ロバスト視覚サーボシステムの L_2 ゲインによる制御性能解析

非会員 丸 山 章 ((株)不二越, 北陸先端科学技術大学院大学)

正 員 藤 田 政 之 (北 陸 先 端 科 学 技 術 大 学 院 大 学)

Stability and L_2 -Gain Performance Analysis for Robust Visual Servo System

Akira Maruyama, Non-member (NACHI-FUJIKOSHI, JAIST), Masayuki Fujita, Member (JAIST)

In this paper, we deal with disturbance attenuation property of a controller for the visual servo systems. First, based on Lyapunov stability theory, we propose an asymptotically stable controller without exogenous inputs, e.g. the joint torque disturbances and the motion of a target. Next we show that the proposed controller achieves disturbance attenuation in the L_2 -gain sense, that is, the L_2 -gain of the closed loop system from the exogenous inputs to the regulated outputs can be made sufficiently small with a suitable selection of the feedback gains. Finally, our experiments on an industrial manipulator are shown to evaluate the effectiveness of the proposed controller and L_2 -gain performance analysis for the visual servo system.

キーワード：ロバスト視覚サーボ, 外乱減衰問題, L_2 ゲイン, リアプノフの定理

1. はじめに

マニピュレータの関節空間の制御において, マニピュレータのもつ固有の性質を有効に利用し, リアプノフの方法に基づく制御が注目を浴びている⁽¹⁾⁽²⁾. この方法はマニピュレータのもつエネルギーの総和をリアプノフ関数として利用して漸近安定性を保証する. そのため非線形性の厳密な補償を必要としないなどの利点をもつことが知られている. また有本⁽²⁾は比例制御部に飽和を考慮した SP-D 制御則を提案して, 準自然ポテンシャル関数を利用してその有効性を示している. その上, 安定性だけでなく制御性能の指標として, 非線形 H_∞ 最適化の観点からトルク外乱に関するロバスト性が議論されてきている⁽²⁾⁽³⁾.

また関節空間の情報だけでなく視覚センサの情報もリアルタイムでフィードバックすることでマニピュレータを制御する, 視覚サーボの研究が近年さかんに行われている⁽⁴⁾. 視覚サーボの従来研究の多くは線形システムでそのモデルを与え, 極配置や LQ 法, H_∞ 制御などにより, 系の安定性や制御性能についての考察を行ってきた⁽⁵⁾⁽⁷⁾. しかしながらマニピュレータダイナミクスは本来非線形システムであるため, その動特性の補償を行なうことが重要となるが, ダイナミクスの影響は無視されていた.

橋本ら⁽⁸⁾はフィードバック線形化の手法に基づいてマニピュレータダイナミクスを補償して, 観測対象の運動を適応的に推定することで視覚サーボを達成している. しかしマニピュレータに対してトルク外乱が存在した場合の制御性能は解析されていない. また推定則を構成するため制御

則の構造が非常に複雑になるという問題点がある. また筆者ら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾や Kelly ら⁽¹¹⁾⁽¹²⁾は, 関節空間の制御で注目を浴びているリアプノフの方法に基づく制御則を与えた. しかし観測対象が運動しないという仮定のもとでの安定性の解析のみであり, トルク外乱に対するロバスト性は考えられていない.

そこで本稿では対象が運動する eye-in-hand 構造での平面マニピュレータの視覚サーボシステムに対して, リアプノフの安定論に基づき漸近安定性を保証する非線形な制御則をあたえる. その際, 対象点の像の位置を利用したポテンシャル関数, 画像パラメータポテンシャルを用いる. それにより関節空間の制御において注目を浴びている SP-D 制御則をあたえることが可能となった. また 2 次元回転群の性質を利用してあたえることにより, 提案する制御則は焦点距離などパラメータを使用しないものとなっている.

そしてトルク外乱や対象の運動を外生信号としてとらえ, それに対するロバスト性を制御性能の指標としてあたえることを提案する. そのロバスト性をはかる指標として非線形システムの L_2 ゲインを用いる. とくに対象の運動を外生信号ととらえて, そのロバスト性を考えることで, 推定則を構成する必要がなくなり, 実装が容易となった. なおその上, 実機による実験を通じて提案する制御則の有効性を検証する.

本稿の構成は以下のとおりである. まず第 2 節でマニピュレータやカメラのモデリングを行ない, 視覚サーボの問題設定を行なう. 第 3 節において外生信号が存在しない場合に視覚サーボシステムを漸近安定にする制御則をあたえる.

その制御則は比例制御部に飽和関数を利用した非線形制御則であり、安定性を解析するために画像パラメータポテンシャルを利用したリアプノフ関数を提案する。つぎに第4節では L_2 ゲインにより与えられた外乱減衰特性を達成するための制御ゲインが満足しなくてはならない条件を導出する。 L_2 ゲインの解析のための微分不等式の解として安定性解析で提案したリアプノフ関数を利用した。最後に実験により提案した制御則の有効性を確認する。

以下で使用する記号の定義をおこなう。任意のベクトル $x \in \mathbb{R}^n$ のユークリッドノルムを $\|x\| := \sqrt{x^T x}$ と定義する。2乗可積分関数空間を L_2 と表し、そのノルムをベクトル値関数 $f(t) \in L_2$ に対して

$$\|f(t)\|_2 := \sqrt{\int_0^\infty \|f(t)\|^2 dt}$$

と定義する。また有界なベクトル値関数全体の集合を L_∞ とあらわす。任意の $x = [x_1 \dots x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ に対して写像 $g(x) := [g_1(x) \dots g_m(x)]^T$ が微分可能であるならば、 $m \times n$ 次のヤコビアンはつぎのように定義できる。

$$\frac{\partial g}{\partial x} := \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

2. 視覚サーボシステムのモデリング

本稿ではマニピュレータの手先に取り付けられたカメラ (eye-in-hand 構造) と観測対象点の相対位置を一定に保つように動かすことを制御目的とする。カメラモデルは標準的な透視変換によりモデリングされるピンホールカメラとする。そして2次元回転群の性質を有効的に利用するために、指数行列を利用して定式化を行なう。マニピュレータダイナミクスは Euler-Lagrange 運動方程式で記述し、その特徴を有効に利用した制御則を構成する。

