不確かな摩擦特性とパラメータをもつシステムの
非線形ロバスト制御と空気圧調節弁への応用

非会員 中 茎 隆 (上 智 大 学)
正 員 申 鉄 龍 (上 智 大 学)
非会員 田 村 捷 利 (上 智 大 学)
非会員 逸 見 憲 昭 (ニイガタ・メーソンネーラン (株))
非会員 中 沢 徹 (ニイガタ・メーソンネーラン (株))

Robust Nonlinear Control of Parametric Uncertain Systems with
Unknown Friction and Its Application to Pneumatic Control Valve

Takashi Nakakuki, Non-member, Tielong Shen, Member, Katsutoshi Tamura, Non-member (Sophia University), Noriaki Henmi, Non-member, Toru Nakazawa, Non-member (Niigata Masoneilan Co., Limited)

In this paper, a robust compensation for structured uncertain systems with unknown friction is investigated. The friction is assumed to be unknown but bounded nonlinear function of the state of error system. The proposed controller is of PID-like structure with switching gain function. The controller guarantees the robust globally exponential stability of the control error systems. An application of the proposed controller on the pneumatic control valve will be shown with experiments.

キーワード：Robust Control, Nonlinear Control, Friction, Pneumatic Valve.

1. はじめに

摩擦はまだ完全には解明されていない自然現象の一つであるが、機械システムにおいて、摩擦の取り扱い避けられない問題である。周知のように、空気圧や油圧を用いたサーボシステムでは、摩擦は追従誤差の劣化やリミットサイクルを引き起こす原因となる^{(2) (6)}。いままで、摩擦に関する研究は多くの論文によって報告されてきたが、その中では摩擦特性をいかに正確に記述するかに関する研究が多かった^{(3) (4) (5)}。これらの論文では摩擦特性を記述するための様々な数学モデルが提案されている。また、制御対象が持つ摩擦特性が制御系に及ぼす悪影響もいくつかの論文⁽²⁾によって指摘され、その改善策が提案されているが^{(2) (5)}、これらの補償器は、摩擦特性の正確な数学モデルに基づいたものであるため、実システムに対する実装にはまだ多くの問題を残している。事実、摩擦を正確にモデル化することは非常に困難であり、摩擦特性の不正確なモデルは過度のオーバーシュートやリミットサイクル、制御性能の劣化をも引き起こす原因となる⁽⁶⁾。

そこで、摩擦特性に存在する不確かさを摩擦モデルのパ

ラメータに集約させ、このパラメータをオンラインで推定することによって、摩擦特性のより正確な記述を求め、それに基づいて補償を行う適応型摩擦補償器の提案もなされている⁽⁶⁾。ただし、この方法では摩擦力が未知の定常パラメータとレギュレッサ信号の積で表されるという前提が必要であり、一般に摩擦力は制御対象の状態や操作力に依存する非線形特性であるため、このような摩擦モデルの特定の構造が必ずしも摩擦特性を正確に表現できるとは限らない。また、観測ノイズなどによる推定パラメータの収束性の劣化もこのような適応型補償器の実現を難しくする一因となる。

一方、摩擦の正確なモデルは必要とせず、制御則にスイッチング関数を導入し、制御入力と摩擦力の合力に、制御対象の速度の大きさによって一定値を保つ領域を設けることにより静摩擦の影響を考慮したロバスト補償器の構成法も提案され、摩擦特性が著しい空気圧調節弁の位置決め制御において、その有効性が示されている。しかし、この論文では制御対象が一次遅れ系の場合しか考えていない⁽⁸⁾。

本論文で提案する非線形ロバスト制御は、摩擦特性の正確なモデルや制御対象のパラメータの正確な値を必要とし

ない。制御系設計の際、必要とされる事前情報は未知パラメータの収まる範囲と非線形関数の上限値だけである。また、制御対象は機械系などでよく見られる二次システムとし、摩擦力は制御対象の速度と制御入力uの非線形関数で表されるとする。提案する補償器は通常のPIDコントローラと類似の構造をしているが、ゲイン関数にスイッチング機能を導入することによって、未知の摩擦特性が存在しても、制御誤差システムの大域的指数安定性を保証する。以下第二章では未知の摩擦特性を有する制御対象の記述について述べ、第三章では非線形ロバスト補償器の設計を行う。最後に、第四章では提案した設計法を摩擦特性が強い空気圧調節弁の位置決め制御に適用し、実機実験によりその有効性を確認する。

