観測ノイズを伴う系に対する線形関数オブザーバの一設計法

正員 奥野秀樹 (大阪工業大学)

正員 寺西 信 (徳山高等工業専門学校)

正員 加瀬 渡 (大阪工業大学)

A Design of Linear Function Observer for a Plant with Measurement Noise

Hideki Okuno, Member (Osaka Institute of Technology), Makoto Teranishi, Member (Tokuyama College of Technology), Wataru Kase, Member (Osaka Institute of Technology)

This paper describes a method for the design of linear function observer for a multivariable plant with measurement noise. This method uses the free parameters of the controller. Simulation results are presented which confirm the validity of the design method.

キーワード：線形関数オブザーバ，離散時間系，極配置，観測ノイズ，擬似逆行列

1. はじめに

近年，安定化制御器の次数を高次に設定して，それによって生じる自由度を利用して制御系のロバスト性を改善する研究が数多くなされている^{(1)~(5)}．特に，文献(5)で提案されている方法は，観測ノイズを伴う系に対して，基本的には擬似逆行列の計算だけでノイズの影響を低減化することができる方法が示されている．これは他の方法と比べても格段に簡単な計算なので，適応制御のようなオンラインで制御器を求める必要がある場合には好都合である．ただし，文献(5)では最小位相の1入出力系のみが扱われている．

文献(5)の方法を非最小位相系および多入出力系に拡張した研究もなされている⁽⁶⁾⁽⁷⁾．文献(6)では，1入出力系に対して出力の分散の上限値を使った評価方法が採用されているため，得られた制御器の性能が保守的なものとなっている．また，文献(7)では，多入出力系に対してかなりタイトな評価を行っているが，このために複雑な計算が必要となり本来の手法の長所が失われているように思われる．

そこで，本論文では，多入出力系に対して文献(6)のように出力の分散の上限値を最小化する制御器を求める方法を提案する．この場合，最大の問題点は，制御器の性能の保守性である．数々の数値実験の結果から，出力分散の上限値に対して最適設計を行った場合でも，厳密に評価した場合とノイズによる出力の共分散行列のノルムに大差がないことが分かっている．本論文では，この理由付けとして制御入力共分散が最小となっていることを明らかにする．すなわち，文献(6)の結果は制御入力を発生する機構を線形関数オブザーバと解した場合，その出力の共分散を最小とする制御器の設計となっていることを示す．

記号および公式

 $\mathbf{R}^{p \times m}[z]$: $p \times m$ 実係数多項式行列の集合 $\mathbf{R}^{p \times m}(z)$: $p \times m$ 実係数有理関数行列の集合 $\partial_{ri}[D(z)]$: 多項式行列 $D(z)$ の i 番目の行 (列) $(\partial_{ci}[D(z)])$: 次数 $\Gamma_r[D(z)]$: 多項式行列 $D(z)$ の行 (列) 最高次 $(\Gamma_c[D(z)])$: 係数行列

$$\left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] := C(zI - A)^{-1}B + D$$

$$\left[\begin{array}{c|c} A_1 & B_1 \\ \hline C_1 & D_1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} A_2 & B_2 \\ \hline C_2 & D_2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|c} A_1 & B_1 C_2 & B_1 D_2 \\ 0 & A_2 & B_2 \\ \hline C_1 & D_1 C_2 & D_1 D_2 \end{array} \right]$$

2. 線形関数オブザーバの設計

つぎのような線形離散時間系を考える．

$$y(t) = N(z)D^{-1}(z)u(t) = \tilde{D}^{-1}(z)\tilde{N}(z)u(t) \cdots (1)$$

ここで， $u(t) \in \mathbf{R}^m$ は入力， $y(t) \in \mathbf{R}^p$ は出力， z は時間進み演算子， t は正の整数である． $D(z) \in \mathbf{R}^{m \times m}[z]$ ， $N(z)$ ， $\tilde{N}(z) \in \mathbf{R}^{p \times m}[z]$ ， $\tilde{D}(z) \in \mathbf{R}^{p \times p}[z]$ は多項式行列で，

$$\left. \begin{array}{l} \partial_{ci}[D(z)] = \mu_i, \quad \partial_{ci}[N(z)] \leq \mu_i - 1 \\ \partial_{ri}[\tilde{D}(z)] = \nu_i, \quad \partial_{ri}[\tilde{N}(z)] \leq \nu_i - 1 \\ \nu := \max_{1 \leq i \leq p} \nu_i, \\ \Gamma_c[D(z)], \Gamma_r[\tilde{D}(z)] : \text{nonsingular} \end{array} \right\} \cdots (2)$$

