動径基底関数ネットワークにおける肺磁界逆問題の解析

非会員 鄭以勤 (東京電機大学) 会員 小谷誠 (東京電機大学)

An Analysis of Inverse-problem on Magnetopneumography with Radial Basis Function Networks
Y. Zheng and M. Kotani (TOKYO DENKI UNIVERSITY)

In this research, We analyze the inverse problem of magnetopneumography and magnetic field pattern produced from the lung using Radial Function Networks (RBFN) with smoothing ability. We show that radial basis function is naturally derived by calculation of the magnetic fields and that RBFN composed of elements with such output function is useful for the inverse problem of magnetopneumography.

キーワード：動径基底関数ネットワーク，逆問題，肺磁界，肺磁界計測

1. はじめに

粉塵の多い環境（例えば重工業工場など）で働いている労働者は日本には現在、約 65 万人いると推定されている。そのような環境で働いている労働者は、塵肺になり易いといわれている。塵肺と言うのは、各種の粉塵を肺に吸入することによってX線写真に異常な陰影が現れ、しだいに肺機能が低下してしまう病気である。また、塵肺は一度変化が起こると薬剤を用いても完治するのは不可能である。

このように今のところ塵肺に対する治療法はなく様態の悪化から肺や心臓の機能障害を起こし、その結果、労働ができなくなり生命に危険がおこってくる。

日本では、粉塵は最大の職業病と言われている。その理由は先にも挙げたように適当な治療法がないということと、肺の中に蓄積された粉塵を測定する適当な方法がないということである。今まで、塵肺の診断はほとんどX線に頼っているが、X線では肺内に長く蓄積しているような細かい粉塵は検出することができず、塵肺が進行し、肺の組織に病理変化が生じるまで病気は発見されない。しかもX線写真で塵肺症が発見された後、職場の配置転移を行っても手遅れで、既に蓄積している粉塵のため病気は進む方向にある。そのため、どうしても病気になる前に肺内の蓄積粉塵の量を知る必要がある。そこで、塵肺の早期診断の方法の一つとして肺から発生する磁界を測定する肺磁界計測法が研究されている^{(1), (2)}。

肺磁界計測では、肺内に蓄積している粉塵に外部から磁界を加えることによって粉塵を磁化させ、外部磁界を取り去った後、その粉塵の残留磁気により肺外に磁界を形成させ、これを計測し、この計測磁界から肺内粉塵の量や分布を求める。測定された磁界から肺内に蓄積した粉塵の量や位置を求める過程で、磁界に誤差が含まれると、粉塵の量や位置の正確な分布を求めることが大変困難になる。測定

値から粉塵の量と分布を求める問題を一般に肺磁界計測における逆方向問題と呼んでいる。ここでは肺磁界の逆問題を解くための一つの方法として、動径基底関数ネットワークを用いる方法を提案し、その解析結果について述べる。

2. 動径基底関数ネットワークの基本的構造

図1 動径基底関数ネットワークの基本的構造⁽³⁾

図1はK次元入力に対して、1次元の出力を得る動径基底関数ネットワークの構造を示している。このネットワークの出力 $f(x)$ は、式(1)で表される。

$$f(x) = \sum_{j=1}^M \lambda_j \phi(\|x - c_j\|) \quad \dots\dots (1)$$

ここで、 $x \in R^K$ は入力ベクトル、 $c_j \in R^K$ は j 番目の動径基底関数の中心を示しており、中間層の入出力関係を表わすために用いる $\phi(\cdot)$ は動径基底関数である。この関数は、ネットワークへの入力と動径基底関数の中心との距離のみに依存する関数である。ノルム $\|\cdot\|$ はユークリッドノルム、 λ_j は j 番目の重み係数、 M は動径基底の数を表す。

また、 ϕ は 2 階微分可能、かつ $\lim_{r \rightarrow 0} \phi'(r)/r$ は存在することを仮定する。

3. 動径基底関数ネットワークを用いた近似法

今、データセット $(x_i, z_i) \in R^k \times R (i=1, \dots, N)$ が与えられているものとする。ここで x_i は入力ベクトル、 z_i は x_i に対する出力値である。重み係数は、 λ_j データポイントの間の補間関数を満足するために選ばれる。