2. システムの記述

次式で表される二次システムを考える。

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = u - f(\dot{y}, u) \quad (1)$$

ここで、uとyはそれぞれシステムの入出力であり、機械システムではuは制御対象に加える力またはトルク、yは位置を表す。 a_0, a_1 は未知の定数パラメータであり、 $f(\dot{y}, u)$ は、摩擦特性を記述するための未知の非線形関数とする。

このシステムの未知パラメータと未知関数に対して、以下の仮定を設ける。

[仮定 1]

未知パラメータ a_0, a_1 それぞれに対し

$$\begin{aligned} m_0 \leq a_0 \leq M_0 \\ m_1 \leq a_1 \leq M_1 \end{aligned} \quad (2)$$

を満たす既知の定数 m_0, m_1, M_0, M_1 が存在する。

[仮定 2]

非線形関数 $f(\dot{y}, u)$ は、

$$|f(\dot{y}, u)| \leq \bar{f}(\dot{y}) \quad \forall \dot{y}, \forall u \quad (3)$$

を満たす。ここで、 $\bar{f}(\dot{y})$ は次式で定義される正定値関数である。

$$\begin{aligned} \bar{f}(\dot{y}) &= \gamma_s \lambda(\dot{y}) + \gamma_f (1 - \lambda(\dot{y})) \\ \lambda(\dot{y}) &= \begin{cases} 1, & |\dot{y}| > \epsilon \\ 0, & |\dot{y}| \leq \epsilon \end{cases} \quad (4) \end{aligned}$$

ただし、 γ_f, γ_s は既知の定数、 ϵ は与えられた十分小さい正数である。図 1 に仮定 2 を満たす $f(\dot{y}, u)$ の一例を示す。この $f(\dot{y}, u)$ は $|\dot{y}|$ が零に近いときは値が大きく、 $|\dot{y}|$ が一定値以上になるとその値が急激に下がる。これは、質量が静止状態に近いとき静摩擦力が大きく働き、一定値以上の速度を持つと比較的小さい動摩擦力だけが働く摩擦現象を表したものである。

図 1 未知の摩擦力 $f(\dot{y}, u)$ と $\bar{f}(\dot{y})$ 。

[注 1] 図 1 に示すような $\dot{y}$ の静的非線形関数をもって、摩擦特性を表す研究はすでに報告されているが^{(3) (5)}、本論文では関数 $f(\dot{y}, u)$ の正確な量は必要とせず、その上限値 γ_f, γ_s のみでロバスト制御系を構成する。

[注 2] 静摩擦の大きさは操作量 u によって異なる場合もある。すなわち、 f は u の関数でもある。文献⁽⁸⁾は $u - f$ の合力に、 $|\dot{y}|$ の値によって一定値を保つ領域を設けることにより静摩擦の影響を考慮した制御系の設計法を提案したが、ここでは、 u による f の変化があっても、与えられた関数の上限値以下に収まれば良いことになり、より簡略なモデルといえる。

3. 非線形ロバスト制御系の設計

システム 1 に対し、次式で表される規範モデルを導入する。

$$\ddot{y}_m + \lambda_1 \dot{y}_m + \lambda_0 y_m = \lambda_0 r \quad (5)$$

ここで、 r, y_m はそれぞれ規範モデルの入出力であり、設計パラメータ λ_0, λ_1 は y_m が望ましい応答を示すように選ばれる。

(1) と (5) 式より次式のような誤差方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \ddot{e} + \lambda_1 \dot{e} + \lambda_0 e &= \lambda_0 r - u + f(\dot{y}, u) \\ &\quad + (a_0 - \lambda_0)y + (a_1 - \lambda_1)\dot{y} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $e = y_m - y$ は出力誤差である。状態変数を $x^T = [e \ \dot{e}]$ と定義すると、誤差系 (6) は次のような状態空間方程式によって表される。

$$\dot{x} = Ax + \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha(u, y, \dot{y}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_0 \end{bmatrix} r \quad (7)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \alpha(u, y, \dot{y}) &= f(\dot{y}, u) + (a_0 - \lambda_0)y + (a_1 - \lambda_1)\dot{y} \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 \end{bmatrix}, \quad \lambda_0 > 0, \lambda_1 > 0 \end{aligned} \quad (8)$$