を満たすものとする．さらに， $D(z)$ と $N(z)$ は互いに右素， $\tilde{D}(z)$ と $\tilde{N}(z)$ は互いに左素とする．

(A, B, C) を $N(z)D^{-1}(z) = \tilde{D}^{-1}(z)\tilde{N}(z)$ の最小実現とすると,

$$\left. \begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t) \\ A &\in \mathbf{R}^{n \times n}, \quad B \in \mathbf{R}^{n \times m}, \quad C \in \mathbf{R}^{p \times n} \\ n &:= \mu_1 + \cdots + \mu_m = \nu_1 + \cdots + \nu_p \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

と表せる。ただし, $x(t) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ は状態ベクトルである。このとき, 制御入力 $u(t)$ を

$$\begin{aligned} u(t) &= v(t) - Kx(t) \\ &\quad + Q(z)\hat{H}^{-1}(z)\{\tilde{D}(z)y(t) - \tilde{N}(z)u(t)\} \end{aligned} \quad (4)$$

と定めよう。ここで, $v(t)$ は外部基準入力で, $K \in \mathbf{R}^{m \times n}$ は

$$A_K := A - BK \quad \dots\dots\dots (5)$$

の固有値を希望する値に配置するためのフィードバックゲイン, $Q(z) \in \mathbf{R}^{m \times p}(z)$ は

$$\left. \begin{aligned} Q(z) &= \begin{bmatrix} A_Q & B_Q \\ C_Q & D_Q \end{bmatrix} \\ \dim A_Q &= q, \quad A_Q : \text{Hurwitz} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

を満たすフリーパラメータ行列, $\hat{H}(z) \in \mathbf{R}^{p \times p}[s]$ は

$$\left. \begin{aligned} \hat{H}^{-1}(z)\tilde{D}(z) &= \begin{bmatrix} A_F & F \\ -C & I \end{bmatrix} \\ \hat{H}^{-1}(z)\tilde{N}(z) &= \begin{bmatrix} A_F & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \\ A_F &:= A - FC \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

を満たす多項式行列である。ただし, $F \in \mathbf{R}^{n \times p}$ は A_F の固有値を希望する値に配置するオブザーバゲインである。

さて, $x(t)$ が入手できないとき, その推定値 $\hat{x}(t)$ は以下のように計算される。

$$\hat{x}(t+1) = A_F\hat{x}(t) + Bu(t) + Fy(t). \quad \dots\dots\dots (8)$$

これを (4) 式の $x(t)$ の代わりに用いることで, 線形関数オブザーバが以下のように構成される。

$$\begin{aligned} u(t) &= v(t) - \begin{bmatrix} A_F & B & F \\ K & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \\ &\quad - Q(z) \begin{bmatrix} A_F & B & F \\ C & 0 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \\ &= v(t) - \begin{bmatrix} A_Q & B_Q C & 0 & -B_Q \\ 0 & A_F & B & F \\ C_Q & K + D_Q C & 0 & -D_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \\ &:= v(t) - H^{-1}(z)\{X(z)u(t) + Y(z)y(t)\} \end{aligned} \quad (9)$$

ただし, $H(z), X(z), Y(z)$ は適当な次元の多項式行列である。ここで, 以下のように定義する。

$$\begin{aligned} \bar{A} &:= \begin{bmatrix} A_Q & B_Q C \\ 0 & A_F \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_X := \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_Y := \begin{bmatrix} -B_Q \\ F \end{bmatrix} \\ \bar{C} &:= [C_Q \quad K + D_Q C], \quad D_Y = -D_Q \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