動径基底関数ネットワークによる関数近似は、式 (1) から分かるように、中心 C_j の基底関数 ϕ に λ_j の重みづけをして、 M 個足合わせることで関数近似を行う。図 2 に λ_j 重みづけの効果を示す。

図 2 重みの効果

ここで近似を行うためには、まず重み係数 λ_j を決定しなければならない。このための 2 つの条件として、次に示すデータと近似関数との誤差 $E(\lambda)$ および近似関数の曲率の和 $C(\lambda)$ を最小にすることを考える。

$$E(\lambda) = \sum_{i=1}^N (Z_i - f(x_i))^2 \quad \dots\dots (2)$$

$$C(\lambda) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{k=1}^K \partial_k \partial_k f(x_i) \right)^2 \quad \dots\dots (3)$$

ここで ∂_k は $f(x)$ を k 番目の変数 X_k で偏微分することを意味する。しかし、この 2 つの条件は図 3 に示すように、

図 3 重み係数 λ_j 決定のための 2 つの条件

データと近似関数との誤差 $E(\lambda)$ が小さくなるように近似を行うと、近似関数の曲率の和 $C(\lambda)$ が大きくなり、近似関数が滑らかでなくなる。また、近似関数の曲率の和 $C(\lambda)$ が小さくなるように近似を行うと、近似関数との誤差 $E(\lambda)$ が大きくなり、データ点から近似関数が離れてしまう。以上のように、2 つの条件は相反するものである。2 つの関数のバランスをとるためにラグランジュの未定係数としてパラメータ μ を導入する。

$$L(\lambda) = E(\lambda) + \mu C(\lambda) \quad \dots\dots (4)$$

ここで、 $\mu=0$ の時データ点に忠実に補間を行う最小自乗法の概念と等価であり、 $\mu=\infty$ ときは曲率の和の最小化のみが評価関数となるので近似関数は平になる。式 (1) を k 番目の変数に関して 1 階偏微分することによって、式 (5) を得る。

$$\partial_k f(x_i) = \sum_{j=1}^M \lambda_j \phi'(\|x_i - c_j\|) \frac{(x - c_j)_k}{\|x_i - c_j\|} \quad \dots\dots (5)$$

ここで、 $(x - c_j)_k$ は $(x - c_j)$ の k 番目の成分を表す。 $\lim_{r \rightarrow 0} \phi'(r)/r$ の存在を仮定している。式 (5) はデータポイントにおいて連続である。さらに 2 階偏微分することによって、式 (6) を得る。

$$\begin{aligned} \partial_k \partial_k f(x_i) &= \sum_{j=1}^M \lambda_j \left[\phi''(\|x_i - c_j\|) \frac{\{(x - c_j)_k\}^2}{\|x_i - c_j\|^2} + \phi'(\|x_i - c_j\|) \left(\frac{1}{\|x_i - c_j\|} + \frac{\{(x - c_j)_k\}^2}{\|x_i - c_j\|^3} \right) \right] \\ &\dots\dots (6) \end{aligned}$$

各成分をすべて加算すると、

$$\|x - c_j\|^2 = \sum_{k=1}^K \{(x - c_j)_k\}^2$$

となるので式 (7) を得る。

$$\sum_{i=1}^N \partial_k \partial_k f(x_i) = \sum_{j=1}^M \lambda_j \left[\phi''(\|x_i - c_j\|) + \phi'(\|x_i - c_j\|) \frac{K-1}{\|x_i - c_j\|} \right] \quad \dots\dots (7)$$

ここで、 ϕ', ϕ'' は ϕ の 1 階偏微分、2 階偏微分を示し、 K は入力次元を示す。 $L(\lambda)$ は行列表現を用いて式 (8) のように表される。ここで、 $(\cdot)^T$ は転置行列を示す。

$$L(\lambda) = (z - P\lambda)^T (z - P\lambda) + \frac{\mu}{N} \lambda^T Q^T \lambda \quad \dots\dots (8)$$

