w 演算子を用いた周波数領域部分空間同定法

正 員 楊 子 江 (九州工業大学)

非会員 眞 田 新 吾 (九州工業大学)

Frequency Domain Subspace Model Identification with the Aid of the w -Operator

Zi-Jiang Yang, Member, Shingo Sanada, Non-member (Kyushu Institute of Technology)

Frequency domain subspace identification algorithms have been studied recently by several researchers in the literature, motivated by the significant development of the more popular time domain counterparts. Usually, this class of methods are focused on discrete-time models, since in the case of continuous-time models, the data matrices often become ill-conditioned if we simply rewrite the Laplace operator s as $s = j\omega$, where ω denotes the frequency. This paper proposes an efficient and convenient approach to frequency domain subspace identification for continuous-time systems. The operator $w = (s - \alpha)/(s + \alpha)$ is introduced to avoid the ill-conditioned problem. Hence the system can be identified based on a state-space model in the w -operator. And then the estimated w -operator state-space model can be transformed back to the common continuous-time state-space model. An instrumental variable matrix in the frequency domain is also proposed to obtain consistent estimates of the equivalent system matrices in the presence of measurement noise. Simulation results are included to verify the efficiency of the proposed algorithms.

キーワード：部分空間同定法，連続時間系， w 演算子，周波数応答，補助変数

1. はじめに

最近のエレクトロニクス技術の飛躍的發展のおかげで，高性能なスペクトルアナライザなどによって同定対象の周波数特性を手軽に測定できる場合が少なくない。計測されたシステムの周波数応答からパラメトリックモデルを合成する研究が古くから研究されてきたが^{(1)~(3)}，従来の手法は，非線形最適化のための反復計算を必要とし，収束性が保証されないといった問題点が指摘されている⁽⁴⁾。

ここ数年，システム同定の分野で，SVD や LQ 分解などの数値的に安定なアルゴリズムを利用する部分空間同定法が精力的に研究され，脚光を浴びている^{(5)~(8)}。時間領域における部分空間同定法の研究に刺激され，周波数領域部分空間同定法も幾つか報告された^{(9)~(11)}。そのうち，文献(9)(10)は離散時間モデルに対して検討している。同定できた離散時間モデルを双一次変換 $z = (2 + sT)/(2 - sT)$ (z, s, T はそれぞれ z 演算子，ラプラス演算子およびサンプリング周期である)によってもとの連続時間系へ変換できるが，双一次変換における近似誤差のために生じた周波数ひずみを補正する必要がある⁽¹⁰⁾。一方，連続時間モデルを直接同定することも考えられるが，微分演算に対応するラプラス演算子をそのまま $s = j\omega$ とおいた場合，データ行列の条件数が非常に大きくなり，同定問題が悪条件に

陥ってしまう⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。そこで，文献(11)は Forsythe 直交多項式⁽¹²⁾を用いた逐次演算によって，データ行列の条件数を改善し，良好な結果を得た。しかし，計算手順が煩雑で，一般ユーザーにとっては難解である。

最近，時間領域における連続時間系の状態変数モデルの同定に関して， w 演算子を用いた手法が提案されている^{(13)~(15)}。これは，微分信号を直接用いるのを避けるために，演算子 $w = (s - \alpha)/(s + \alpha)$ ， $\alpha > 0$ を用いて，同定対象と入出力関係が等価な w 演算子状態空間モデルを導出してから，部分空間同定法を適用する手法である。 w 演算子は，ノンパラメトリックモデルの同定でよく使われているラグールフィルタと対応しているので，システムの次数が高い場合でも，同定に使われるデータ行列の条件数が著しく大きくなることはないという利点を持っている^{(13)~(16)}。本論文は， w 演算子を用いた手法を周波数領域における同定に拡張して，連続時間系の周波数領域部分空間同定法を提案する。まず，導出された等価な w 演算子状態空間モデルに $w(j\omega) = (j\omega - \alpha)/(j\omega + \alpha)$ を代入し，周波数領域における同定モデルを導出してから，部分空間同定法を適用する。同定された w 演算子状態空間モデルを逆変換すれば，普通のラプラス演算子状態空間モデルが得られる。 w 演算子も一種の双一次変換であるが，これは単なる一種の変数変換であるので，連続と離散の間の双一次変換のよう

