$\mathcal{L}_2$ 外乱減衰性能を考慮した マニピュレータの適応コンプライアンス制御

非会員 田 中 奈津夫 (北陸先端科学技術大学院大学)

正 員 藤 田 政 之 (金沢大学/北陸先端科学技術大学院大学)

$\mathcal{L}_2$ disturbance attenuation analysis of adaptive compliant control
for manipulators interacting with an elastic environment

Natsuo Tanaka, Non-member (JAIST), Masayuki Fujita, Member (Kanazawa University/JAIST)

Abstract: The disturbance attenuation problem with internal stability is solved for manipulators interacting with an compliant environment. The proposed dynamic controller based on energy shaping combines adaptive and $\mathcal{H}_\infty$ control techniques, further achieves force/position regulation and motion control. Experimental results on a actual 2 DOF direct drive manipulator shows the effectiveness.

キーワード： $\mathcal{L}_2$ ゲイン，外乱減衰性能，マニピュレータ，力/位置制御，適応制御，エネルギー整形

1. はじめに

ロボットマニピュレータの手先が環境と接触する時，弾性的な制御が必要となる場合がある．広く知られた impedance 制御は手先と環境間のインピーダンスを調整し，hybrid force/position 制御は目標の接触力を発揮させられるように力制御と位置制御を分離して行う⁽¹⁾．これら制御法の間位置するアプローチとして Siciliano らにより parallel 制御⁽¹⁾⁽²⁾が紹介されている．この制御法は位置誤差フィードバックよりも力誤差フィードバックを優位にするようにして，力制御と位置制御の競合を回避する制御法である^{(1)~(5)}．

一方，外乱減衰性を考慮して非線形 $\mathcal{H}_\infty$ 制御のアプローチを行っているマニピュレータ制御法が最近注目されている⁽⁶⁾⁽⁷⁾．この制御法は外乱 w から誤差などで構成される被制御量 z までの系 $\Sigma_{wz}: w \rightarrow z$ を考え，誤差が被制御量に与える影響を解析する．すなわち，時間領域において $\mathcal{H}_\infty$ 制御の考え方を利用し，系 Σ_{wz} によって外乱の $\mathcal{L}_2$ ノルム (エネルギー) $\|w\|_2$ が被制御量の $\mathcal{L}_2$ ノルム (エネルギー) $\|z\|_2$ に与える影響を有界に抑える性質，外乱に対するロバスト性に注目している．

手先に力センサを備えたマニピュレータは，手先に加えられる外力を直接的に補償することで従来の制御法でもその影響を取り除ける．しかし，力センサの精度はエンコーダ等の位置センサと比べて一般にその精度は高いとは言えず，またセンサ部以外の手先部分に加えられるような外乱としての外力に対する考慮が十分とは言えない．

本研究はマニピュレータの力制御問題において，外乱外

力に対する外乱減衰性能の解析を行う．parallel 制御により接触平面に拘束を受ける方向 (法線方向) に対して力/位置制御，接触平面上の平行線方向に対して追従制御を行わせる．このとき，手先に加えられる外乱外力に対する外乱減衰性能の解析を行うことが目的である．外乱減衰性能は入出力信号のエネルギーに注目した性質であり，マニピュレータシステムのエネルギー関数がハミルトンヤコビ不等式を満足する場合に成立する．この事実を背景に，エネルギー整形から誘導される SP-D 制御法^{(8)~(11)}を用いた場合について考えることでより深い考察を行っているのが特徴である．

具体的には，ロボット特有の適応制御⁽¹²⁾を用いて閉ループ系を構成し，外乱外力がない場合にエネルギー関数を用いて制御目標を達成することを表す．外乱外力が存在する場合には，同じエネルギー関数がハミルトンヤコビ不等式を満足し，手先に加えられる外乱外力 w から誤差変数 z までの系 Σ_{wz} が外乱減衰性能を有することを示す．また，実際にスカラー型ダイレクトドライブマニピュレータを使った実験により有効性を検討する．