〈2.1〉 座標系の設定 本稿では平面マニピュレータを仮定し、手先のカメラの運動と対象点の運動は平行な二つの平面にそれぞれ拘束されているとする。つまり基準座標系 $\Sigma_w = \{X_w, Y_w, Z_w\}$ に対してマニピュレータの動作は座標系 Σ_w の X_w - Y_w 平面に拘束されている。マニピュレータの手先のカメラの視線方向は Z_w 軸と一致していると仮定する。またカメラには座標系 $\Sigma_c = \{X_c, Y_c, Z_c\}$ が取り付けられており、これをカメラ座標系とよぶ。画像面上において座標系 $\Sigma_i = \{X_i, Y_i\}$ を以下の条件を満足するように定義する。

- (1) 画像面と光軸の交点が原点となる。
 - (2) 軸 X_i と Y_i が X_c と Y_c にそれぞれ平行になる。
- そして X_c - Y_c 平面と X_i - Y_i 平面の間の距離、つまり焦点距離は $l > 0$ とする。以上の座標系を図1に示す。

以上のように平面マニピュレータに構造を限定することで、マニピュレータダイナミクスを含めた非線形システム

の安定性解析および制御性能解析が可能となる。また焦点距離 l や Z_w 方向のカメラと対象との距離を決定をする必要のない制御則を構成できることが示される。

図1 視覚サーボシステム
Fig. 1. Visual servo system

〈2.2〉 カメラモデル 対象点 P の位置を座標系 Σ_w において $[x_p, y_p, z_p]^T$ で表す。また対象点 P の画像面 Σ_i における位置は $f = [x_i, y_i]^T$ で表されるものとする。対象点 P は X_w - Y_w 平面上のみを運動すること、つまり $\dot{z}_p = 0$ を仮定する。また $z_p > l$ とする。

カメラモデルとして理想的なピンホールカメラを考えて、図1のモデルに基づいて透視変換を利用することで以下の関係式がえられる⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。

$$f(p, c, \theta_c) = \frac{sl}{d} e^{-\hat{\theta}_c} (p - c) \dots \dots \dots (1)$$

ここで $s > 0$ は画像面の計算機処理により生じるスケーリングファクタ (pixel/m), $d = z_p > 0$ は奥行き距離をあらわす定数とする。ベクトル $p \in \mathbb{R}^2$ は $p := [x_p, y_p]^T$, $c \in \mathbb{R}^2$ はカメラの X_w - Y_w 平面上の位置をあらわし、 $\theta_c \in \mathbb{R}$ はカメラの Z_w 軸回りの回転をしめす。また行列 $\hat{a}$ は任意のスカラー値 $a \in \mathbb{R}$ に対して定義されるつぎの交代行列とする。

$$\hat{a} := \begin{bmatrix} 0 & -a \\ a & 0 \end{bmatrix}$$

式(1)の両辺を微分することで、

$$\dot{f} = \frac{sl}{d} e^{-\hat{\theta}_c} \dot{p} - \frac{sl}{d} e^{-\hat{\theta}_c} \dot{c} - \hat{\theta}_c f \dots \dots \dots (2)$$

がえられる。ここで $\dot{p}$ は対象の運動の速度信号であり、未知な量とする。

〔注意1〕 従来の視覚サーボの研究の多くは画像ヤコビアン $\frac{\partial f}{\partial q}$ を直接計算して制御則を導出していた。本稿では

式(1)のように指数関数による観点変換の表現を利用することでカメラのモデル化をおこなった。とくに $\hat{\theta}_c$ が交代行列である性質を安定性や制御性能解析で利用することで、カメラパラメータの正確な同定の必要がない制御則の提案と外生信号に対するロバスト性を考えることが可能となった。

〈2・3〉 マニピュレータキネマティクス 本稿では eye-in-hand 構造を仮定しているため、カメラの位置 c と姿勢 θ_c はそれぞれマニピュレータの関節角度 $q \in \mathbb{R}^n$ の関数となる。ここでマニピュレータの関節速度 $\dot{q}$ とマニピュレータの手先に取り付けられたカメラの速度の関係をもとめるために、 c と θ_c の時間微分を計算すると、

$$\dot{c} = J_c(q)\dot{q} \dots\dots\dots (3)$$

$$\dot{\theta}_c = J_{\theta_c}(q)\dot{q} \dots\dots\dots (4)$$

をえる。ここで $J_c(q)$ は $2 \times n$ 行列、 $J_{\theta_c}(q)$ は $1 \times n$ ベクトルであり、一般にマニピュレータヤコビアンとよばれる。

式(3)を式(2)に代入すると、最終的にカメラモデルとして次式をえる。

$$\dot{f} = \frac{sl}{d}e^{-\hat{\theta}_c}\dot{p} - \frac{sl}{d}e^{-\hat{\theta}_c}J_c\dot{q} - \hat{\theta}_c f \dots\dots\dots (5)$$

〈2・4〉 マニピュレータダイナミクス 本節では平面マニピュレータのダイナミクスのモデルとその性質を示す。よく知られているようにマニピュレータダイナミクスは、

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + \omega \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる。ただし、 $\tau \in \mathbb{R}^n$ は入力トルクベクトル、 $M(q)$ は $n \times n$ のマニピュレータ慣性行列、 $C(q, \dot{q})\dot{q}$ は n 次のコリオリ・遠心トルクベクトル、 $g(q)$ は n 次の重力トルクベクトルである。また $\omega \in \mathbb{R}^n$ は摩擦力やモデル化誤差などから生じるトルク外乱ベクトルとする。

マニピュレータダイナミクス(6)を Euler-Lagrange システムとしてみなした場合、つぎの重要な性質が成立する⁽¹⁾⁽²⁾。

〔性質1〕 慣性行列 $M(q)$ はすべての q に対して対称かつ正定な行列である。

〔性質2〕 行列 $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ はすべての q と $\dot{q}$ に対して交代行列となる。つまり任意のベクトル $x \in \mathbb{R}^n$ に対して $x^T(\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}))x = 0$ を満足する。

〈2・5〉 問題設定 本稿ではマニピュレータの制御目的としてつぎの二つを考える。

- (1) 対象との X_w - Y_w 平面における相対位置 $p - c(q)$ を減少させる。すなわち対象の画像面上の点像位置 f を 0 へ近づける。
- (2) マニピュレータの各関節に過大な速度を発生させない。つまり、 $\dot{q}$ を減少させる。