ここに、 $z = (z_1, \dots, z_N)^T$

$$P = P_{ij} = \phi(\|x_i - c_j\|)$$

$$Q = Q_{ij} = \phi''(\|x_i - c_j\|) + \phi'(\|x_i - c_j\|) \frac{K-1}{\|x_i - c_j\|}$$

$L(\lambda)$ の最小は、 $\partial L / \partial \lambda = 0$ より求められる。よって、式 (8) の最小となる λ は次式によって表される。

$$\lambda = (P^T P + \frac{\mu}{N} Q^T Q)^{-1} P^T z \quad \dots\dots (9)$$

4. 磁界の式での動径基底関数の決定

動径基底関数ネットワークを用いて、肺磁界逆問題を解析するとき、まず式 (1) の動径基底関数 ϕ を決定しなければ

ばならない。ここで図4に示すように磁気ダイポール $D_1, D_2 \dots D_m$ がX軸に等間隔で置かれていると仮定する。

図4 $D_1, D_2 \dots, D_m$ は磁気ダイポール
 $B_1, B_2, \dots B_m$ は測定点における磁束密度

これらの磁気ダイポールが作る磁界をX軸上 Z_m 離れた位置で磁束密度のZ軸成分 $Bz1, Bz2, \dots Bzn$ を測定するとする。測定点 (x, y) における磁束密度のZ軸成分 $Bz(\chi)$ は、各ダイポールが発生する磁界を合計したものであり、次式で与えられる。

$$B_z(x) = \sum_{j=1}^M \frac{D_j}{4\pi} \cdot \frac{2z^2 - \|(x - x_j)\|^2}{\{\|x - x_j\|^2 + z^2\}^{5/2}} \dots\dots (10)$$

ここで、 χ はX軸上 Z_n 離れた任意測定点の位置、 x_j はX軸上の j 番目の磁気ダイポールを位置を表している。式(10)において、一般性を持たせるために、 χ を γ 、 x_j を c_j とおくことにより、式(11)が与えられる。

$$B_z(r) = \mu_0 H_z(r) = \sum_{j=1}^M \frac{D_j}{4\pi} \cdot \frac{2z^2 - \|r - c_j\|^2}{\{\|r - c_j\|^2 + z^2\}^{5/2}} \dots\dots (11)$$

動径基底関数 ϕ は磁界式と式(1)の比較によって、次のように自然に決定することができる。

$$\phi(\|r - c_j\|) = \frac{2z^2 - \|r - c_j\|^2}{4\pi \{\|r - c_j\|^2 + z^2\}^{5/2}} \dots\dots (12)$$

これにより、磁界の式(11)は次のように表される。

$$B_z(r) = \sum_{j=1}^M D_j \phi(\|r - c_j\|) \dots\dots (13)$$

以上より、磁気ダイポール D_j は重み係数 λ_j に相当する

図5 逆問題解析に用いる動径関数ネットワークの構造

ことが理解できる。磁界の式における動径基底関数を用いて、磁界の測定データから磁界曲線を近似する際、重み係数 λ_j を決定しなければならない。つまり、磁界曲線近似を行うことによって、自然に重み係数 λ_j としての磁気ダイポール D_j が求まる。よって、磁界曲線近似のために重みの値を見つけることは、肺磁界逆問題を解析することに相当する。

5. 磁界の式での動径基底関数の特性

磁界の式での動径基底関数を式(12)のように定義し、

$$\phi(\|r - c_j\|) = 0$$

で交差する2点間距離は図6に示した矢印を関数の幅と

図6 磁界の式で異なる幅の動径基底関数

する次の式で示すことができる。

$$width = 2\sqrt{2}z \dots\dots (14)$$

$Z=0.08, Z=0.10, Z=0.15$ の3種類の時の動径基底関数を図6に示す。動径基底関数ネットワークを用いた関数近似法を示し、磁界曲線近似が肺磁界計測における逆問題解析に相当することを表した。