2. 準 備

空間の自由度に対して冗長とならない次式で表される $n(n \leq 3)$ 自由度マニピュレータについて考える．

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + J(q)^T(f + w) \quad (1)$$

ここで， $q \in \mathbb{R}^n$ および $\tau \in \mathbb{R}^n$ はそれぞれ関節角度および関節トルクである．マニピュレータの手先は弾性環境に点接触し続けるものと仮定する．手先に取付けられた力セ

図1 2DOF スカラ型 DD マニピュレータ
Fig.1. 2DOF SCARA type DD manipulator

ンサにより測定される外力 $f \in \mathbb{R}^n$ と外乱外力 w が手先に加えられる。また、 $J(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ はヤコビ行列であり、マニピュレータは $J(q)$ の正則性が保証される範囲で動作するものとする。

左辺の $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $C(q, \dot{q}) \dot{q} \in \mathbb{R}^n$, $g(q) \in \mathbb{R}^n$ は、それぞれ慣性行列、コリオリ・遠心力項、重力項を表す。また、マニピュレータダイナミクス (1) 式は、一般に次の性質をもつことが知られている⁽¹⁾。

(P1) 任意の q に対して $M(q)$ は正定対称。

(P2) 任意の $q, \dot{q}$ に対して $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ は歪み対称。

(P3) マニピュレータダイナミクス (1) 式左辺は適切に定められたリグレッサ $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ と物理パラメータ $\theta \in \mathbb{R}^m$ により $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta$ で表される。

マニピュレータの手先は位置 $p \in \mathbb{R}^n$ において、正数各要素とする対角行列 $K_e \in \mathbb{R}^{n \times n}$ を弾性係数にもつ弾性環境

$$f = K_e(p - p_0) \quad (2)$$

に接触している。ただし、 $p_0 \in \mathbb{R}^n$ は静止状態で手先が環境に接触する位置である。また、接平面上において手先と弾性環境の間に摩擦はないとしているので、手先と環境間の接触力 $f \in \mathbb{R}^n$ の接平面上成分 $f_p \in \mathbb{R}^{(n-1)}$ (接平面上成分に添字 p , 接平面の法線方向成分に添字 n を付ける) は零となる。図1のような2DOF スカラ型マニピュレータでは、 X 軸方向が法線方向 (n 方向) 成分であり、 Y 軸および Z 軸で構成される平面と平行な接平面上を Y 軸方向 (p 方向) に沿って追従動作を行う。

バリ取りや研磨作業のように、接平面の法線方向に一定の力で押し、接平面上で目標とする追従動作を考える。手先の位置、速度および接触力の目標値をそれぞれ $p_d \in \mathbb{R}^n$, $\dot{p}_d \in \mathbb{R}^n$, $f_d \in \mathbb{R}^n$ で表すと、接平面法線方向に沿った目標手先位置 $p_{dn} \in \mathbb{R}$ は、同方向の目標接触力 $f_{dn} \in \mathbb{R}$ (一定値) により従属的に定まる。また、 $\dot{p}_{dn}, f_{dp}$ は零とし、位置誤差、速度誤差および力誤差を $\tilde{p} := p - p_d$, $\dot{\tilde{p}} := \dot{p} - \dot{p}_d$,

$\tilde{f} := f - f_d$ と表す。

(制御目標)

時刻 $t \rightarrow \infty$ のとき、接平面上の軌道追従制御 (motion control)

$$\tilde{p}_p \rightarrow 0, \quad \dot{\tilde{p}}_p \rightarrow 0$$

および接平面法線方向の力/位置制御 (force/position regulation)

$$\tilde{f}_n \rightarrow 0 \quad (\tilde{p}_n \rightarrow 0), \quad \dot{\tilde{p}}_n \rightarrow 0$$

を達成することである。また、時間積分値が有界となる外乱外力 $w \in \mathcal{L}_2^n$ が誤差で構成される被制御量 z に及ぼす影響を有界となる、すなわち系 $\Sigma_{wz}: w \rightarrow z$ が外乱減衰性能を有することを示す。

3. エネルギー整形にもとづく適応 $\mathcal{H}_\infty$ 制御

マニピュレータ (1) 式に対して次の制御則を提案する。

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_s) \hat{\theta} - K_1 s - J(q)^T K_2 \varphi(\xi) - J(q)^T f \quad (3)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma^{-1} Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_s)^T s \quad (4)$$