この制御目的を達成するためにまずトルク外乱や対象の運動が存在しない場合に、 $\dot{q} \rightarrow 0$ と $f \rightarrow 0$ を達成する制御

則を3節で提案する。第4節ではトルク外乱や対象の運動の外生信号に対するロバスト性を評価基準にして、制御則のゲインを調整する方法をあたえる。

3. リアプノフ法に基づく安定性解析

本節ではトルク外乱や対象の運動が存在しない場合に、マニピュレータダイナミクスを利用した非線形制御則を示しその漸近安定性を証明する。

〈3・1〉 制御則の提案 本稿では視覚サーボ制御則として、つぎの非線形制御則を用いる。

$$\tau = -k_1\xi + k_2\eta + \alpha(M(q)\dot{q} + C(q, \dot{q})\eta) + g(q) \quad (7)$$

ここで k_1, k_2, α はそれぞれ正の数、ベクトル η, ξ は

$$\eta := J_c^T(q)e^{\hat{\theta}_c}\varphi(f)$$

$$\xi := \dot{q} - \alpha\eta$$

で定義される。また $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ は飽和をあらわす関数であり、任意の正の数 $\lambda \in \mathbb{R}$ を用いて定義される。

$$\varphi(f) := \frac{f}{1 + \lambda\|f\|} \dots\dots\dots (8)$$

飽和関数 $\varphi(f)$ はつぎの性質があることはあきらかである。

〔性質3〕 $\varphi(0) = 0$ であり、 $x \neq 0$ ならば $\varphi(x) \neq 0$ 。

制御則(7)はつぎのような特徴がある。

- カメラパラメータ、つまり焦点距離 l や奥行き d 、スケールファクタ s を利用しないので、カメラパラメータの正確なキャリブレーションを必要としない。
- 従来の視覚サーボ制御則の多くは、マニピュレータヤコビアン⁽⁹⁾の逆行列の演算を必要としており、制御則の演算時間がかかる問題があった⁽⁴⁾。制御則(7)ではマニピュレータヤコビアン J_c の逆行列の計算が必要でない。よって計算時間が短縮され、実装が容易となる。
- 補助変数 η で利用した関数 φ はあきらかに、

$$\|\varphi(f)\| < \lim_{\|f\| \rightarrow \infty} \frac{\|f\|}{1 + \lambda\|f\|} = \frac{1}{\lambda}$$

である。つまりノルムが $\frac{1}{\lambda}$ に漸近する飽和関数であり、 λ により調整が可能である。これにより $\|f\|$ が大きくなった場合に過大なトルク入力⁽⁹⁾の発生をおさえることができるなどの利点をもつ。

- α を 0 に漸近させると制御則(7)は従来のリアプノフベースの視覚サーボ制御則⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾に漸近する。すなわち従来からの制御則の拡張したものである。

マニピュレータモデル(6)、カメラモデル(5)および制御則(7)からなる閉ループ系は、

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + k_1\xi - k_2\eta + \omega = 0$$

$$\dot{f} = \frac{sl}{d}e^{-\hat{\theta}_c}\dot{p} - \frac{sl}{d}e^{-\hat{\theta}_c}J_c\dot{q} - \hat{\theta}_c f \dots\dots\dots (9)$$

である。ここで外生信号を $r := [\omega^T \dot{p}^T]^T$ と定義しておく。

(3・2) 視覚サーボシステムの安定性解析 提案した制御則 (7) の漸近安定性を示すために次の仮定をおく。

〔仮定 1〕 マニピュレータの関節の動作範囲を $Q \subset \mathbb{R}^n$ とする。 $q \in Q$ である任意の姿勢に対してマニピュレータヤコビアン J_c は行フルランクである。

マニピュレータヤコビアン J_c のランクがおちる場合は特異姿勢である。すなわちマニピュレータの各関節が非常に大きな速度を発生する可能性がある。そこでマニピュレータの構造的な問題で制御目的が達成できないことを回避するために仮定 1 をおく。仮定 1 によりつぎの補題が成立する。

〔補題 1〕 $[\dot{q}^T f^T]^T = 0$ と $[\xi^T \eta^T]^T = 0$ は等価である。

証明 付録参照。

ここで外生信号 $r = 0$ の場合、閉ループ系 (9) が $[\xi^T \eta^T]^T = 0$ において漸近安定となる条件をもとめるためにつぎのようなリアプノフ関数の候補を考える。

$$V = \frac{1}{2} \xi^T M \xi + \frac{k_2 d}{sl} U(f) \dots\dots\dots (10)$$

ここで $U(x)$ は C^2 級の関数であり、任意の大きさのベクトル x に対してつぎのように与えられる。

$$U(x) = \frac{1}{\lambda} (\|x\| - \frac{1}{\lambda} \log(1 + \lambda \|x\|)) \dots\dots\dots (11)$$

λ は飽和関数 $\varphi(f)$ に用いられていたものと同じである。このポテンシャル関数 $U(x)$ は以下のような性質をもつ。

〔性質 4〕 任意のベクトル x に対して $U(x) \geq 0$ である。とくに $x \neq 0$ では $U(x) > 0$ である。

〔性質 5〕 ポテンシャル関数 $U(x)$ の x に関する偏微分は、

$$\frac{\partial^T U}{\partial x} = \varphi(x) \dots\dots\dots (12)$$

となる。

証明 付録参照。

〔注意 2〕 正定関数 V の第 1 項目は補助変数 ξ による運動エネルギーをあらわしている。また第 2 項目は画像面上の特徴量 (ここでは対象点の像) の疑似ポテンシャル関数で、本稿では画像パラメータポテンシャルとよぶ。

画像パラメータポテンシャルを利用した関数 (10) を用いて、閉ループ系 (9) の漸近安定性に関する結果をつぎのようにえることができる。

〔定理 1〕 外生信号 r が恒等的に 0 とする。ゲイン k_1, k_2 および α がすべて正ならば、閉ループ系 (9) は漸近安定な平衡点 $[\xi^T \eta^T]^T = 0$ をもつ。