制御の目的は、この誤差系に対し、[仮定 1]、[仮定 2] の下で、閉ループ系が大域的ロバスト指数安定となるような

フィードバック制御則を求めることである。ここでいうロバスト性とは、指数安定性がパラメータの不確かさと摩擦力の不確かさに対して一様に保障されることを意味する。すなわち、正定数 α, β が存在して、

$$\|x(t)\| \leq \alpha \|x(0)\| \exp(-\beta t), \quad \forall t > 0 \quad (9)$$

がそれぞれ [仮定 1] と [仮定 2] を満たすパラメータ a_0, a_1 と摩擦力 $f(\dot{y}, u)$ に対して成り立つとき、閉ループ系はロバスト指数安定であるという。ここで、 $x(0)$ は状態の初期値を表す。

実際、閉ループ系に対して、正定関数 $V(x)$ と正定数 c_1, c_2, c_3 が存在して

$$\begin{aligned} c_1 \|x\|^2 \leq V(x) \leq c_2 \|x\|^2 \\ \dot{V}(x) \leq -c_3 \|x\|^2, \quad \forall t > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

がすべての a_0, a_1 と摩擦力 $f(\dot{y}, u)$ に関して成り立つならば、この閉ループ系はロバスト指数安定であることはよく知られている (たとえば、文献⁽⁷⁾の第 3 章参照)。

以下では、そのような正定関数 $V(x)$ を構築することによって、所望の制御則を設計する。そのために A は一般性を失うことなく安定となる。すなわち、 $\lambda_i > 0$ ($i = 1, 2$) とする。このとき、リアプノフ方程式

$$A^T P + PA = -Q \quad (11)$$

を満たす正定解 P が存在する。ここで、 Q は任意に与えられた正定行列である。この正定解 P を用い、次式の補助信号を導入する。

$$\hat{e} = p_1 e + p_2 \dot{e} \quad (12)$$

ここで、 $[p_1 \ p_2] = [0 \ 1]P$

以上の議論を踏まえ、本論文では次式の制御則を提案する。

$$u = \lambda_0 r + K_0(\hat{e}, y)y + K_1(\hat{e}, \dot{y})\dot{y} + K_s(\hat{e}, \dot{y}) \quad (13)$$

[定理 1] 制御則 (13) において、ゲイン関数として次式を与える。

$$\begin{aligned} K_0(\hat{e}, y) &= \frac{1}{2} \{ (1 - \text{sgn}(\hat{e}y))k_0 + (1 + \text{sgn}(\hat{e}y))g_0 \} \\ K_1(\hat{e}, \dot{y}) &= \frac{1}{2} \{ (1 - \text{sgn}(\hat{e}\dot{y}))k_1 + (1 + \text{sgn}(\hat{e}\dot{y}))g_1 \} \\ K_s(\hat{e}, \dot{y}) &= \begin{cases} \text{sgn}(\hat{e})\gamma_s, & |\dot{y}| > \epsilon \\ \text{sgn}(\hat{e})\gamma_f, & |\dot{y}| \leq \epsilon \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、

$$\begin{aligned} k_0 &= m_0 - \lambda_0, \quad g_0 = M_0 - \lambda_0 \\ k_1 &= m_1 - \lambda_1, \quad g_1 = M_1 - \lambda_1 \end{aligned} \quad (15)$$

このとき、[仮定 1]、[仮定 2] を満たす任意の a_0, a_1 、 $f(\dot{y}, u)$ に対して、(6)、(13) からなる誤差システムは大域的にロバスト指数安定となる。

[証明]

閉ループ系は次式のように表される。

$$\dot{x} = \psi(x) \quad (16)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \psi(x) &= Ax + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \{ \alpha(y, \dot{y}) - \beta(x) \} \\ \beta(x) &= K_0(\hat{e}, y)y + K_1(\hat{e}, \dot{y})\dot{y} + K_s(\hat{e}, \dot{y}) \end{aligned} \quad (17)$$

このシステムに対して、リアプノフ関数の候補として $V(x)$ を

$$V(x) = \frac{1}{2} x^T P x \quad (18)$$

に選ぶ。 $V(x)$ の (6) 式の解軌道に沿った時間微分は

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \frac{1}{2} x^T (A^T P + PA)x \\ &\quad + x^T P \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [-\beta + \alpha] \\ &= -\frac{1}{2} x^T Q x + \hat{e} [-\beta + \alpha] \\ &\leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|x\|^2 \\ &\quad + [(a_0 - \lambda_0) - K_0] \hat{e} y \\ &\quad + [(a_1 - \lambda_1) - K_1] \hat{e} \dot{y} + (f - K_s) \hat{e} \end{aligned} \quad (19)$$