に近似誤差が生じないので、ひずみを補正する必要がない。

これまでに報告された周波数領域部分空間同定法は、観測雑音の分散などに関する情報に基づいた重み行列を利用することによって一致推定結果を得ているが⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾、現実には雑音の性質を事前に入手することが難しい。そこで、本論文では、周波数領域で w 演算子に基づいた補助変数行列を提案し、それによって一致推定結果が得られることを示す。最後に、本論文で提案される手法の有効性を数値計算例によって明らかにする。

2. 問題の設定

同定対象となる線形連続時間系は次のような連続時間状態空間モデルで表されるとする。

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_c x(t) + B_c u(t) \\ y(t) &= C_c x(t) + D_c u(t)\end{aligned}\quad (1)$$

ただし、 $u(t) \in R^m$, $y(t) \in R^l$, $x(t) \in R^n$ はそれぞれ入力信号、出力信号、状態変数であり、 $A_c \in R^{n \times n}$, $B_c \in R^{n \times m}$, $C_c \in R^{l \times n}$, $D_c \in R^{l \times m}$ 。

上式およびその伝達関数はラプラス演算子 s によってそれぞれ次のように表現される。

$$\begin{aligned}sX(s) &= A_c X(s) + B_c U(s) \\ Y(s) &= C_c X(s) + D_c U(s)\end{aligned}\quad (2)$$

$$G_c(s) = C_c(sI_n - A_c)^{-1} B_c + D_c \quad (3)$$

ただし、 I_n は $n \times n$ の単位行列である。

また、入力を $U(s) = I_{m \times 1}$ とすると、出力は $G_c(s)$ となり、(2) 式は次式のようにになる。

$$\begin{aligned}sX(s) &= A_c X(s) + B_c I_{m \times 1} \\ G_c(s) &= C_c X(s) + D_c I_{m \times 1}\end{aligned}\quad (4)$$

ただし、 $I_{m \times 1}$ は各要素がすべて 1 である m 次元の縦ベクトルである。(3) 式または (4) 式に $s = j\omega$ を代入すれば、システムの周波数応答が $G_c(j\omega)$ で表現されることが明らかである。

ここで、次のように M 点の周波数における周波数応答の測定値が得られたと仮定する。

$$G_m(j\omega_k) = G_c(j\omega_k) + N(j\omega_k), \quad k = 1, \dots, M \quad (5)$$

ただし、 $N(j\omega_k)$ は平均値ゼロの確率観測雑音である。

我々の目的は、雑音で汚された周波数応答の測定値から (1) 式と等価な状態空間モデルを同定することである。

3. w 演算子モデル

〈3・1〉 w 演算子モデルの導入 文献ですでに指摘されたように (4) 式に対して直接同定を行う場合、特にシステムの次数が高いときに、データ行列の条件数が非常に大きくなり、同定問題が悪条件に陥る⁽¹¹⁾。そこで、 s を直接利用するのを避けるために、次のような w 演算子を導入する^{(13)~(15)}。

$$w = \frac{s - \alpha}{s + \alpha} \quad (6)$$

ただし、 $\alpha > 0$ である。周波数領域で、 w 演算子は

$$w(j\omega) = \frac{j\omega - \alpha}{j\omega + \alpha} \quad (7)$$

となる。

(6) 式より、ラプラス演算子 s は

$$s = \alpha \frac{1 + w}{1 - w} \quad (8)$$

と表現される。(3) 式の伝達関数に代入すると、次式のような w 演算子伝達関数が得られる。

$$G_w(w) = C_w(wI_n - A_w)^{-1} B_w + D_w \quad (9)$$

この伝達関数と等価な w 演算子状態空間モデルは次のように書ける。

$$\begin{aligned}wX_w(s) &= A_w X_w(s) + B_w U(s) \\ Y(s) &= C_w X_w(s) + D_w U(s)\end{aligned}\quad (10)$$