証明 まず関数 V の正定性は性質 1 と 4 および $k_2 > 0$ よりあきらかであり、 $V = 0$ となるときは $[\xi^T \eta^T]^T = 0$ の

場合のみである。つぎに関数 V を $r = 0$ とおいた場合の閉ループ系 (9) の解軌道に沿って時間微分を行なうと

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\xi^T C(q, \dot{q}) \xi - k_1 \|\xi\|^2 + k_2 \xi^T \eta + \frac{1}{2} \xi^T \dot{M}(q) \xi \\ &\quad - k_2 \dot{q}^T J_c^T e^{\hat{\theta}_c} \varphi(f) + \frac{k_2 d}{sl(1 + \lambda \|f\|)} f^T \hat{\theta}_c f \\ &\quad + [-\xi^T k_2 \varphi^T(f) e^{-\hat{\theta}_c}] r \\ &= -\frac{1}{2} \xi^T (\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})) \xi \\ &\quad + \frac{k_2 d}{sl(1 + \lambda \|f\|)} f^T \hat{\theta}_c f - k_1 \|\xi\|^2 - k_2 \alpha \|\eta\|^2 \\ &\quad + [-\xi^T k_2 \varphi^T(f) e^{-\hat{\theta}_c}] r \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

となる。性質 2 および $\hat{\theta}$ が交代行列であることより、

$$\begin{aligned} \xi^T (\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})) \xi &= 0 \\ f^T \hat{\theta}_c f &= 0 \end{aligned}$$

である。よって

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k_1 \|\xi\|^2 - k_2 \alpha \|\eta\|^2 \\ &\quad + [-\xi^T k_2 \varphi^T(f) e^{-\hat{\theta}_c}] r \dots\dots (14) \end{aligned}$$

となる。 $r = 0$ と各制御ゲインが $k_1 > 0, k_2 > 0, \alpha > 0$ より、 $\dot{V}$ は負定関数であり、 $\dot{V} = 0$ が成立するのは $[\xi^T \eta^T]^T = 0$ のときのみである。よってリアプノフの直接法より⁽¹⁾、平衡点 $[\xi^T \eta^T]^T = 0$ は漸近安定性である。 □

定理 1 より $t \rightarrow \infty$ で $[\xi^T \eta^T]^T \rightarrow 0$ が達成できることを示した。よって補題 1 より $[\dot{q}^T f^T]^T \rightarrow 0$ が達成できる。しかし外生信号が存在する場合、 $\dot{V}$ の負定性が成立しなくなるのは式 (14) よりあきらかである。そこで次節では L_2 ゲインを用いた制御性能解析を行ない、外生信号のロバスト性を考察する。

4. 視覚サーボシステムの制御性能解析

〈4・1〉 消散性を利用した制御性能評価基準 本節ではまずはじめに、外生信号のロバスト性の指標として L_2 ゲインを用いるために非線形システムの消散性を用いてつぎの問題を設定する。

問題 閉ループ系 (9) の被制御量として、

$$z := \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \dot{q} \\ \varepsilon_2 \varphi(f) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

を考える。ここで $\varepsilon_1 > 0$ と $\varepsilon_2 > 0$ はそれぞれ重みをあらわすスカラー値とする。閉ループ系 (9) が $w := \frac{1}{2} \gamma^2 \|r\|^2 - \frac{1}{2} \|z\|^2$ に関する消散性を満足するように制御ゲイン k_1, k_2 および α の条件を導出せよ。 □

ここで消散性の定義は以下のとおりである⁽¹³⁾。

〔定義 1〕 状態空間表現されたつぎのような非線形システムを考える。

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ z &= h(x, u) \dots\dots\dots (16)\end{aligned}$$

ここで $x \in \mathbb{R}^n$ は状態ベクトル $u \in \mathbb{R}^m$ は入力, $z \in \mathbb{R}^p$ は出力ベクトルとする。また関数 $w(u, y) \in \mathbb{R}$ を定義する。この非線形システムが w に関して消散性をもつとは、つぎの微分不等式の解 S が存在することである[†]。

$$\begin{aligned}S(x) &> 0, \quad x \neq 0 \\ S(0) &= 0 \\ \frac{\partial S}{\partial x} \dot{x} &\leq \frac{1}{2}\gamma^2 \|u\|^2 - \frac{1}{2}\|z\|^2 \dots\dots\dots (17)\end{aligned}$$

ここで $\frac{\partial S}{\partial x} \dot{x}$ は S のシステム (16) の解軌道に沿った時間微分である。

〔注意 3〕 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ および γ は視覚サーボの制御性能を決定するパラメータである。とくに ε_1 と ε_2 は 2.5 節で述べた制御目的 (1) と (2) の間のトレードオフを調整するパラメータとなっている。

本稿では外生信号に対してつぎのような仮定をおく。

〔仮定 2〕 対象の速度信号 $\dot{p}$ およびトルク外乱 d はそれぞれ $L_2 \cap L_\infty$ に属する。

この仮定のもとでは視覚サーボ問題の w に対する消散性と閉ループシステム (9) における外生信号 r から被制御量 z への L_2 ゲインを γ 以下にすることは等価になる⁽¹³⁾。

外生信号から被制御量への L_2 ゲインを γ 以下にすることは外乱減衰特性とよばれ、外生信号に対するロバスト性を示すのに重要かつ実用的な指標となっている⁽²⁾⁽³⁾。そこで本稿では L_2 ゲインを γ 以下にすることと等価な消散性を利用して、閉ループ系 (9) の制御性能を解析する。

〔4.2〕 視覚サーボシステムの制御性能の達成条件 マニピュレータの関節空間における制御で L_2 ゲインによる外乱除去問題を取り扱った従来研究⁽³⁾では、安定性の解析に利用したリアプノフ関数を微分不等式 (17) の解として取り扱っている。そこで本稿では、視覚サーボ制御則 (7) の安定解析に利用した画像パラメータポテンシャル関数に基づくリアプノフ関数 V を微分不等式 (17) の解ととらえて、解析を行ない、つぎの結果をえた。

〔定理 2〕 $k_2 > 0$ とする。つぎの対称行列

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12}^T & R_{22} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