つぎの定理は, F を陽に計算することなく $H(z), X(z), Y(z)$ を計算する手順を与えたものである。

〔定理 1〕 対 $(\bar{C}, \bar{A})$ の可観測指数の最大値は $\bar{\nu}$ 以上であると仮定する。このとき, 整数 $d \geq \bar{\nu}$ に対して, $H(z), X(z), Y(z)$ は以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} H(z) &= \mathcal{H}_d S_{I_m}^d(z) \\ X(z) &= \mathcal{X}_d S_{I_m}^d(z) \\ Y(z) &= \mathcal{Y}_d S_{I_p}^d(s) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_d \mathcal{O}_d(\bar{C}, \bar{A}) &= 0, \\ \mathcal{Y}_d \mathcal{O}_d(C, A) &= \mathcal{H}_d \mathcal{O}_d(K, A), \quad \dots\dots\dots (12) \\ \mathcal{X}_d &= \mathcal{H}_d \mathcal{T}_{d-1}(K, A, B, 0) - \mathcal{Y}_d \mathcal{T}_{d-1}(C, A, B, 0) \end{aligned}$$

である。ただし,

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_d(C, A) &= \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^d \end{bmatrix}, \quad S_{I_m}^d(z) = \begin{bmatrix} I_m \\ zI_m \\ \vdots \\ z^d I_m \end{bmatrix}, \\ \mathcal{T}_{d-1}(C, A, B, E) &= \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ CB & E & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & E & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{d-1}B & CA^{d-2}B & \cdots & CB & E \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

とする。

(証明) (9), (10) 式から,

$$H^{-1}(z)[X(z)Y(z)] = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B}_X & \bar{B}_Y \\ \bar{C} & 0 & D_Y \end{bmatrix}$$

なので, 文献 (9) の結果から

$$\mathcal{H}_d \mathcal{O}_d(\bar{C}, \bar{A}) = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

を満たし, かつほとんどすべての z に対して $\det H(z) \neq 0$ となるような $\mathcal{H}_d$ が存在し, このとき $\mathcal{X}_d, \mathcal{Y}_d$ は

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_d &= \mathcal{H}_d \mathcal{T}_{d-1}(\bar{C}, \bar{A}, \bar{B}_X, 0) \\ \mathcal{Y}_d &= \mathcal{H}_d \mathcal{T}_{d-1}(\bar{C}, \bar{A}, \bar{B}_Y, D_Y) \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

と与えられる。

数学的帰納法により, 次式が成立することを証明できる。

$$\sum_{j=0}^i \bar{A}^{i-j} \bar{B}_Y C A^j = \begin{bmatrix} 0 \\ A^{i+1} \end{bmatrix} - \bar{A}^{i+1} \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

この関係を用いれば、

$$\begin{aligned} & \mathcal{Y}_d \mathcal{O}_d(C, A) \\ &= \mathcal{H}_d \mathcal{T}_{d-1}(\bar{C}, \bar{A}, \bar{B}_Y, D_Y) \mathcal{O}_g(C, A) \\ &= \mathcal{H}_d \begin{bmatrix} D_Y C \\ \bar{C} \bar{B}_Y C + D_Y C A \\ \vdots \\ \bar{C} \sum_{i=0}^{g-1} \bar{A}^{d-i-1} \bar{B}_Y C A^i + D_Y C A^d \end{bmatrix} \\ &= \mathcal{H}_d \begin{bmatrix} (K + D_Q C) - \bar{C} \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} - D_Q C \\ (K + D_Q C) A - \bar{C} \bar{A} \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} - D_Q C A \\ \vdots \\ (K + D_Q C) A^d - \bar{C} \bar{A}^d \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} - D_Q C A^d \end{bmatrix} \\ &= \mathcal{H}_d \mathcal{O}_d(K, A) - \mathcal{H}_d \mathcal{O}_d(\bar{C}, \bar{A}) \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} \\ &= \mathcal{H}_d \mathcal{O}_d(K, A) \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