6. 肺磁界計測におけるシミュレーション方法

肺磁界計測法は、粉塵のもつ磁気特性を応用したものである。実際には、最初に肺内に蓄積している粉塵に外部から約50mTの直流磁界を約10秒間加えることによって粉塵を磁化させる。これにより、粉塵の磁気ダイポールモーメントを一定方向(Z方向)に揃えることができる。そして、外部磁界を取り去った後、残留磁気として肺内粉塵から発生する磁界を胸壁面上で測定する。この磁界データをもとに、肺内の蓄積粉塵量およびその分布を推定する。ここでは、測定データとして既知の粉塵分布を与え、計算された磁束密度の最大値の約10%に値する標準偏差をもつガウス乱数を付加する。ガウス乱数を付加した磁束密度 B_z を測定磁界とみなして、100種類の異なるパラメータ $\mu = 1.0 \times 10^{-13} \sim 1.0 \times 10^{-2}$ を用いて、磁気ダイポール $\hat{D}$ の強さを推定し、肺内蓄積粉塵量を算出する。後は推定した磁気ダイポール $\hat{D}$ から生じる磁束密度 $\hat{B}_z$ を計算する。磁束密度 B_z と $\hat{B}_z$ の平均自乗誤差が最小になる μ を用いて推

定した磁気ダイポール $\hat{D}$ を最適な推定結果とする。

図7 肺磁界計測平面

6.1 肺内蓄積粉塵量の算出 高さ $Z=0.1\text{m}$ の距離で測定した磁束密度は、粉塵 1mg に対し平均して約 $0.3 \times 10^{-10}\text{T}$ 、粉塵 1mg に対する磁気ダイポールの強さは約 $2.1991 \times 10^{-13}\text{Wb}\cdot\text{m}$ である。つまり、磁気ダイポールの強さが推定できれば、肺内蓄積粉塵を算出することができる。また、フラックスゲート型磁束計を用いて測定する場合、肺内蓄積粉塵総量約 10mg 以上で検出可能となる。逆問題評価式は次の式で与えられる。

(1) 平均自乗誤差 (Root Mean Square Error)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (B_{zi} - \hat{B}_{zi})^2} \quad \dots\dots (15)$$

(2) 一致度 (goodness of fit)

$$goodness \ of \ fit = \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^N (B_{zi} - \hat{B}_{zi})^2}{\sum_{i=1}^N B_{zi}^2} \right] \times 100\% \quad \dots\dots (16)$$

(3) ダイポール総量の比

$$D_{total} = \sum_{j=1}^M |D_j|, \quad \hat{D}_{total} = \sum_{j=1}^M |\hat{D}_j|, \quad ratio = \frac{\hat{D}_{total}}{D_{total}}$$

(4) 磁気ダイポールの相関

$$Correlation = \frac{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (\hat{D}_j - \hat{D}_{ave})(D_j - D_{ave})}{\sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (\hat{D}_j - \hat{D}_{ave})^2} \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (D_j - D_{ave})^2}} \times 100\%$$

ここで、 D_j と $\hat{D}_j$ は j 番目の設定ダイポールと推定ダイポールを表れし、 B_{zi} 、 $\hat{B}_{zi}$ は、それぞれ測定磁界と推定ダイポールによって生じる磁束密度である。また D_{ave} 、 $\hat{D}_{ave}$ はそれぞれ D_j ($j=1, \dots, M$)、 $\hat{D}_j$ ($j=1, \dots, M$) の平均値を表す。肺磁界計測平面は図7に示すように定義する。図7

において、 Z は測定点の高さ、 Yw は肺の横幅、 Xw は肺の縦幅。 Yn は Y 軸方向測定点数、 Xn は X 軸方向測定点数。 Ym は Y 軸方向推定格子点数、 Xm は X 軸方向推定格子点数。 Yw/Yn は Y 軸方向測定格子間隔、 Xw/Xn は X 軸方向測定格子間隔。 Yw/Ym は Y 軸方向推定格子間隔、 Xw/Xm は X 軸方向推定格子間隔。