ここで、誤差変数 ξ は次式

$$\xi := \tilde{p} + \Lambda_f \int_0^t \tilde{f}(\tau) d\tau \quad (5)$$

で定義される誤差変数であり、仮想目標軌道 ($\det J \neq 0$ とする動作範囲を仮定)

$$\dot{q}_s := J^{-1} \left\{ \dot{p}_d - \Lambda_f \tilde{f} - \Lambda \varphi(\xi) \right\} \quad (6)$$

を使って構成される補助変数 $s := \dot{q} - \dot{q}_s$ は、

$$s = J^{-1} \left\{ \dot{\xi} + \Lambda \varphi(\xi) \right\} \quad (7)$$

の関係をもつ。ただし、 $K_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $K_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Gamma \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $\Lambda \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Lambda_f \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は各要素が正数の対角行列であり、各要素ごとに飽和関数 φ が作用するベクトル $\varphi(\xi) := [\varphi(\xi_1), \dots, \varphi(\xi_n)]^T$ は次の性質 (P4) ~ (P6) を有する[†]。

[†]厳密な意味で飽和ではないが、性質 (P6) のかわりに

$$(P6)' \quad \frac{\partial \varphi(\xi_i)}{\partial \xi_i} > 0$$

として上界をもつ関数とすることもできる。このような性質を有する飽和関数 φ は整形されたポテンシャルエネルギー関数 $U \in C^2$ (C^n は連続 n 階微分可能を表すものとする。) から誘導され、 $U(\xi)$ は次の性質を有する。

$$(P7) \quad U(0) = 0, \quad U(\xi) > 0 \quad (\forall \xi \neq 0)$$

$$(P8) \quad \frac{\partial^T U(\xi)}{\partial \xi} = K_2 \varphi(\xi)$$

ただし、 $\frac{\partial}{\partial \xi} = [\frac{\partial}{\partial \xi_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial \xi_n}]$ である。

- (P4) $\varphi \in C^1$
 (P5) $\varphi(0) = 0, \quad \varphi(\xi_i) \neq 0 \quad (\forall \xi_i \neq 0)$
 (P6) $\begin{cases} \frac{\partial \varphi(\xi_i)}{\partial \xi_i} > 0 & (\xi_i : \text{非飽和時}) \\ \frac{\partial \varphi(\xi_i)}{\partial \xi_i} = 0 & (\xi_i : \text{飽和時}) \end{cases}$

制御則 (3) 式の右辺第 1 項は、性質 (P3) からわかるようにマニピュレータのダイナミクス補償項である。一般に、正確な物理パラメータ θ を得ることができないので (4) 式によって $\hat{\theta}$ の値を更新する。パラメータ $\hat{\theta}$ は真値 θ に収束することを保証しないが、(4) 式のようなパラメータ更新則はマニピュレータ制御特有の適応制御法として有効であることが知られている⁽¹⁾⁽¹²⁾。また、制御則 (3) 式の右辺第 2, 3 項は位置誤差、速度誤差、力誤差およびその積分値のフィードバック項であり誤差変数 ξ に関して SP-D フィードバックとなる部分である。第 4 項は、力センサから得られた外力 f を直接補償する成分である。

(注 1) 誤差変数 ξ の導入は、力/位置制御で力誤差フィードバックを優位となるように力誤差の積分量を含め、かつ SP-D 制御法の簡単な構造を崩さないようにするためである。また、この誤差変数 ξ は外乱減衰性能の解析に役立つ。

(注 2) 弾性環境 (2) 式から位置誤差と力誤差の間に次の関係が成立する。

$$\tilde{f} = K_e \tilde{p} \quad \dots\dots\dots (8)$$

上式を (5) 式に代入し (7) 式を考慮すると補助変数 s は

$$s = J^{-1} \left\{ \dot{\tilde{p}} + \Lambda_f K_e \tilde{p} + \Lambda_f \varphi(\tilde{p} + \Lambda_f K_e \int_0^t \tilde{p}(\tau) d\tau) \right\}$$