が得られる。同様に、整数 i ($0 \leq i \leq d-1$) に対して、

$$\begin{aligned} & \mathcal{T}_{d-1}(\bar{C}, \bar{A}, \bar{B}_Y, D_Y) \begin{bmatrix} 0_{p(d-i) \times m} \\ \mathcal{O}_i(C, A) B \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0_{p(d-i) \times m} \\ D_Y C B \\ \bar{C} \bar{B}_Y C B + D_Y C A B \\ \vdots \\ \bar{C} \sum_{j=0}^{i-1} \bar{A}^{d-j-1} \bar{B}_Y C A^j B + D_Y C A^i B \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0_{p(d-i) \times m} \\ \bar{C} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} \right) B + D_Y C B \\ \bar{C} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ A \end{bmatrix} - \bar{A} \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} \right) B + D_Y C A B \\ \vdots \\ \bar{C} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ A^i \end{bmatrix} - \bar{A}^i \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} \right) B + D_Y C A^i B \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0_{p(d-i) \times m} \\ \mathcal{O}_i(K, A) B - \mathcal{O}_i(\bar{C}, \bar{A}) \bar{B}_X \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

が成立するので、

$$\begin{aligned} & \mathcal{Y}_d \mathcal{T}_{d-1}(C, A, B, 0) \\ &= \mathcal{H}_d \mathcal{T}_{d-1}(\bar{C}, \bar{A}, \bar{B}_Y, D_Y) \mathcal{T}_{d-1}(C, A, B, 0) \quad (19) \\ &= \mathcal{H}_d \mathcal{T}_{d-1}(K, A, B, 0) - \mathcal{H}_d \mathcal{T}_{d-1}(\bar{C}, \bar{A}, \bar{B}_X, 0) \end{aligned}$$

よって、(15) 式に気をつければ (12) 式が成立する。□

上記の定理により、 $q = \dim A_q$ の値にも依存するが、完全次元オブザーバを併用した状態フィードバック制御器よりも（最小次数とは限らないが）低次の線形関数オブザーバを得ることができる。また、上記の結果は、 $D_*(z)$ を希望する分母多項式行列とした場合の Diophantine 方程式

$$X(z)D(z) + Y(z)N(z) = H(z)[D_*(z) - D(z)]$$

を解くことと同じである⁽⁷⁾。したがって、多項式行列を用いた制御系設計は、線形関数オブザーバの設計と等価であることが分かる。

$\mathcal{H}_d \mathcal{O}_d(\bar{C}, \bar{A}) = 0$ を満たす $\mathcal{H}_d$ は、 $d \geq \nu - 1$ なる d に対して常に存在するので、以下では $d \geq \nu - 1$ と仮定する。また、単に (14) 式を満たすだけの $\mathcal{H}_d$ は無数に存在するが、この中から最適な構造を有するものを探す方法については本論文では扱わない。 $\mathcal{H}_d$ の構造については、次章で示すような単純化をして、 $H(z)$ の自由度を整数 d の自由度だけに限定する。

3. 観測ノイズに対する準最適化

ここでは、簡単のため $H(z) = z^d I_m$ と設定する。このとき、(12) 式は

$$\mathcal{H}_d \mathcal{O}_d(K, A) = K A^d \dots\dots\dots (20)$$

となる。

観測出力は、図 2 に示すように実際の出力 $y(t)$ に観測ノイズ $w(t)$ が加わったものとする。ただし、 $w(t)$ は以下の性質を有する白色性の雑音とする。

$$\begin{aligned} E[w(t)] &= 0, \quad E[w(t)w^T(t)] = \Sigma > 0, \\ E[w(t)w^T(t+k)] &= 0, \quad k \neq 0 \text{ (integer)} \end{aligned} \quad \dots (21)$$