6.2 動径基底関数ネットワークを用いてシミュレーション 肺内蓄積粉塵総量は、 X 線で検出されにくいといわれている約 100mg とする。粉塵の分布は、格子点に占める磁気ダイポールの割合を 7% 、 20% 、 40% と3種類設定した。また、推定格子間隔も表1に示すように $0.08, \dots, 0.02$ の6種類設定した。例えば、格子間隔 0.05m 、格子点数が 81 である場合、磁気ダイポールの占める格子点数の割合が 7% であるとすると、表1に示すように設定磁気ダイポールを設定する格子点数は 6 ヶ所である。同様に 20% の場合、設定磁気ダイポール数は $81 \times 0.2 = 16$ 個となる。

表1 設定磁気ダイポールの数

格子間隔 (m)	格子点数	割合 (%)		
$Xw/Xm=Yw/Ym$	$M=Xm \times Ym$	40	20	7
0.08	36	14	7	2
0.05	81	32	16	6
0.04	121	50	24	8
0.033	169	68	34	12
0.025	289	114	58	20
0.02	441	180	90	30

次にシミュレーションの一例として、表2に示すように 6 個の格子点に各々 $3.66 \times 10^{-13}[\text{Wb}\cdot\text{m}]$ の磁気ダイポールを設定した場合について計算を行った。

表2 設定磁気ダイポールの強さ $[\text{Wb}\cdot\text{m}]$

		X (m)	
		0.1	0.2
Y(m)	0.1	3.66×10^{-9}	3.65×10^{-9}
	0.2	3.66×10^{-9}	3.66×10^{-9}
	0.3	3.66×10^{-10}	3.66×10^{-9}

測定磁界と推定ダイポールによって発生する磁界の平均自乗誤差 $RMSE$ 、すなわち式 (15) を最小にするようなパラメータ μ_{min} を求めるアルゴリズムを図8に示す。ここで、 μ は $1.0 \times 10^{-13} \sim 1.0 \times 10^{-12}$ の間の 100 個の値について繰り返し推定を行っている。パラメータ μ を変化させた場合の $RMSE$ の値を図9に示す。そして最小になるパラメータ $\mu_{min} = 3.0 \times 10^{-13}$ を用いて推定した格子点上のダイポールの強さを表3に示す。表2の設定磁気ダイポールと推定ダイポールおよびそれらが発生する磁界を図10に示す。

図8 動径基底関数ネットワークを用いたアルゴリズム

図9 パラメータ μ に対する磁束密度の平均自乗誤差

表3. 推定磁気ダイポール $\hat{D} \times 10^{-12}$ の強さ (Wb.m)

		X(m)								
		0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	3	0.35	0.4
Y(m)	0	-0.18	0.73	-0.43	0.01	-0.28	0.36	-0.39	0.2	-0.19
	0.05	0.02	0.27	-0.76	1.2	-0.81	0.7	-0.24	0.14	0.33
	0.1	0.57	-0.15	3.85	-1.09	1.56	-1.54	4.84	0.75	-0.27
	0.15	-0.78	-0.16	0.38	0.65	-1.12	1.21	-1.33	1.35	-0.33
	0.2	0.31	0.82	2.56	-0.05	0.9	-0.92	4.79	-1.07	0.12
	0.25	0.14	-1.05	1.29	-0.24	-0.5	0.47	-0.48	0.29	-0.01
	0.3	-0.14	0.05	3.92	-1.09	1.16	-0.6	4.07	-0.13	0.13
	0.35	-0.25	0.82	-0.81	1.32	-0.95	0.51	-0.03	0.07	0.29
	0.4	0.35	-0.82	0.56	-0.86	0.38	0.11	-0.02	-0.06	-0.53

測定条件は以下の通り。

- Z : 測定点の高さ(0.1m)
- Yw : 肺の縦軸(0.4m)
- Xw : 肺の横軸(0.4m)
- Yn : y 軸方向測定点数(21 点)
- Xm : x 軸方向推定格子点数(9 点)
- Xn : x 軸方向測定点数(21 点)
- Ym : y 軸方向推定格子点数(9 点)
- Yw/Yn : y 軸方向測定格子間隔(0.02m)
- Xw/Xn : x 軸方向測定格子間隔(0.02m)
- Yw/Ym : y 軸方向推定格子間隔(0.05m)
- Xw/Xm : x 軸方向推定格子間隔(0.05m)