[†]本来、消散性の定義は解 S に関する積分不等式により与えられる⁽¹³⁾。本稿では S は C^1 級の関数として、等価な微分不等式により定義を行なった。実際、解として用いる正定関数 V は式 (10) よりあきらかに C^1 級の関数である。

$$\begin{aligned}R_{11} &= (k_1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{\varepsilon_1^2}{2})I \\ R_{22} &= (\alpha k_2 - \frac{\alpha^2 \varepsilon_1^2}{2})e^{-\hat{\theta}_c} J_c J_c^T e^{\hat{\theta}_c} \\ &\quad - (\frac{k_2^2}{2\gamma^2} + \frac{\varepsilon_2^2}{2})I \\ R_{12} &= \frac{1}{2}\alpha \varepsilon_1^2 J_c^T e^{\hat{\theta}_c}\end{aligned}$$

が正定行列となるようにゲイン k_1, k_2, α を決定するならば、閉ループシステム (9) は $w = \frac{1}{2}\gamma^2 \|r\|^2 - \frac{1}{2}\|z\|^2$ に関する消散性を有する。

証明 証明は定義 1 を利用し解析することにより行なう。はじめに被制御量は、

$$z = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \xi + \alpha \varepsilon_1 J_c^T(q) e^{\hat{\theta}_c} \varphi(f) \\ \varepsilon_2 \varphi(f) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

であることに注意しておく。不等式 (17) の解 S として安定性の証明で利用したリアプノフ関数 V を利用する。このとき $k_2 > 0$ より関数 V は正定関数である。式 (19) とリアプノフ関数の時間微分 (14) を不等式 (17) に代入すると、

$$\begin{aligned}& -k_1 \|\xi\|^2 - k_2 \alpha \|\eta\|^2 + \begin{bmatrix} -\xi^T & k_2 \varphi^T(f) e^{-\hat{\theta}_c} \end{bmatrix} r \\ & \leq \frac{1}{2}\gamma^2 \|r\|^2 - \frac{\varepsilon_1^2}{2} \|\xi\|^2 - \alpha \varepsilon_1^2 \xi^T J_c^T e^{\hat{\theta}_c} \varphi(f) \\ & \quad - \varphi^T(f) (\frac{\varepsilon_2^2}{2} I + \frac{\alpha^2 \varepsilon_1^2}{2} e^{-\hat{\theta}_c} J_c J_c^T e^{\hat{\theta}_c}) \varphi(f)\end{aligned}$$

となる。この式を平方完成で変形することにより、

$$\begin{aligned}& -k_1 \|\xi\|^2 - k_2 \alpha \varphi^T(f) e^{-\hat{\theta}_c} J_c J_c^T e^{\hat{\theta}_c} \varphi(f) \\ & + \frac{\varepsilon_1^2}{2} \|\xi\|^2 + \alpha \varepsilon_1^2 \xi^T J_c^T e^{\hat{\theta}_c} \varphi(f) \\ & + \varphi^T(f) (\frac{\varepsilon_2^2}{2} I + \frac{\alpha^2 \varepsilon_1^2}{2} e^{-\hat{\theta}_c} J_c J_c^T e^{\hat{\theta}_c}) \varphi(f) \\ & \leq -\frac{1}{2\gamma^2} \begin{bmatrix} -\xi^T & k_2 \varphi^T(f) e^{-\hat{\theta}_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\xi \\ k_2 e^{\hat{\theta}_c} \varphi(f) \end{bmatrix} \\ & + \frac{1}{2}\gamma^2 \|r\|^2 - \frac{1}{\gamma^2} \begin{bmatrix} -\xi \\ k_2 e^{\hat{\theta}_c} \varphi(f) \end{bmatrix}^2 \dots\dots\dots (20)\end{aligned}$$

式 (20) の右辺第 2 項以外は外生信号 r とは無関係であるので、 $r = \frac{1}{\gamma^2} \begin{bmatrix} -\xi^T & k_2 \varphi^T(f) e^{-\hat{\theta}_c} \end{bmatrix}^T$ としたときに式 (20) が成立すれば任意の $r \in L_2 \cap L_\infty$ に対して不等式 (17) が成立することになる。よって、

$$\begin{aligned}& -k_1 \|\xi\|^2 - k_2 \alpha \varphi^T(f) e^{-\hat{\theta}_c} J_c J_c^T e^{\hat{\theta}_c} \varphi(f) \\ & + \frac{\varepsilon_1^2}{2} \|\xi\|^2 + \alpha \varepsilon_1^2 \xi^T J_c^T e^{\hat{\theta}_c} \varphi(f) \\ & + \varphi^T(f) (\frac{\varepsilon_2^2}{2} I + \frac{\alpha^2 \varepsilon_1^2}{2} e^{-\hat{\theta}_c} J_c J_c^T e^{\hat{\theta}_c}) \varphi(f) \\ & - \frac{1}{2\gamma^2} \begin{bmatrix} -\xi^T & k_2 \varphi^T(f) e^{-\hat{\theta}_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\xi \\ k_2 e^{\hat{\theta}_c} \varphi(f) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$= - \begin{bmatrix} \xi^T & \varphi^T(f) \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} \xi \\ \varphi(f) \end{bmatrix} \leq 0 \dots\dots (21)$$

が成立するならば不等式 (17) の条件が成立する。 □

定理 2 の条件 $k_2 > 0, R > 0$ は定理 1 の条件 $k_1 > 0, k_2 > 0, \alpha > 0$ の十分条件となっている。よって定理 2 の条件が満足されれば、閉ループ系 (9) の安定性も保証される。

閉ループ (9) の外生信号 r から被制御量 z への L_2 ゲインが γ 以下となる判定基準として R の正定性を確認する必要がある。しかし R の正定性を確認することは困難である。そこで制御性能を決定するパラメータ $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ と γ や各ゲイン k_1, k_2 および α の満足する条件を導出しておく。

まず以下のような仮定を新たにおく。

〔仮定 3〕 マニピュレータヤコビアン J_c の最小特異値には下極限值 $\beta > 0$ が存在する。つまり、

$$\inf_{q \in Q} \sigma_{\min}(J_c) = \beta \dots\dots\dots (22)$$

である。ここで $\sigma_{\min}(\cdot)$ は行列の最小特異値とする。

仮定 3 が成立すればあきらかに仮定 1 は成立する。また仮定 3 はマニピュレータの性能評価の指標の一つである可操作度⁽¹⁴⁾が動作範囲のすべてにおいてある一定値以上 ($\geq \beta^2$) の値をとることを意味している。