ここで、 $E[\cdot]$ は期待値を表す。

以上のような場合、線形関数オブザーバは次式のようになる。

$$\begin{aligned} \hat{x}(t+1) &= A_F \hat{x}(t) + B u(t) + F(y(t) + w(t)), \\ u(t) &= v(t) - K \hat{x}(t) \dots\dots\dots (22) \\ &+ Q(z) \hat{H}^{-1}(z) \{ \tilde{D}(z)(y(t) + w(t)) - \tilde{N}(z)u(t) \} \end{aligned}$$

$e(t)$ を次式で与えられる状態推定誤差とする。

図 1 観測ノイズを伴う制御系
Fig.1. The control system with measurement noise

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \dots\dots\dots (23)$$

このとき、次式が成立する。

$$e(t+1) = A_F e(t) - F w(t). \dots\dots\dots (24)$$

つぎに、 $\varepsilon(t)$ を次式で与えられる制御入力推定誤差とする。

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= -K e(t) - Q(z) \hat{H}^{-1}(z) \tilde{D}(z) w(t) \\ &= [K(zI - A_F)^{-1} F - Q(z) \hat{H}^{-1}(z) \tilde{D}(z)] w(t) \\ &=: \sum_{i=0}^d Y_i w(t-i) \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

上式より、 $\varepsilon(t)$ の共分散は、

$$E[\varepsilon(t)\varepsilon^T(t)] = \mathcal{Y}_d \Sigma \mathcal{Y}_d^T \dots\dots\dots (26)$$

となる。設計目的は、全系の内部安定性を保証し、かつ $\|E[\varepsilon(t)\varepsilon^T(t)]\|$ を最小化する線形関数オブザーバを設計することである。(26)式によれば、これは内部安定性を保証するという拘束条件の元で $\|\mathcal{Y}_d \Sigma^{1/2}\|^2$ を最小化することと同じことである。ただし、行列ノルムとして、フロベニウスノルムを採用する。したがって、以下のような簡単な最適化問題と定式化することができる。

$$\text{minimize } \|\mathcal{Y}_d \Sigma^{1/2}\|^2 \dots\dots\dots (27)$$

$$\text{subject to } \mathcal{Y}_d \mathcal{O}_d(C, A) = K A^d \dots\dots\dots (28)$$

さて、 $\mathcal{O}_d^T(C, A)^\dagger$ を $\Sigma^{-1/2} \mathcal{O}_d(C, A)$ の擬似逆行列とする。このとき、最適化問題 (27), (28) 式の解は

$$\mathcal{Y}_d = K A^d \mathcal{O}_d^T(C, A)^\dagger \Sigma^{-1/2} \dots\dots\dots (29)$$

と与えられる⁽⁸⁾。上式で求められる $\mathcal{Y}_d$ を (12) 式に代入することで $\mathcal{X}_d$ が、さらにそれらを (11) 式に代入することで $X(z), Y(z)$ が求められる。この $X(z), Y(z)$ は、整数 $d \geq \nu - 1$ と $H(z) = z^d I_m$ が固定された場合に最適な線形関数オブザーバを与える。つまり、本手法でいう“準最適”とは、最適でないかも知れない d と $H(z)$ を予め設定したうえで、その制限の中での最適な観測器を選んでいうことを意味している。

文献(7)では、本論文と同じ拘束条件 ((28) 式) のもとで、より複雑な評価関数 (文献(7), (18) 式) の最小化問題を考えている。本論文も文献(7)も擬似逆行列を求めることで最適化が可能ではある。しかし、文献(7)の場合、擬似逆行列を求めるべき行列を導出するために、クロネッカー積や行展開、さらにはフロベニウスノルムの性質を利用するなど難解な式変形が要求される。このような変形は、オンラインで制御器を求める必要がある適応制御系への発展が困難であると思われる。それに対して本論文の場合には、容易に構成が可能な可観測行列 $\mathcal{O}_d(C, A)$ の擬似逆行列の計算で最適化ができ、ここでは示さないが文献(7)と比較しても遜色のないシミュレーション結果を数多く得ることができるので、より実践的な方法であると考えられる。