となり、誤差の線形 PID フィードバックとはならない。エネルギー整形を行う場合の安定性解析や外乱減衰性能解析には注意深い考察が必要である。

このようなエネルギー整形から誘導される制御則を用いた場合でも制御目標を達成でき、また外乱外力に対する外乱減衰性能も有することを次節で示す。

4. 安定性解析および外乱減衰性能解析

外乱 $w \in \mathcal{L}_2^n$ から誤差変数 ξ で構成される被制御量

$$z := \begin{bmatrix} \xi \\ \varphi(\xi) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (9)$$

までの系 $\Sigma_{wz} : w \rightarrow z$ (図 2) を構成し、その $\mathcal{L}_2$ ゲイン

$$\|\Sigma_{wz}\|_{i2} := \sup_{w \in \mathcal{L}_2^n} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2}$$

が w に対して有界となることを示す。

マニピュレータ (1) 式に (3) 式を代入し、性質 (P3) を用いると閉ループ系

図 2 系 $\Sigma_{wz} : w \rightarrow z$
 Fig. 2. System $\Sigma_{wz} : w \rightarrow z$

$$M\dot{s} + (C + K_1)s + J^T K_2 \varphi(\xi) + Y\tilde{\theta} = J^T w \quad (10)$$

を得る。ただし、 $\tilde{\theta} := \theta - \hat{\theta}$ である。状態として変数 $x := [s^T, \xi^T, \tilde{\theta}^T]^T$ を定義すると、(4) 式、(7) 式および (10) 式から系 Σ_{wz} が得られる。

$$\Sigma_{wz} \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)w \\ z = h(x) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、

$$f(x) = \begin{bmatrix} -M^{-1}\{(C + K_1)s + J^T K_2 \varphi(\xi) + Y\tilde{\theta}\} \\ Js - \Lambda \varphi(\xi) \\ \Gamma^{-1} Y^T s \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} M^{-1} J^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} Js - \Lambda \varphi(\xi) \\ \varphi(\xi) \end{bmatrix}$$

である。

(定理 1) 定数 $\varepsilon, \gamma > 0$ が与えられるとする。(12) 式で定義されるスカラー関数 $V(x)$ の初期値が $V(x(0)) \leq \varepsilon$ を満足するとき、ゲイン K_1, K_2 に関して

- (i) $\lambda_{\min}(K_1) \geq \left(\frac{1}{2\gamma^2} + 1\right) \lambda_{\max}(J^T J)$
 (ii) $k_{2i} \geq \lambda_i + \frac{1}{2\lambda_i} \quad (i = 1, \dots, n)$

が満足されれば $\|\Sigma_{wz}\|_{i2}$ は w に対して有界、i.e.,

$$\|\Sigma_{wz}\|_{i2} \leq \left(\gamma^2 + \frac{2\varepsilon}{\|w\|_2^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

となる。ただし、 k_{2i} および λ_i はそれぞれゲイン K_2 および Λ の第 (i, i) 要素であり、 $\lambda_{\max}(\cdot)$ および $\lambda_{\min}(\cdot)$ は行列の最大および最小固有値を表す。◇

(注 3) 多関節マニピュレータでは一般に台座に近い関節のゲインが大きいため、条件 (ii) を一括して扱うと

$$\lambda_{\min}(K_2) \geq \frac{1}{\lambda_{\min}(\Lambda)} \left(\lambda_{\max}(\Lambda^T \Lambda) + \frac{1}{2} \right)$$

となり、必要以上にゲイン K_2 が高くなる⁽¹¹⁾。本稿ではゲイン K_2 に対する条件を各要素ごとにし、高ゲインを避けるようにした。

(証明) はじめに外乱外力 $w = 0$ のときの系 Σ_{wz} の内部安定性を示し、次に w に対する系 Σ_{wz} の外乱減衰性能を示す。

エネルギー関数

$$V(x) := \frac{1}{2} s^T M s + U(\xi) + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma \tilde{\theta} \dots \dots \dots (12)$$

