの初期状態に依

図8 ホップフィールド・4ビットA/Dコンバータ・ネットワーク

Fig.8 The 4-bit A/D converter network of the Hopfield model

図9 T-モデル・4ビットA/Dコンバータ・ネットワーク

Fig.9 The 4-bit A/D converter network of the T-Model

(a) ホップフィールドモデルのアナログ入力、デジタル出力特性

(b) T-モデルのアナログ入力、デジタル出力特性

図10 4ビットA/Dコンバータのシミュレーション結果
Fig.10 The input-output transfer characteristics of the 4-bit A/D converter networks

存するので、それらはヒステリシスと多くの極小値を作る。T-モデル・ネットワークはフィードフォワード・ネットワークなので、どんな複雑なフィードバック・メカニズム

も持たない。一方、T-モデル・ネットワークはその初期状態に依存せずに計算し、いつも望ましい出力（最適な出力）を与える。

以上のように、解析結果どうりのシミュレーション結果が得られた。T-モデル・ニューラルネットワークは、その結果として、この重要な特性については、ホップフィールドモデルよりも優勢である。つまり、T-モデル・ニューラルネットワークは、ヒステリシスの結果のどんな極小値も作らないということが、明らかになってくる。

5. むすび

本論文では、ホップフィールドニューラルネットワーク及びT-モデルニューラルネットワークを従来の抵抗回路の解析に帰着し、そのネットワークの解の一意性について述べた。本論文では、ユニットの応答関数に、ステップ関数を用いたホップフィールド・ニューラルネットワークが、任意の入力に対しては、単一解をもてないということを、数学的帰納法を用いて証明した。また一方、ユニットの応答関数に任意の完全単調増加関数を用いた、T-モデル・ニューラルネットワークが、任意の入力に対して、必ず単一解をもつということを同様に、数学的帰納法を用いて証明した。そして、ホップフィールドモデルとT-モデルの具体的な数種のネットワークを構成して、シミュレーションと実験を行い、以上の数学的解析結果を実証した。

このことから、ホップフィールド・ネットワークのヒステリシスの存在を明らかにすることができた。数学的解析によって相互結合型ネットワークの複雑なフィードバックの影響を理解できるようになり、この複雑なフィードバックがヒステリシスを作り、ネットワークをその初期状態に依存させ、その結果極小値問題が生じることを明示できた。一方、半相互結合を採用しているT-モデル・ニューラルネットワークの構造が、極小値問題を避けるために有効であることが分かった。その簡単な構造にもかかわらず、T-モデル・ネットワークは、どんな再帰的計算も必要とせず、そのゆえにどんなヒステリシスも作らない。また、理論的な解析とよく一致したシミュレーションと実験の結果から、これらの数学的解析手法は、従来の抵抗回路に用いられた解析手法をホップフィールドネットワーク及びT-モデルニューラルネットワークに適用することにより、ネットワークの解の個数、極小解の特徴及びネットワークの最適設計の有力な手段となることが期待される。