しかし、このままでは格子点を配置したすべての位置に、動径基底関数を用いて入を推定するため、動径基底関数の幅の性質により、格子点間隔が狭くなると推定が困難になってしまう。また、モデルの規模の点においても、多くの動径基底関数(M=81)を必要としていることがわかる。図 10 にお

図10 最適な $\mu_{min} = 3.0 \times 10^{-13}$ を用いた推定結果

いて、各格子点上の白ぬきの box は推定磁気ダイポール、6 個の黒い box は設定磁気ダイポール、実線は測定磁界、丸点は測定点、点線は推定磁気ダイポールによる磁界を表している。

7. 結論

肺磁界逆問題の解析に動径基底関数ネットワークを用いることを提案した。動径基底関数ネットワークは、中間層に関数の中心からの距離に依存する関数を用いたものである。近年、多くの研究者によって関数の中心を選択する方法の報告がなされている、例えばクラスリング法⁽⁴⁾、MAE(Maximum Absolute Error selection method)法⁽⁵⁾、OLS (Orthogonal Least Squares Learning) 法⁽⁶⁾等、データの中からランダムに選ぶ方法などが提案されている。

本研究では、MAE 法をもとに中心を選択し、MDL (Minimum Description Length criterion) を用いて動径基底関数の数を決定する方法⁽⁷⁾を加えた動径基底関数ネットワークを用いて、肺磁界計測の逆問題の解析に応用した。また、従来の動径基底関数ネットワークを用いた方法により、かなり少ない動径基底関数の数で、逆問題解析を行うことができることをコンピュータシミュレーションを通じて確認し、実際のデータからの逆問題解析を行った。

今回、動径基底関数数を自動的に決定するアルゴリズムを新たに利用することにより、格子点間隔が狭くても推定に影響はなくなつたが、やはりダイポールの推定は格子点上に限られてしまうので、今後、位置の学習などをさらに加え、格子点、測定点に関係なく基底関数を発生させるような検討が必要である。また、設定モデル誤差の決定法も考慮していく必要がある。

最後に本研究を進める上で御指導を頂いた東京電機大学工学部電子工学科小谷研究室の皆さまに感謝致します。

(平成 9 年 10 月 24 日受付, 同 10 年 1 月 21 日再受付)

文 献

- (1) D. Cohen, "Ferromagnetic Contamination in the Lungs and Other Organs of the Human Body," Science, vol. 180, pp.745-748, 1973.
- (2) S. Twomey : On the Numerical Solution of Fredholm Integral Equations of the First Kind by the Inversion of the Linear Produced by Quadrate. JACM, vol. 10, No. 1, 1963.
- (3) 鈴木政伸、Judd K. 合原一幸、小谷 誠: "Radial Basis Function Networks を用いた非線形写像近似" 信学技報 NLP91-22 (1991).
- (4) M.T.Musavi, W.Ahmed, K.H.Faris and D.M.Humme : On the Training of Radial Basis Function Classifiers, Neural Networks, Vol.5, 595-603, 1992.
- (5) R.Katayama, et al: Performance Evaluation of Self Generating Radial Basis Function Networks, International Joint

Conference on Neural Networks, Vol.1, 471-474, 1993.

- (6) S.Chen, C.F.N.Cowan and P.M.Grant: Orthogonal Least Squares Learning Algorithm for Radial Basis Function Networks, IEEE Transactions on Neural Networks, Vol.2, NO.2, 302-309, 1991.
- (7) A.Mees: PARSIMONIOUS DYNAMICAL RECONSTRUCTION, International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol.3, NO.3, 669-675, 1993.

鄭以勤

1982 年中国皖南医学院医学部卒。現在東京電機大学工学部電子工学科研究員。日本ME学会会員、応用磁気学会会員。

小谷 誠

(正員) 1961 年東京電機大学工学部電気通信工学科卒、1972 年同大学工学博士。1977 年同大学教授。1995 年同大学工学部長、1998 年同大学学長。おもな研究: 生体磁気計測。日本生体磁気学会会長。応用磁気学会等の会員。日本ME学会、電気学会、応用磁気学会等各会員。