を定義する。

この $V(x)$ 関数は、右辺第 1, 3 項がそれぞれ $s, \tilde{\theta}$ の 2 次形式となっており、第 2 項の $U(\xi)$ が誤差変数 ξ に関する整形されたポテンシャルエネルギーを表す。慣性行列の正定性 (P1), エネルギー関数の性質 (P7) および行列 Γ が正定行列であることから、 $\forall x \neq 0$ のとき $V(x) > 0$ である。

エネルギー関数 $V(x)$ を閉ループ系 (10) 式の解軌道に沿って時間微分し、性質 (P2) を考慮すると

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) = & (Js)^T w - s^T K_1 s - (Js)^T K_2 \varphi(\xi) \\ & - s^T Y \tilde{\theta} + \frac{\partial U(\xi)}{\partial \xi} \dot{\xi} + \tilde{\theta}^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}} \end{aligned}$$

となる。補助変数 (7) 式を右辺第 3 項に、性質 (P8) を第 5 項に、パラメータ更新則 (4) 式を最終項に利用すると次式のようになる。

$$\dot{V}(x) = (Js)^T w - s^T K_1 s - \varphi(\xi)^T \Lambda^T K_2 \varphi(\xi) \quad (13)$$

<安定性解析>

外乱がない ($w = 0$) 場合、

$$\dot{V}(x) = -s^T K_1 s - \varphi(\xi)^T \Lambda^T K_2 \varphi(\xi)$$

であり、(10) 式および $\dot{\xi} = \dot{p} + \Lambda_f \tilde{f}$ より $\dot{V}$ は一様に連続であることが分かる。ここで、Barbalat's lemma⁽¹⁾ を利用すると $t \rightarrow \infty$ のとき $\dot{V} \rightarrow 0$ が保証される。 $K_1, \Lambda^T K_2$ が正定対角行列となるから、

$$t \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad s, \xi \rightarrow 0$$

が示される。また、 $\det J \neq 0$ の仮定から J^{-1} が零行列になることは否定され、(7) 式を眺めると、 $\dot{\xi} \rightarrow 0$ であることも示される。さらに、(5) 式から誘導される変数 ξ および $\dot{\xi}$ を入力とみなした系

$$\begin{cases} \dot{\tilde{p}} = -\Lambda_f \int_0^t \tilde{f}(\tau) d\tau + \xi \\ \dot{\tilde{p}} = -\Lambda_f \tilde{f} + \dot{\xi} \end{cases} \quad \text{ただし} \quad \xi, \dot{\xi} \rightarrow 0$$

について考える。接平面上の力誤差 $\tilde{f}_p$ は零であるので、位置誤差 $\tilde{p}_p$ および速度誤差 $\dot{\tilde{p}}_p$ は $\tilde{p}_p = \xi_p, \dot{\tilde{p}}_p = \dot{\xi}_p$ となる。したがって

$$t \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad \tilde{p}_p, \dot{\tilde{p}}_p \rightarrow 0$$

となり、接平面上の motion control が達成される。

法線方向の n 成分については、(8) 式から次の関係が成立している。

$$\begin{cases} \dot{\tilde{f}}_n = -k_{en} \lambda_{fn} \int_0^t \tilde{f}_n(\tau) d\tau + k_{en} \xi_n \\ \dot{\tilde{f}}_n = -k_{en} \lambda_{fn} \tilde{f}_n + k_{en} \dot{\xi}_n \end{cases}$$

ただし、 k_{en}, ξ_n および $\tilde{f}_n$ はそれぞれ弾性係数 K_e , 誤差変数 ξ および力誤差 $\tilde{f}$ の法線方向成分 (n 成分) を表している。よく知られた線形系の定理⁽¹³⁾を用いることにより、 n 方向の force/position regulation が達成される。

< L_2 ゲインを用いた外乱減衰性能解析 >

外乱外力が存在する ($w \neq 0$) 場合、 $V(x)$ の時間微分は (13) 式である。一方、

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V(x)}{\partial x} g(x) w \dots \dots \dots (14)$$

であることは明らかであり、 w に関して恒等的に

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) = -s^T K_1 s - \varphi(\xi)^T \Lambda^T K_2 \varphi(\xi) \quad (15)$$