以上は d を $\nu - 1$ 以上のある整数に固定した場合の議論であるが、 d の値を大きくするにしたがってノイズ除去効果が一般に増すことを以下に示そう。(27), (28) 式で d を $d+1$ と置き換えた場合を考える。ここで、

$$\mathcal{Y}_{d+1} = [0_{m \times p} \quad \mathcal{Y}_d^{opt}] \dots\dots\dots (30)$$

とおく。ただし、 $\mathcal{Y}_d^{opt}$ は最適化問題 (27), (28) 式の解である。このとき、

$$\mathcal{Y}_{d+1} \mathcal{O}_{d+1}(C, A) = \mathcal{Y}_d^{opt} \mathcal{O}_d(C, A) A = K A^{d+1} \quad (31)$$

なので、(30) 式は (28) 式で d を $d+1$ と置き換えた場合の解となっている。いま、 $d+1$ の場合の最適解を $\mathcal{Y}_{d+1}^{opt}$ とすると、

$$\|\mathcal{Y}_{d+1}^{opt}\| \leq \|\mathcal{Y}_{d+1}\| = [0_{m \times p} \quad \mathcal{Y}_d^{opt}] = \|\mathcal{Y}_d^{opt}\|$$

が成立する。上式は、 d のときの最適解よりも $d+1$ のときの最適解の方がノルムの意味で小さくなっていることを示している。この場合、観測器の設計計算手段自体は擬似逆行列の計算だけであるので、観測器の導出が複雑化する訳ではない。しかしながら、基本的に逆行列を求めるべき行列のサイズが大きくなる以上、それに相応した計算量が増すことになる。したがって、適応制御系への応用を意識した場合には、適当な d の選択法を考察するべきであろう。

4. 数 値 例

以下のような2入出力系を考える。

$$\begin{aligned} y(t) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{z-1.4} & 0 \\ -0.3 & 0.8z+1 \end{bmatrix} u(t) \\ &= N(z) D^{-1}(z) u(t) \\ D(z) &= \begin{bmatrix} z-1.4 & 0 \\ 0 & z^2+1.2z+0.11 \end{bmatrix}, \\ N(z) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.3 & 0.8z+1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (32)$$

上記のシステムに対する最小実現として

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.11 & -1.2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.3 & 1 & 0.8 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

なるものが考えられる。この場合、

$$\mathcal{O}_1 = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.3 & 1 & 0.8 \\ 1.4 & 0 & 0 \\ -0.42 & -0.88 & 0.04 \end{bmatrix},$$

なので、可観測指数の最大値は $\nu = 2$ である。また、フィードバックゲイン K を

図 2 従来手法による入力 ($d = 1$)
Fig. 2. Input of the convensional method ($d = 1$)

図 4 提案手法による入力 ($d = 1$)
Fig. 4. Input of the proposed method ($d = 1$)

図 3 従来手法による出力 ($d = 1$)
Fig. 3. Output of the convensional method ($d = 1$)

図 5 提案手法による出力 ($d = 1$)
Fig. 5. Output of the proposed method ($d = 1$)

$$K = \begin{bmatrix} 1.4 & 0 & 0 \\ 0 & -0.11 & -1.2 \end{bmatrix}.$$

と与える。これは、閉ループ系の極をすべて原点に指定するゲインとなっている。

外部基準入力として、矩形波を与え、観測ノイズ $w(t)$ の共分散行列を

$$E[w(t)w^T(t)] = 0.1I_2$$

と設定した。

Case 1 (自由度を使わない $d = 1$ のとき)

$\hat{O}_1$ の 3 行目を削除して、

$$\hat{O}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.3 & 1 & 0.8 \\ -0.42 & -0.88 & 0.04 \end{bmatrix}$$

を構成し、(28) 式の解を

$$\mathcal{Y}_1 = KA \left[\hat{O}_{11}^{-1} \hat{O}_{12}^{-1} \ 0_{3 \times 1} \ \hat{O}_{13}^{-1} \right]$$