となる。ここで、 $\lambda_{\min}(Q)$ は Q の最小固有値を、 $\|x\|$ はユークリッドノルムを表す。

(19) 式において、右辺第二項、第三項は

$$\begin{aligned} \text{第二項:} & \quad (a_0 - \lambda_0) - K_0 \\ &= \begin{cases} a_0 - m_0 \geq 0, & \hat{e} y < 0 \\ a_0 - M_0 \leq 0, & \hat{e} y > 0 \end{cases} \\ \text{第三項:} & \quad (a_1 - \lambda_1) - K_1 \\ &= \begin{cases} a_1 - m_1 \geq 0, & \hat{e} \dot{y} < 0 \\ a_1 - M_1 \leq 0, & \hat{e} \dot{y} > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

より容易に非正定値となることがわかる。また、[仮定 2] より、

$$\begin{aligned} \hat{e} > 0 \text{ の時} \\ f - K_s &= \begin{cases} f(\dot{y}, u) - \gamma_f, & |\dot{y}| \leq \epsilon \\ f(\dot{y}, u) - \gamma_s, & |\dot{y}| > \epsilon \end{cases} \\ &\leq 0 \\ \hat{e} < 0 \text{ の時} \\ f - K_s &= \begin{cases} f(\dot{y}, u) + \gamma_f, & |\dot{y}| \leq \epsilon \\ f(\dot{y}, u) + \gamma_s, & |\dot{y}| > \epsilon \end{cases} \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

が成り立つので、右辺第四項も非正定値となる。ゆえに、

$$\dot{V}(x) \leq -c_3 \|x\|^2 \quad (20)$$

がすべての a_0, a_1 、 $f(\dot{y}, u)$ に対して成立する。ただし、 $c_3 = \frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) > 0$ は定数である。さらに、(18) 式より、

$$c_1 \|x\|^2 \leq V(x) \leq c_2 \|x\|^2 \quad (21)$$

図2 空気調節弁の構造

が成立する。ここで、 $c_1 = \frac{1}{2}\lambda_{\min}(P) > 0$ 、 $c_2 = \frac{1}{2}\lambda_{\max}(P) > 0$ は定数である。

従って、リアプノフの定理（たとえば、文献⁽⁷⁾の第3章参照）と(20)、(21)式より、[仮定1]、[仮定2]を満たす任意のパラメータ a_0 、 a_1 と非線形関数 $f(\dot{y}, u)$ に対して、 $e = 0$ 、 $\dot{e} = 0$ は大域的にロバスト指数安定となる。□

[注3] この定理で与えられる補償器のゲイン(14)はそれぞれ異なる超平面 $\dot{e}y = 0$ 、 $\dot{e}\dot{y} = 0$ 、 $\dot{e}$ を基準に切り替え動作を行うが、VSS制御法のように切り替え平面上にスライディングモードが発生するとは限らないことに注意された。

4. 空気圧調節弁への応用

図2に空気圧調節弁の構造を示す。調節弁は大きく操作部と本体部とに分けられる。制御すべき弁開度は操作部において空気の圧力とバネの反力の合力により、ダイヤフラムを上下させ、シャフトを介することで操作される。

空気圧の調節はEPC(Electronic Pneumatic Converter)リレーで行うため、EPCリレーへの入力電圧が制御対象への入力信号となる。従って、この調節弁は通常の機械システムと同じく弁の位置を出力、EPCリレーへの供給電圧を入力とする一自由度慣性系となる。ただし、本体部を流れる液体や気体の漏れを防ぐために、本体部と操作部の接触部分に密封装置であるパッキングを取り付けなければならないが、このパッキングが弁の動きに対して非常に強い静摩擦抵抗を引き起こす原因となる。

このような摩擦が強い空気弁の位置決め制御に通常のPID補償器を用いると、制御則に含まれる積分動作のためハンチング現象が起きてしまう⁽⁸⁾。以下では、前章で提案した補償器をこの空気圧調節弁に適用し、その有効性を示す。