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} g(x) = (Js)^T \dots \dots \dots (16)$$

が成り立つ。上式の関係からエネルギー関数 $V(x)$ 関数はハミルトンヤコビ不等式

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial x} g(x) g(x)^T \frac{\partial^T V}{\partial x} \\ + \frac{1}{2} h(x)^T h(x) \leq 0 \dots (17) \end{aligned}$$

を満足する解であることが示せる。実際、ハミルトンヤコビ不等式の左辺に、(15) 式および (16) 式を代入すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial x} g(x) g(x)^T \frac{\partial^T V}{\partial x} + \frac{1}{2} h(x)^T h(x) \\ = -s^T K_1 s - \varphi(\xi)^T \Lambda^T K_2 \varphi(\xi) \\ + \frac{1}{2\gamma^2} s^T (J^T J) s + \frac{1}{2} \|z\|^2 \dots (18) \end{aligned}$$

を得る。

上式の右辺最終項に関して、変数 z は (11) 式から次の関係を満足する。

$$\begin{aligned} \|z\|^2 = & \|Js\|^2 - (Js)^T (\Lambda \varphi(\xi)) - (\Lambda \varphi(\xi))^T (Js) \\ & + \|\Lambda \varphi(\xi)\|^2 + \|\varphi(\xi)\|^2 \end{aligned}$$

の第 2, 3 項に

$$\begin{aligned} \|Js + \Lambda \varphi(\xi)\|^2 = & \|Js\|^2 + (Js)^T (\Lambda \varphi(\xi)) \\ & + (\Lambda \varphi(\xi))^T (Js) + \|\Lambda \varphi(\xi)\|^2 \geq 0 \end{aligned}$$

の関係をを用いると

$$\|z\|^2 \leq 2\lambda_{\max}(J^T J) \|s\|^2 + \sum_{i=1}^n (2\lambda_i^2 + 1) \varphi(\xi_i)^2$$

が得られる。

上式を (18) 式の右辺最終項に代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial x} g(x) g(x)^T \frac{\partial^T V}{\partial x} + \frac{1}{2} h(x)^T h(x) \\ \leq - \left\{ \lambda_{\min}(K_1) - \left(\frac{1}{2\gamma^2} + 1 \right) \lambda_{\max}(J^T J) \right\} \|s\|^2 \\ - \sum_{i=1}^n \lambda_i \left\{ k_{2i} - \lambda_i - \frac{1}{2\lambda_i} \right\} \varphi(\xi_i)^2 \quad (19) \end{aligned}$$

となる。したがって [定理 1] の条件 (i) および (ii) を満足すればハミルトンヤコビ不等式が成立することがわかる。

また、 $V(x)$ 関数の時間微分 (14) 式を次のように変形し、

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x)w \\ &= -\frac{1}{2}\gamma^2 \left\| w - \frac{1}{\gamma^2} g(x)^T \frac{\partial^T V}{\partial x} \right\|^2 + \frac{1}{2}\gamma^2 \|w\|^2 \\ &\quad + \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial x} g(x)g(x)^T \frac{\partial^T V}{\partial x}\end{aligned}$$

右辺の第 3 項および第 4 項に対しハミルトンヤコビ不等式 (17) 式を適用すると

$$\begin{aligned}\dot{V}(x(t)) &\leq \frac{1}{2}\gamma^2 \|w\|^2 - \frac{1}{2}\|z\|^2 \\ &\quad - \frac{1}{2}\gamma^2 \left\| w - \frac{1}{\gamma^2} g(x)^T \frac{\partial^T V}{\partial x} \right\|^2 \\ &\leq \frac{1}{2}\gamma^2 \|w\|^2 - \frac{1}{2}\|z\|^2\end{aligned}$$

を得る。

(注 4) 上式は、系 Σ_{wz} のエネルギー供給率 ($\mathcal{L}_2$ gain supply rate) $\dot{V}(x)$ が $\frac{1}{2}\gamma^2 \|w\|^2 - \frac{1}{2}\|z\|^2$ で抑えられ、系 Σ_{wz} が消散的であることを表している。