今後の課題としては、同様の理論を応用して、他に単一解しかもたないような新しいニューラルネットワークが存在しないかを検討することが挙げられる。

（平成8年7月25日受付、平成9年7月24日再受付）

文献

- (1) Hopfield J.J. : "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities", in Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 79, pp.2554-2555 (1982)
- (2) Tank D.W. and Hopfield J.J. : "Simple 'neural' optimization network: an A/D converter, signal decision circuit, and a linear programming circuit", IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-33, 5, pp.533-541 (1986)
- (3) Tang Z., Ishizuka O. and Matsumoto H. : "An asymmetric interconnection neural network and its applications", in Proc. Int. Conf. on Fuzzy Logic & Neural Networks, pp.645-649 (1990)
- (4) Tang Z., Ishizuka O. and Matsumoto H. : "Implementing neural architectures using CMOS current-mode VLSI circuits", Trans. IEICE, E74, 5, pp.1329-1336 (1991)
- (5) Ishizuka O., Tang Z., Takei A. and Matsumoto H. : "On collective computational properties of T-Model and Hopfield neural networks", IEICE Trans. E75-A, 6, pp.663-669 (1992)
- (6) Ishizuka O., Tang Z., Inoue T. and Matsumoto H. : "Learning capability of T-Model neural network", IEICE Trans. Fundamentals, E75-A, 7, pp.931-936 (1992)
- (7) Lee B.W. and Sheu B.J. : "Design of a neural-based A/D converter using modified Hopfield network", IEEE Trans Solid-State Circuits, 24, 4, pp.1129-1135 (1989)
- (8) Kirkpatrick S., Glatt Jr.C.D. and Vecchi M.P. : "Optimization by simulated annealing", Science, 220, 4595, pp.650-671, May, (1983)
- (9) Lee B.W. and Sheu B.J. : "Modified Hopfield neural networks for retrieving the optimal solution", IEEE Trans. Neural Networks, 2, 1, pp.137-142 (1991)
- (10) 甘利俊一：神経回路網の数理—脳の情報処理様式—，産業図書，1978。
- (11) 相吉英太郎，吉川厚：「ニューラルネットワークによる最適化：その疑問と課題もう一つの接近法」計測と制御，001.34, NO.5, pp.358-366, (1995)
- (12) Nishi.T. "On the number of solutions of piecewise-linear resistive circuits containing controlled sources", in Proc. JTC-CSCC' 88, pp.529-532, (1988)

- (13)Nishi.T, "On the number of solutions of resistive circuits containing op-amps with saturation", IEICE Tech.Rept.CAS90-115, Jan, (1991)
- (14)Nishi.T, "On the number of solutions of a class of nonlinear resistive circuits", in Proc.1991 ISCAS, pp.766-769, May, (1991)
- (15)西, モロサノフ. S:「ある種のHopfield回路の安定平衡点の個数」CAS研資, Jan, (1992)
- (16)Sandberg.I.W and Willson.A.N, "Some theorems on properties of dc equations of nonlinear networks", BSTJ, vol.48, pp.1-34, (1969)
- (17)Nielsen.R.O and Willson.A.N, "A fundamental result concerning the topology of transistor circuits with multiple equilibria", in Proc.IEEE,vol.68, pp.186-208, Feb, (1980)
- (18)Nishi.T and Chua.L.O, "Topological criteria for nonlinear resistive circuits containing controlled sources to have a unique solution", IEEE Trans.vol.CAS-31, pp.722-741, Aug, (1984)
- (19)Nishi.T and Chua.L.O, "Nonlinear op-amp circuit:Existence and uniqueness of solution by inspection", Int'l J.Circuit Theory and Appl.,vol.12, pp.145-173, (1984)
- (20)Fujisawa.T, Kuh.E.S and Ohtsuki.T, "A sparse matrix method for analysis of piecewise-linear resistive networks", IEEE Trans. CT-19, pp.571-584, Nov. (1972)
- (21)Fujisawa.T and Kuh.E.S, "Piecewise-linear theory of nonlinear networks", SIAM J.Appl.Math., 22, pp.307-328, (1972)

唐 政

(非会員) 昭57 浙江大. 工. 電子卒. 昭63 清華大博士課程了。同年同大. 工. 微電子研究所講師。平1 宮崎大研究生。平2 同大工学部助手。平5 同助教授, 現在に至る。ニューラルネットワーク, 多値論理, ファジーシステムなどの研究に従事。IEEE 会員。工博。

金 海和

(学生会員) 昭60 中国東北電力入社, 電力系統自動制御および情報処理などの研究に従事。平2 中国東北大. 工. 電気卒。平9 宮崎大大学院修士課程了。同年同大学院博士課程入学, 現在に至る。ニューラルネットワークの研究に従事。

石塚 興彦

(非会員) 昭39 鹿児島大. 工. 電気卒, 昭44 九州大学大学院博士課程単位取得退学。同年宮崎大. 工. 助教授, 昭58 同教授, 現在に至る。この間, 多しき値回路網, 多値論理回路, ファジー高速アナログ回路, ニューラルネットワークの構成などの研究に従事。IEEE 会員。工博。

淡野 公一

(非会員) 平2 宮崎大. 工. 電子卒。平4 同大大学院修士課程了。同年(株)日立製作所マイクロエレクトロニクス機器開発研究所入所。平5 宮崎大. 工. 電気電子工学科助手。現在, ファジーコントローラ, MOSアナログ回路の研究に従事。IEEE 会員。