この仮定のもとで R が正定行列となる十分条件はつぎのように与えられる。

〔系 1〕 制御目標を決定する ε_1, γ は

$$\beta > \frac{\varepsilon_1}{\gamma} \dots\dots\dots (23)$$

を満足するようにあたえる。ここで、

$$k_1 > \frac{1}{2\gamma^2} + \frac{\varepsilon_1^2}{2} + \frac{\varepsilon_1^4}{2a} \dots\dots\dots (24)$$

$$\left(\frac{\beta^2}{4b} - \frac{1}{2\gamma^2}\right)k_2^2 - \frac{\varepsilon_2^2}{2} > 0 \dots\dots\dots (25)$$

$$\alpha = \frac{k_2}{2b} \dots\dots\dots (26)$$

$$a := \gamma^2\beta^2 - \varepsilon_1^2 \dots\dots\dots (27)$$

$$b := \frac{\varepsilon_1^2}{2} + \frac{\varepsilon_1^4}{4(k_1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{\varepsilon_1^2}{2})} \dots\dots\dots (28)$$

を満足するように k_1 と k_2, α をあたえることで行列 R は正定行列となる。

証明 付録参照。

〔注意 4〕 系 1 より行列 R の正定性は k_1, k_2 を十分大きく選ぶ、つまりハイゲインフィードバックにより達成できることがわかる。ここで系 1 の条件は保守的な十分条件となっていることに注意してもらいたい。つまり系 1 を満足しないゲインの組でも行列 R が正定となる場合

が存在する。しかし系 1 の条件は制御ゲインを決定するためのひとつの指針となる。また次節で詳しく述べるが、系 1 の条件を満足するように選んだ場合良好な追従特性が実機において確認されている。

5. 実験例

本節では提案する制御則 (7) の有効性を示すために、図 2 に示す実験装置により実験を行なった。

図 2 実験装置

Fig. 2. Experimental setup

〔5・1〕 実験装置の概要 **Eye-in-hand システム**：本システムでは産業用マニピュレータ (SC-15：(株) 不二越製) を使用し、その手先効果器に CCD カメラ (CAM120：(株) 応用計測研究所製) を取り付けて、eye-in-hand システムを構成した。カメラキャリブレーションを行なった結果から焦点距離 l とスケーリングファクタ s の積 sl は 2180 と同定できた。また使用した産業用マニピュレータは本来 6 軸であるが、その 2 番目と 3 番目の関節のみを駆動させ、他の軸は物理的に拘束する。つまり平面上を運動する 2 自由度型平行リンク型マニピュレータとみなすことができる。

2 自由度平行リンク型マニピュレータダイナミクスはつぎのように与えられる。

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & -M_{12} \cos(q_2 - q_1) \\ -M_{12} \cos(q_2 - q_1) & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & \dot{q}_2 M_{12} \sin(q_2 - q_1) \\ \dot{q}_1 M_{12} \sin(q_1 - q_2) & 0 \end{bmatrix}$$

$$g(q) = \begin{bmatrix} g_{11} \cos q_1 + g_{12} \sin q_1 \\ g_{21} \cos q_2 + g_{22} \sin q_2 \end{bmatrix}$$

ここで各パラメータは,

$$M_{11} = 1.63 \times 10^1 \quad [\text{Nm}^2]$$

$$M_{12} = -1.35 \times 10^1 \quad [\text{Nm}^2]$$

$$M_{22} = 1.20 \times 10^1 \quad [\text{Nm}^2]$$

$$g_{11} = 2.35 \times 10^1 \quad [\text{Nm}]$$

$$g_{12} = -4.43 \times 10^{-1} \quad [\text{Nm}]$$

$$g_{21} = -7.83 \quad [\text{Nm}]$$

$$g_{22} = -3.76 \quad [\text{Nm}]$$

である。なお実機においては摩擦力の影響が存在するが、摩擦力の定式化や同定は非常に困難である。そこで本稿では外乱トルク ω として扱うこととし、陽に摩擦モデルを導出することは行わないこととした。

またマニピュレータのフォワードキネマティクスとヤコビアンはそれぞれ

$$c = \begin{bmatrix} l_1 \cos q_1 - l_2 \cos q_2 + l_3 \sin q_2 \\ l_1 \sin q_1 - l_2 \sin q_2 - l_3 \cos q_2 \end{bmatrix}$$

$$\theta_c = q_2 - \pi \quad [\text{rad}]$$

$$J_c = \begin{bmatrix} -l_1 \sin q_1 & l_2 \sin q_2 + l_3 \cos q_2 \\ l_1 \cos q_1 & -l_2 \cos q_2 + l_3 \sin q_2 \end{bmatrix}$$

$$J_{\theta_c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

である。そして各パラメータは,

$$l_1 = 6.00 \times 10^{-1} \quad [\text{m}]$$

$$l_2 = 3.98 \times 10^{-1} \quad [\text{m}]$$

$$l_3 = 7.50 \times 10^{-1} \quad [\text{m}]$$

である。厳密に言えば、マニピュレータのアクチュエータはすべて電動モータであるため、実際の入力としては適当な電圧を入力することになる。その上、アクチュエータダイナミクスが存在するシステムとなる。本実験装置ではモータ駆動装置 (AP 制御装置: (株) 不二越製) においてアクチュエータダイナミクスを適切に補償するサーボループが組み立てられており、それぞれの関節に指令トルクを直接入力することが可能となっている。

画像処理装置とデジタル制御装置: 提案した制御則を実装するために、高速な画像処理装置 (Quick-Mag: (株) 応用計測研究所製) と DSP によるデジタル制御装置 (DSP-CIT: dSPACE 社製) を利用した。画像処理装置は 120 Hz (8.3 ms) のサンプリング周波数により対象の点像の重心位置を計算する。デジタル制御装置は、9 つの DSP

(TMS320C40: TI 社製) と、12 bit の分解能を有する D/A コンバータ、24 bit のインクリメンタルエンコーダボードを有している。その制御則の計算周期は 1ms である。