上式の両辺を積分すると

$$\int_0^t \|z(\tau)\|^2 d\tau \leq \gamma^2 \int_0^t \|w\|^2 d\tau + 2V(x(0)) \quad (20)$$

となる。条件 $V(x(0)) \leq \varepsilon$ より (20) 式は

$$\int_0^t \|z(\tau)\|^2 d\tau \leq \gamma^2 \int_0^t \|w\|^2 d\tau + 2\varepsilon$$

となり、 w に対する有界性

$$\|\Sigma_{wz}\|_{i2} \leq \left(\gamma^2 + \frac{2\varepsilon}{\|w\|_2^2} \right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (21)$$

が示される。

(証明終り)

5. 2DOF スカラ型 DD マニピュレータによる実験

提案した制御法の有効性を確認するため、水平 2 自由度の DD (Direct Drive) マニピュレータ (図 1) を用いて実験を行った。マニピュレータの手先には力センサが取付けられ、バネで構成された弾性環境に接触している。手先と環境との接触は、接平面の摩擦が小さくなるように環境と接する部分はベアリングを利用している。

<実験方法>

図 1 の Y 軸方向の motion control と X 軸方向の force/position regulation を行う。

マニピュレータの手先は、初期位置 $p_0 = [3.38 \times 10^{-1}, -5.13 \times 10^{-2}]^T$ m の時、接触力 $f_X = 0.0$ N で

ある。X 軸方向の目標接触力を $f_{dX} = 2.90 \times 10$ N、目標位置を $p_{dX} = 3.45 \times 10^{-1}$ m で与える (X 軸方向の目標位置は目標接触力 f_{dX} から従属的に定まり、実際にマニピュレータで弾性環境を押した時に力センサの値が $f_X = 2.90 \times 10$ N となる手先位置 $p_X = 3.45$ m を目標手先位置 p_{dX} として与えた)。また、Y 軸方向の motion control では、目標軌道を 5 秒後に目標位置 $p_{dY} = 0.0$ m に到達するような滑らかな目標軌道を与える。

システムの $\mathcal{L}_2$ ゲイン $\|\Sigma_{wz}\|_{i2}$ が有界、すなわち外乱減衰性能を有していることを確認するため、時刻 $6.0 \leq t < 7.0$ の間に外乱外力 $w = [-1.0 \times 10, 0.0]^T$ N を加え、15 秒間測定したときの被制御量 z を求める。このとき、外乱外力と被制御量の $\mathcal{L}_2$ ノルムを求め、システム Σ_{wz} の $\mathcal{L}_2$ ゲインが 1 未満の値となって外乱減衰性能を有していることを確認する。ただし、各ゲインを $K_1 = \text{diag}\{1.0, 1.0\}$, $K_2 = \text{diag}\{10, 70\}$, $\Lambda = \text{diag}\{1.0, 7.0\}$, $\Lambda_f = \text{diag}\{0.1, 0.05\}$, $\Gamma = \text{diag}\{1.0, 1.0\}$ とした。

<実験結果>

図 3、図 4 および図 5 に位置誤差 $\tilde{p}$ 、速度誤差 $\dot{\tilde{p}}$ および力誤差 $\tilde{f}_X$ の実験結果を示す。横軸が時間軸、縦軸が各誤差を表しており、実線が X 方向、点線が Y 方向の誤差 (力誤差に関しては X 方向成分のみ) を表している。

時刻 6.0 s から 7.0 s の間で外乱外力 w が加わるため一時的に各誤差が大きくなるが、各図から提案した制御則の有効性を確認できる。さらに、系 Σ_{wz} の $\mathcal{L}_2$ ゲインを計算すると $\|\Sigma_{wz}\|_{i2} \leq 0.46$ となり、外乱 w の被制御量 z に与える影響が約 0.46 倍に減衰していることを確認できた。最後に定理 1 の条件を確認しておく。各時刻のヤコビ行列 J から $\lambda_{\max}(J^T J)$ を求め、その最大値を求めると 0.157 であった。したがって、この実験では γ が 0.3160 以上ならば、ゲイン条件 (i) を満足する。また K_2 および Λ の各値から、ゲイン K_2 がゲイン条件 (ii) を満足していることが分かる。