この制御対象の動特性は次の二次系で表されるとする。

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = u - f(\dot{y}, u) \quad (22)$$

ここで、 u はEPCリレーへの入力電圧、 y は弁開度を表す。第二章と同様に、 a_0 、 a_1 は未知の定常パラメータ、 $f(\dot{y}, u)$ は摩擦力を表す。

まず、パッキングを取り付けない状態でいくつかの動作レンジにおける応答データに基づいて、未知パラメータの同定を行い、その同定値を元に誤差などを考慮し、パラメータの上下限値をそれぞれ次のようにとる。

$$0.1183 \leq a_0 \leq 0.1447, 1.1623 \leq a_1 \leq 1.4207$$

次にパッキングを取り付けた状態で、各作動レンジにおける静止状態から弁が動き出すための最小の入力値を調べ、それを元に摩擦抵抗力の上限値をそれぞれ、

$$\gamma_f = 0.3, \gamma_s = 0.05$$

と与える。さらに、 $\epsilon = 1.0$ とした。よって、 $m_0 = 0.1183$ 、 $m_1 = 1.1623$ 、 $M_0 = 0.1447$ 、 $M_1 = 1.4207$ となり、

$$\bar{f}(\dot{y}) = 0.05\lambda(\dot{y}) + 0.3(1 - \lambda(\dot{y}))$$

とおくと、[仮定1]、[仮定2]が満たされる。

いま、対象システムに対し、次式のような規範モデルを考える。

$$\ddot{y}_m + 4\dot{y}_m + 4y_m = 4r \quad (23)$$

このとき、対象システム(22)と規範モデル(23)より、コントロールパラメータは

$$k_0 = m_0 - \lambda_0 = 0.1183 - 4 = -3.8817$$

$$k_1 = m_1 - \lambda_1 = 1.1623 - 4 = -2.8377$$

$$g_0 = M_0 - \lambda_0 = 0.1447 - 4 = -3.8553$$

$$g_1 = M_1 - \lambda_1 = 1.4207 - 4 = -2.5793$$

と定まる。また、 $Q = I$ としてリアプノフ方程式11の解を求めると、正定解

$$P = \begin{bmatrix} 0.625 & -0.5 \\ -0.5 & 0.625 \end{bmatrix}$$

が得られるので、補助信号は、

$$\hat{e} = -0.5e + 0.625\dot{e}$$

のように構成する。

しかし、以上の補償器の実装ではデジタル化や、アクチュエータなどの遅れなどが避けられないため、チャタリング現象が起こってしまう。そこで、スイッチング関数を含んだ制御系においてよく使われる飽和関数を導入し、チャタリングを抑制する。すなわち、飽和関数

$$\text{sat}(e) = \begin{cases} 1, & e > \delta \\ 0, & |e| \leq \delta \\ -1, & e < -\delta \end{cases} \quad (24)$$

を導入し、前述の補償器を次のように修正する。

$$u = \lambda_0 r + \hat{K}_{m0}(\hat{e}, y)y + \hat{K}_{m1}(\hat{e}, \dot{y})\dot{y} + \hat{K}_{ms}(\hat{e}, \dot{y}) \quad (25)$$

ただし、 $\delta > 0$ は与えられる十分小さい定数であり、ゲイン関数は以下のように定義される。

$$\begin{aligned}\hat{K}_{m0}(\hat{e}, y) &= \frac{1}{2}\{(1 - \kappa(e, \hat{e}y))k_0 \\ &\quad + (1 + \kappa(e, \hat{e}y))g_0\} \\ \hat{K}_{m1}(\hat{e}, \dot{y}) &= \frac{1}{2}\{(1 - \kappa(e, \hat{e}\dot{y}))k_1 \\ &\quad + (1 + \kappa(e, \hat{e}\dot{y}))g_1\} \quad \cdots (26) \\ \hat{K}_{ms}(\hat{e}, \dot{y}) &= \begin{cases} \kappa(e, \hat{e})\gamma_s, & |\dot{y}| > \epsilon \\ \kappa(e, \hat{e})\gamma_f, & |\dot{y}| \leq \epsilon \end{cases}\end{aligned}$$