制御則 (7) の実装のためには、関節速度 $\dot{q}$ と特徴点の画像面上の速度 $\dot{f}$ を計算する必要がある。今回の実験では関節角度 q と特徴点の像 f がそれぞれ 1ms と 8.3 ms と十分速い周期で得ることが可能であるため、その差分による近似値を利用することにした。

なおホストコンピュータ (IBM-PC 互換機: Gateway2000 社製) においてすべての制御プログラムは C 言語により記述される。そしてデジタル制御装置へダウンロードされる。

〈5・2〉 実験用パラメータの設定 まず仮定 1 および仮定 3 が満足されるように q の動作範囲 Q を,

$$1.57 \text{ [rad]} \leq q_1 \leq 2.22 \text{ [rad]}$$

$$3.00 \text{ [rad]} \leq q_2 \leq 3.55 \text{ [rad]}$$

とする。この範囲内ではヤコビアン J_c のランクはすべて 2 となる。また J_c の最小特異値の下限値は $\beta = 9.30 \times 10^{-1}$ となる。被制御量の重み係数は $\varepsilon_1 = 1.0 \times 10^{-1}$, $\varepsilon_2 = 1.0 \times 10^{-3}$ とし、 L_2 ゲインの上限値は $\gamma = 2.0$ と定めた。

各ゲインは系 1 の条件をもとに表 1 のように 2 組決定した。なお式 (24)(25) における不等号による自由度は、予備実験により試行錯誤的に調整した。また飽和を決定するパラメータ λ は実験装置の発生させられるトルクの限界値を考慮して 2.0 とした。

表 1 制御則のゲイン

Table 1. The controller gains

記号	ゲイン A	ゲイン B
k_1	1.50×10^2	1.50×10^2
k_2	2.00×10^{-3}	8.00×10^{-4}
α	1.00×10^{-2}	4.00×10^{-3}

ここでゲイン A のパラメータは系 1 の条件を満足している。しかしゲイン B のパラメータでは式 (25) の条件を満足しない。そして、定理 2 の行列 R の正定性の条件も満足しない組であるため、システムの L_2 ゲインが $\gamma = 2.0$ 以下となることが保証されていない場合の例である。

〈5・3〉 実験結果 観測する対象点の初期位置は $p(0) = [0.79 \ 1.09]^T [\text{m}]$, $z_p = z = 1.86 [\text{m}]$ である。そして $p = [0.37 \ 1.30]^T [\text{m}]$ の位置へ 7 秒間で等速直線運動で移動させる。移動後 2 秒停止して、再び初期位置へ 7 秒で戻る動作を行なわせた。

カメラの初期位置は $c(0) = [0.79 \ 1.09]^T [\text{m}]$, $\theta_c(0) = 0.00 [\text{rad}]$ であり、対象点の像と関節速度の初期値は $f(0) = [0 \ 0]^T [\text{pixels}]$, $\dot{q}(0) = [0.00 \ 0.00]^T [\text{rad/s}]$ とした。

図 3-5 に実験結果を示す。図 3 には対象点の画像面上の位置の時間変化を示す。実線がゲイン A の場合、破線がゲイン B の場合であり、上が X_i 方向の位置を、下が Y_i 方向の位置を示している。また図 4 と 5 には関節速度の時間変化

を示す。図4にはゲインAの場合、図5にはゲインBの場合が示されており、上が $\dot{q}_1$ を、下が $\dot{q}_2$ を示している。

対象が静止している20秒以降の応答を図3-5でみるとゲインAおよびBの場合のどちらも画像面上の位置 f と関節速度 $\dot{q}$ すべては0へ収束していることがわかる。つまり外生信号が存在しない場合の提案した制御則の安定性が実機においても確認された。

対象点が移動する場合、図3の画像面上の位置の時間変化がゲインAの場合とBの場合で大きく異なっている。ゲインAの場合、つまり L_2 ゲインによる制御性能の指標を満足している場合の方がより0へ収束していることがわかる。つまり、 L_2 ゲインによる外生信号のロバスト性を指標として制御則を設計する妥当性が示されている。

図3 実験結果 (対象点の画像面上の位置 f)
Fig. 3. Experimental results (Image position f)

図4 実験結果 (関節速度:ゲインAの場合)
Fig. 4. Experimental results (Velocity : gain A)

6. おわりに

本稿では eye-in-hand 構造の視覚サーボシステムに対し、マニピュレータのダイナミクスを考慮し、提案する制御

図5 実験結果 (関節速度:ゲインBの場合)
Fig. 5. Experimental results (Velocity : gain B)

則の安定性の解析と制御性能の評価を行なった。マニピュレータダイナミクスを Euler-Lagrange システムとみなして、そのシステムのもつ固有の性質を利用して安定性の解析を行なった。

そして対象の運動とマニピュレータダイナミクスに加わるトルク外乱を外生信号とすることを提案した。そして外生信号に対するロバスト性を L_2 ゲインを利用して評価することで制御性能の解析も同時に行なった。それにより、系の安定性を保証する制御則のゲインを調整することで制御性能を満たすことができることが分かった。そして制御則のゲインのとりべき条件を明示した。

また最後に実機により評価実験を行なうことで、提案した制御則の有効性と制御性能解析の妥当性を示した。

(平成9年7月22日受付、同9年10月22日再受付)

文 献

- (1) R. Murray, Z. Li and S. S. Sastry, *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, CRC Press, 1994.
- (2) S. Arimoto, *Control Theory of Non-Linear Mechanical Systems, A Passivity-Based and Circuit-Theoretic Approach*, Oxford Univ. Press, 1996.
- (3) J. M.A. Scherpen and R. Ortega, "On Nonlinear Control of Euler-Lagrange Systems: Disturbance Attenuation Properties," *System & Control Letters*, Vol. 30, pp. 49-56, 1997.
- (4) S. Hutchinson, G. D. Hager and P. I. Corke, "A Tutorial on Visual Servo Control," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 5, pp. 651-670, 1996.
- (5) P. I. Corke and M. C. Good, "Dynamic Effects in Visual Closed-Loop Systems," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 5, pp. 671-683, 1996.
- (6) B. J. Nelson, N. P. Papanikolopoulos and P. K. Khosla, "Robotic Visual Servoing and Robotic Assembly Tasks," *IEEE Robotics and Automation Magazine*, pp. 23-31, June 1996.
- (7) 小倉佐織, 海老根巧, 橋本浩一, 木村英紀, "H ∞ 制御理論に基づくロボットの視覚フィードバック制御," 計測自動制御学会論文集, Vol. 30, No. 12, pp. 1505-1511, 1994.
- (8) 橋本浩一, 木村英紀, "ビジュアルサーボイング-非線形オブザーバアプローチ," 日本ロボット学会誌, vol. 13, no. 7, pp. 986-993, 1995.
- (9) A. Maruyama and M. Fujita, "Robust Visual Servo for Pla-