6. おわりに

マニピュレータの接平面方向の motion control と法線方向の force/position regulation 問題に対して、エネルギー整形に基づく適応コンプライアンス制御則を提案した。提案した制御則は、誤差変数 ξ で構成される整形されたポテンシャルエネルギー $U(\xi)$ から誘導される。エネルギー整形を施した場合に対しても、外乱に対するシステムの $\mathcal{L}_2$ 外乱減衰性能を有することが確認できた。

(平成 10 年 12 月 17 日受付, 同 11 年 5 月 6 日再受付)

文 献

- (1) C. Canudas de Wit, B. Siciliano and G. Bastin Eds.: *Theory of Robot Control*, Springer-Verlag, (1996).
- (2) B. Siciliano: "Parallel force/position control of robot manipu-

図3 位置誤差 $\tilde{p}$

Fig. 3. positional errors $\tilde{p}$

図4 速度誤差 $\dot{\tilde{p}}$

Fig. 4. velocity errors $\dot{\tilde{p}}$

図5 力誤差 $\tilde{f}_X$

Fig. 5. force error $\tilde{f}_X$

- lators", 7th Int. Symp. on Robotics Research, 78~89, (1995).
- (3) B. Siciliano and L. Villani: "A Passivity-based approach to force regulation and motion control of robot manipulator", *Automatica*, **32**-3, 443~447, (1996).
- (4) B. Siciliano and L. Villani: "Adaptive compliant control of robot manipulators", *Control Eng. Practice*, **4**-5, 705~712, (1996).
- (5) B. Siciliano and L. Villani: "An output feedback parallel force/position regulator for a robot manipulator in contact with a compliant environment", *Systems and Control Letters*, **29**, 295~300, (1997).
- (6) J. Scherpen and R. Ortega: "On nonlinear control of Euler-Lagrange systems: Disturbance attenuation", *Systems and Control Letters*, **30**, 49~56, (1997).
- (7) S. Battilotti and L. Lanari: "Adaptive disturbance attenuation with global stability for rigid and elastic joint robots", *Automatica*, **33**-2, 239~243, (1997).
- (8) S. Arimoto: *Control Theory of Nonlinear Mechanical Systems*, Oxford University Press, (1996).
- (9) R. Kelly, V. Scantibáñez and F. Reyes: "On saturated-proportional derivative feedback with adaptive gravity compensation of robot manipulators", *Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing*, **10**-4, 465~479, (1996).
- (10) N. Tanaka and M. Fujita: "A new type of robust tracking SP-D control for manipulators", 電気学会論文誌 (C), **117**-10, 1529~1534, (1997).
- (11) 田中, 藤田: "SP-D制御法に基づくマニピュレータの位置/力制御とトルク外乱抑制", 電気学会論文誌 (C), **118**-2, 271~276, (1998).
- (12) 計測自動制御学会編: ロボット制御の実際, コロナ社, (1997).
- (13) C. Desoer and M. Vidyasagar: *Feedback Systems: Input-Output Properties*, Academic Press, (1975).

田中 奈津夫 (非会員) 1991年防衛大学校理工学部(電気工学専攻)卒業, 同年陸上自衛隊入隊. 1996年, 北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科博士前期課程修了(情報システム学専攻). 1999年, 同博士後期課程修了. 現在, 防衛庁技術研究本部にて勤務. マニピュレータ制御の研究に興味を持つ. 計測自動制御学会, 日本ロボット学会, IEEEなどの会員.

藤田 政之 (正員) 1984年早稲田大学大学院理工学研究科博士前期課程修了(電気工学専攻). 1985年同博士後期課程中退. 同年金沢大学工学部電気・情報工学科助手. 同講師, 助教授を経て, 1992年北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科助教授, 1994年~1995年ミュンヘン工科大学客員研究員. 1998年金沢大学助教授(併任). ロバスト制御とその応用に関する研究に従事. 工学博士. 計測自動制御学会, システム制御情報学会, 日本ロボット学会, IEEE, SIAMなどの会員.