ここで、スイッチングアルゴリズム $\kappa(x, y)$ は次式で定義される。

$$\kappa(x, y) = \text{sat}(x)\text{sgn}(\text{sat}(x)y) \quad \cdots (27)$$

このとき、対応する誤差系に関して以下の結論を導くことができる。

〔定理 2〕 制御対象 (1) と補償器 (25) からなる誤差システムを考える。[仮定 1], [仮定 2] を満たす任意の $a_0, a_1, f(\dot{y}, u)$ に対して、ある時刻 T が存在し、すべての $t \geq T$ に対し、 $e(t) \in E$ が成り立つ。ただし、 E は次式で定義される有界閉集合である。

$$E = \{e \mid |e| \leq \delta\} \quad \cdots (28)$$

〔証明〕

リアプノフ関数の候補として $V(x) = \frac{1}{2}x^T Px$ に選ぶ。定理 1 の証明と同様に、 $V(x)$ の (6) 式の解軌道に沿った時間微分は

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) \leq & -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\|x\|^2 \\ & + \hat{e}y\{(a_0 - \lambda_0) - \hat{K}_{m0}\} \\ & + \hat{e}\dot{y}\{(a_1 - \lambda_1) - \hat{K}_{m1}\} \\ & + \hat{e}(f - \hat{K}_{ms})\end{aligned} \quad \cdots (29)$$

と導かれる。(29) 式において、有界閉集合 E の外側のすべての e に対して、 $\dot{V}(x)$ は

$$\dot{V}(x) \leq -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\|x\|^2 \quad \cdots (30)$$

を満たす。

一方、 E の中のすべての e に対して、 $\dot{V}(t, x)$ は

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) \leq & -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\|x\|^2 \\ & + (a_0 - \frac{1}{2}m_0 - \frac{1}{2}M_0)\hat{e}y \\ & + (a_1 - \frac{1}{2}m_1 - \frac{1}{2}M_1)\hat{e}\dot{y} \\ & + f\hat{e} \\ = & -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\|x\|^2 + \gamma(\hat{e}, y, \dot{y})\end{aligned} \quad \cdots (31)$$

を満たす。ただし、

$$\begin{aligned}\gamma(\hat{e}, y, \dot{y}) = & (a_0 - \frac{1}{2}m_0 - \frac{1}{2}M_0)\hat{e}y \\ & + (a_1 - \frac{1}{2}m_1 - \frac{1}{2}M_1)\hat{e}\dot{y} + f\hat{e}\end{aligned}$$

とした。さらに、 $\gamma(\hat{e}, y, \dot{y})$ は有界な関数によって構成されるため、正定数 $\bar{\gamma} \geq \|\gamma(\hat{e}, y, \dot{y})\|$ に選ぶことで、

$$\dot{V}(x) \leq -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\|x\|^2 + \bar{\gamma} \quad \cdots (32)$$

図 3 非線形ロバスト制御系の構造

となる。よって、(21), (32) 式より、

$$\dot{V}(x) \leq -c_4 V + \bar{\gamma} \quad \cdots (33)$$

が導かれる。ただし、 $c_4 = \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} > 0$ は定数である。(33) 式は V に関する微分不等式となっており、比較定理 (文献 (1) の第二章参照) によりこの不等式の解は次式を満たす。

$$V(x) \leq V(x(0))e^{-c_4 t} + \frac{1}{c_4} \bar{\gamma} \quad \cdots (34)$$

従って、有界閉集合 E の中のすべての e に対して、リアプノフ関数は有界となる。 □

以上で得られた補償器を用いて制御系を構成し、実験を行った。システムの構造は図 3 に示す通りである。図は 0% の初期状態にあった弁開度を 10% から 50%, その後 20% へとステップ状に変化させたときの実験結果であり、比較のため、従来の PID 制御を用いた実験結果を図 5 に示す。本実験のアクチュエータである EPC リレーは 0[V]~10[V] の範囲で動作するため、実験では制御入力にリミッタを用いている。図において、点線は指令弁開度、実線はプラントの出力を示す。また、PID パラメータはプラントの使用目的上、時定数、整定時間に重点を置いて選んだ。図が示す通り、PID 制御では過度のオーバーシュートが現れているのに対し、非線形ロバスト制御では、オーバーシュートがほとんど現れないと同時に、非常に速い立ち上がりを示している。また、強い摩擦特性を含む機械システムにおいて、積分型の制御系が直面するハンチング現象についても、比較的容易な設計パラメータの選択でハンチングの防止を実現することができる。