- nar Manipulators with Image Feature Parameter Potential," *Proc. of the 2nd ASCC*, Seoul, Korea, Vol. 3, pp. 331-334, 1997.
- (10) A. Maruyama and M. Fujita, "Robust Visual Servo Control of Planar Manipulators with the Eye-in-Hand Configuration," *Proc. of 36th IEEE CDC*, San Diego, CA, pp. 2551-2552, 1997.
- (11) R. Kelly, "Robust Asymptotically Stable Visual Servoing of Planar Robots," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 5, pp. 759-766, 1996.
- (12) R. Kelly, R. Carelli, O. Nasisi, B. Kuchen and F. Reyes, "A Stable Visual Servo Controller for Camera-in-Hand Robotic Systems," *Proc. of ICAR*, Monterey, CA, 1997.
- (13) A. van der Schaft, *L_2 -Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, 218, Springer-Verlag, 1996.
- (14) 吉川恒夫, "ロボット制御基礎論," コロナ社, 1988.
- (15) 児玉慎三, 須田伸英, "システム制御のためのマトリクス理論," 計測自動制御学会, 1992.

付 録

1. 補題 1 の証明

$[\dot{q}^T f^T]^T = 0$ ならば, $[\xi^T \eta^T]^T = 0$ はあきらかである。 $[\xi^T \eta^T]^T = 0$ より $\dot{q}$ は 0 となる。また J_c が行フルランクより $\eta = 0$ ならば $\varphi(f) = 0$ である。ここで性質 3 より $f = 0$ となる。□

2. 性質 4, 5 の証明

まず $y(x) := \|x\|$ と定義すると式 (11) は

$$U(y(x)) = \frac{1}{\lambda} \left(y - \frac{1}{\lambda} \log(1 + \lambda y) \right) \quad \text{..... (付 1)}$$

であり, y のとる範囲は $[0, \infty)$ である。これを y に関して微分すると

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{y}{1 + \lambda y} \quad \text{..... (付 2)}$$

であるので, $y \geq 0$ ではあきらかに $\frac{\partial U}{\partial y} \geq 0$ となり, 等号が成立するのは $y = 0$ のみである。つまり $y = 0$ のとき最小値 $U(0) = 0$ をとる。つまり性質 4 が成立する。

つぎに $y = \|x\|$ の x に関するヤコビアンを計算すると,

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{x^T}{y} \quad \text{..... (付 3)}$$

となる。よって

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y}{1 + \lambda y} \frac{x^T}{y} \quad \text{..... (付 4)}$$

である。つまり性質 5 が成立する。□

3. 系 1 の証明

行列 R が正定行列となる必要十分条件は,

$$R_{11} > 0 \quad \text{..... (付 5)}$$

$$R_{22} - R_{12}^T R_{11}^{-1} R_{12} > 0 \quad \text{..... (付 6)}$$

で与えられる⁽¹⁵⁾。

$$k_1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{\varepsilon_1^2}{2} = r_{11} > 0$$

を満足するように k_1 を定めるならば $R_{11} = r_{11}I > 0$ が成立する。つぎに (付 6) より,

$$\begin{aligned} R_{22} - R_{12}^T R_{11}^{-1} R_{12} &= -e^{-\hat{\theta}_c} J_c J_c^T e^{\hat{\theta}_c} \left(\left(\frac{\varepsilon_1^2}{2} + \frac{\varepsilon_1^4}{4r_{11}} \right) \alpha^2 - k_2 \alpha \right) \\ &\quad - \left(\frac{k_2^2}{2\gamma^2} + \frac{\varepsilon_2^2}{2} \right) I \\ &= -e^{-\hat{\theta}_c} J_c J_c^T e^{\hat{\theta}_c} b \left(\alpha - \frac{k_2}{2b} \right)^2 \\ &\quad + \frac{k_2^2}{4b} e^{-\hat{\theta}_c} J_c J_c^T e^{\hat{\theta}_c} - \frac{k_2^2}{2\gamma^2} I - \frac{\varepsilon_2^2}{2} I \end{aligned}$$

$\alpha = \frac{k_2}{2b}$ と選ぶことで

$$\begin{aligned} R_{22} - R_{12}^T R_{11}^{-1} R_{12} &= \frac{k_2^2}{4b} e^{-\hat{\theta}_c} J_c J_c^T e^{\hat{\theta}_c} - \frac{k_2^2}{2\gamma^2} I - \frac{\varepsilon_2^2}{2} I \end{aligned}$$

となる。ここで仮定 3 を利用すると

$$\begin{aligned} R_{22} - R_{12}^T R_{11}^{-1} R_{12} &\geq \left(\left(\frac{\beta^2}{4b} - \frac{1}{2\gamma^2} \right) k_2^2 - \frac{\varepsilon_2^2}{2} \right) I \quad \text{..... (付 7)} \end{aligned}$$

をえる。式 (付 7) が正定となる条件は,

$$\frac{\beta^2}{4b} - \frac{1}{2\gamma^2} > 0 \quad \text{..... (付 8)}$$

$$\left(\frac{\beta^2}{4b} - \frac{1}{2\gamma^2} \right) k_2^2 - \frac{\varepsilon_2^2}{2} > 0 \quad \text{..... (付 9)}$$

である。つまり (付 8), (付 9) をそれぞれ満足するように, k_1, k_2 を与えれば行列 R は正定行列となる。□

丸 山 章 1969 年生。1992 年 3 月 金沢大学工学部電気情報工学科卒業。1994 年 北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科, 博士前期課程修了。同年 (株) 不二越入社。1996 年北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科, 博士後期課程在籍。視覚サーボに関する研究に従事。計測自動制御学会, 日本ロボット学会の会員。

藤 田 政 之 (正員) 電学論 Vol. 118-C, No. 2 参照。