と求めた。ただし、 $\hat{O}_{1i}^{-1}$ は $\hat{O}_1^{-1}$ の i 列目を表す。このとき、 $\|\mathcal{Y}_1\| = 12.24$ となった。図 2 は観測ノイズが加わった場合の線形関数オブザーバの出力 (制御入力) を表し、図 3 はそれを用いた場合の制御対象の出力を表している。

Case 2 (提案手法で $d = 1$ のとき)

Case 1 と同じ $H(z)$ を用いて (28) 式のノルム最小解を使うと、 $\|\mathcal{Y}_1\| = 11.52$ となり、Case 1 よりも小さくなった。

図 6 提案手法による出力 ($d = 3$)
Fig. 6. Input of the proposed method ($d = 3$)

図 7 提案手法による出力 ($d = 5$)
Fig. 7. Output of the proposed method ($d = 5$)

た。この場合の入出力を図 4, 5 に示すが、これらの図からも観測ノイズに対して入出力が Case 1 に比べれば影響を受けていないことが分かる。

Case 3 (提案手法で $d = 3$ のとき)

この場合には、 $H(z) = z^3 I_2$ であり、(28) 式のノルム最小解を用いると $\|y_3\| = 6.588$ となった。この場合の入出力を図 6 に示す。

Case 4 (提案手法で $d = 5$ のとき)

この場合には、 $H(z) = z^5 I_2$ であり、(28) 式のノルム最小解を用いると $\|y_5\| = 5.449$ となった。この場合の入出力を図 7 に示すが、これらの図からも d を大きくするにつれて観測ノイズの影響が低減化されていることが分かる。

5. おわりに

本論文では、観測ノイズの影響を考慮した線形関数オブザーバの構成法を示した。ここでは示さなかったが、文献(7)のようなタイトな評価を行った場合とさほど変わらないシミュレーション結果を得ることができた。すなわち、本論文で提案した線形関数オブザーバを用いた極配置系は、観測ノイズの影響を小さくする効果があるといえよう。したがって、厳密な評価をして計算量を増やす方法⁽⁷⁾よりも実践的であると考え、本手法の適応制御系への応用については、稿を改めて述べたい。

(平成 11 年 4 月 12 日受付, 同 11 年 7 月 16 日再受付)

文 献

- (1) M. Vidyasagar, *Control System Synthesis : a Factorization Approach*, MIT Press, MA, 1985.
- (2) 前田肇, 杉江俊治: アドバンスド制御のためのシステム制御理論, 朝倉書店 (平 2)
- (3) 美多 勉: H_∞ 制御, 昭晃堂 (平 6)
- (4) D. W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tuffs : "Generalized Predictive Control part I and II", *Automatica*, **23**, 137~160 (1987-2)
- (5) 武藤康彦: 「観測ノイズを伴う EMM 系の一構成法」, 計自論, **28**, 222~227 (平 4-2)
- (6) 加瀬 渡: 「観測ノイズを伴う系に対する極配置制御系の一構成法」, 電学論, **118-C**, 398~402 (平 10-3)
- (7) 加瀬 渡: 「観測ノイズを伴う離散時間多変数系に対するフィードバック制御系の一構成法」, システム制御情報学会論文誌, **12**, 178~184 (平 11-3)
- (8) 児玉慎三, 須田信英: システム制御理論のためのマトリクス理論, 計測自動制御学会 (昭 53)
- (9) 加瀬 渡, 田村捷利: 「多項式ベクトル空間の最小次数基底の計算法とその応用」, 計自論, **29**, 1276~1282 (平 5-11)
- (10) 加瀬 渡: 「多項式行列の拡張計算アルゴリズムと安定化制御器の一般形の別表現」, 計自論, **34**, 1883~1888 (平 10-12)

奥 野 秀 樹 (正員) 電学論 vol.118, no.11 参照.

寺 西 信 (正員) 平成 10 年 3 月, 大阪工業大学工学部電気工学科卒業。同年 4 月, 徳山工業高等専門学校情報電子工学科技官, 現在に至る。システム制御理論とその応用に関する研究に従事。

加 瀬 渡 (正員) 電学論 vol.118, no.11 参照