また、本論文で提案された補償器は、摩擦特性の不確かさに対してロバストである。すなわち、ここで示した補償器は図 1 の $\bar{f}$ によって抑えられるすべての摩擦特性 $f(\dot{y}, u)$ に対して有効である。言い方を換えると、設計に用いたパラメータ γ_f と γ_s がそれぞれ実プラントの静・動摩擦力より大きければ、誤差系の指数安定性は保障される。図 6 に $\gamma_f = 0.6$, $\gamma_s = 0.1$ とおいて得られた補償器を前述のプラントに適用した実験結果を示す。制御性能はパラメータ γ_f, γ_s の選択にそれほどセンシティブなものではなく、良好な実験結果が得られていることがわかる。

以上のように、実機の実験結果からも本論文で提案した

図 4 実験結果（非線形ロバスト制御）

図 5 実験結果（PID 制御）

図 6 実験結果（摩擦に対するロバスト性）

補償器は良好なロバスト性を有することが確認できる。なお、すべての実験を通じ誤差の収まる範囲は 1.5% 以下に抑えられている。

5. おわりに

機械システムなどの制御において、静摩擦は取り扱いの難しい特性としてよく知られている。実際には静摩擦のメカニズム自体もまだ明らかにされていない⁽²⁾。この論文では、摩擦特性の正確な記述を必要としないロバスト制御手法を提案した。この方法の基本は誤差システムの状態空間において適切な超平面を定義し、それを基準にゲインを切り替えることによって、リアプノフ関数の収束を保証することにある。ただし、ゲインによって切り替え平面は異なるし、VSS 制御系のようにスライディングモードが発生するとは限らない。ここで提案した方法の有効性は、第四章で示した静摩擦特性の強い空気圧調節弁の位置決め制御の実験結果からも明らかである。

（平成 10 年 5 月 11 日受付，同 11 年 5 月 13 日再受付）

文 献

- (1) L. LaSalle: "Stability by Lyapunov's direct method with application", Academic Press(1961)
- (2) H. Armstrong, L. LaSalle, P. Dupont, & C. Canudas de Wit: "A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction", Automatica, Vol.30, pp.1083-1138(1994)
- (3) D. Karnopp: "Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems", Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.107, pp.100-103(1985)
- (4) D. A. Haessig, Jr & B. Fredland: "On the Modeling and Simulation of Friction", Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.113, pp.354-362(1991)
- (5) C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, & P. Lischinsky: "A new model for control of systems with friction", IEEE Transaction on Automatic Control, Vol.40, pp.419-425(1995)
- (6) C. Canudas de Wit, & V. Seront: "Robust adaptive friction compensation", Proc. Int. Conf. on Robotics and Automation, Cincinnati, OH, pp.1383-1388(1990)
- (7) H. K. Khalil: "Nonlinear Systems", Prentice Hall(1996)
- (8) 鶴田公一, 申鉄龍, 田村捷利, 逸見憲昭, 中沢徹: "静摩擦特性を持つプラントの非線形ロバスト補償器の構成法と空気圧調節弁の位置制御への応用", 日本機械学会論文集 (C 編), 63 巻, 612 号, pp.2720-2724(1997)

中 芑 隆 (非会員) 1974年生。1997年3月上智大学理工学部機械工学科卒業。同年上智大学大学院理工学研究科機械工学専攻入学。以来、適応制御理論、非線形制御系の構成に関する研究に従事。

申 鉄 龍 (正員) 1986年、中国東北重型機械学院自動制御学部修士課程修了、同年同大学助手を経て講師。1992年、上智大学大学院理工学研究科博士後期課程修了、同年同大学理工学部助手、現在に至る。ロバスト制御理論及びその応用に関する研究に従事。計測自動制御学会、電気学会、IEEE等の会員(工学博士)。

田 村 捷 利 (非会員) 1966年、名古屋大学工学部修士課程修了、同年同大学工学部助手。70年上智大学講師、現在同大学教授。最適制御、計算機アルゴリズム、適応制御の研究に従事。日本機械学会、日本オペレーションズ・リサーチ学会などの会員(工学博士)。

逸 見 憲 昭 (非会員) 1967年、北海道大学工学部機械工学第二学科卒業。同年ニイガタ・メーソンネーラン(株)入社、現在に至る。

中 沢 徹 (非会員) 1987年、新潟大学理学部物理科卒業。同年ニイガタ・メーソンネーラン(株)入社、現在に至る。