ただし、

$$\begin{aligned}A_w &= (A_c + \alpha I_n)^{-1} (A_c - \alpha I_n) \\ B_w &= \sqrt{2\alpha} (A_c + \alpha I_n)^{-1} B_c \\ C_w &= \sqrt{2\alpha} C_c (A_c + \alpha I_n)^{-1} \\ D_w &= D_c - C_c (A_c + \alpha I_n)^{-1} B_c\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}A_c &= \alpha (I_n - A_w)^{-1} (I_n + A_w) \\ B_c &= \sqrt{2\alpha} (I_n - A_w)^{-1} B_w \\ C_c &= \sqrt{2\alpha} C_w (I_n - A_w)^{-1} \\ D_c &= D_w + C_w (I_n - A_w)^{-1} B_w\end{aligned}\quad (12)$$

(11) 式から分かるように、(9) 式または (10) 式の w 演算子モデルが存在するためには、 $\det(A_c + \alpha I_n) \neq 0$ でなければならない。ゆえに、 $-\alpha \notin \lambda(A_c)$ (ここで、 $\lambda(\cdot)$ は行列の固有値を表す) が必要である^{(13)~(15)}。すなわち、 $-\alpha$ がシステムの一つの実数極と一致することを避ける必要がある。以下、この仮定のもとで議論を進める。なお、同定を行うための適切な α を選定する方針については文献 (14) を参照されたい。

〈3・2〉 w 演算子モデルの性質 具体的同定アルゴリズムについて検討する前に、まず w 演算子モデルのいくつかの性質について述べる。

〔補題 1〕 (3) 式のラプラス演算子伝達関数モデルおよび (9) 式の w 演算子伝達関数モデルにおいて、次の関係が成立する。

$$j\omega \notin \lambda(A_c) \Leftrightarrow w(j\omega) \notin \lambda(A_w)$$

(証明) $j\omega \notin \lambda(A_c)$ であれば、

$$\det(j\omega I_n - A_c) \neq 0$$

が得られる。そこで、(7) 式から $j\omega$ を求め、それに代入して整理すると、

$$\det(w(j\omega)I_n - A_w) \neq 0$$

が得られるので、 $w(j\omega) \notin \lambda(A_w)$ が成立する。

同じように、 $w(j\omega) \notin \lambda(A_w)$ であれば、 $j\omega \notin \lambda(A_c)$ が証明できる。□

〔補題 2〕 (3) 式のラプラス演算子伝達関数モデルおよび (9) 式の w 演算子伝達関数モデルにおいて、 $j\omega \notin \lambda(A_c)$ であれば、次の関係が成立する。

$$G_w(w(j\omega)) = G_c(j\omega)$$

(証明) 補題 1 の結果のもとで、(7) と (11) 式を (9) 式に代入して計算すればよい。□

上記の二つの補題は、もとのラプラス演算子モデルの周波数応答が存在すれば、 w 演算子モデルの周波数応答も存在し、しかも両者が等しいことを意味する。

〔補題 3〕 (2) 式のラプラス演算子状態空間モデルが可制御であれば、

$$[B_w \ A_w B_w \ A_w^2 B_w \ \cdots \ A_w^{q-1} B_w]$$

は行フルランクである。ただし、 $q \geq n$ である。

(証明) 条件より、任意の複素数 λ に対して、行列 $[A_c - \lambda I_n \ B_c]$ が行フルランクである⁽¹⁸⁾。一方、(11) 式より

$$[A_w - \lambda I_n \ B_w] = (A_c + \alpha I_n)^{-1} [A_c - (\alpha + \lambda) I_n \ \sqrt{2\alpha} B_c]$$

となるので、 $[A_w - \lambda I_n \ B_w]$ も行フルランクであることが明らかである。すなわち、

$$[B_w \ A_w B_w \ A_w^2 B_w \ \cdots \ A_w^{q-1} B_w]$$

も行フルランクである⁽¹⁸⁾。□

上記の結論と文献 (10) の Lemma 2 より、次の結果が得られる。

〔補題 4〕 (2) 式のラプラス演算子状態空間モデルが可制御であれば、 $j\omega_k \notin \lambda(A_c)$ を満足するような $\omega_k (k = 1, \dots, M)$ に対して、行列

$$\begin{bmatrix} (w(j\omega_1)I_n - A_w)^{-1} B_w & (w(j\omega_2)I_n - A_w)^{-1} B_w & \cdots & (w(j\omega_M)I_n - A_w)^{-1} B_w \end{bmatrix}$$

は行フルランクである。

同様に、(2) 式のラプラス演算子状態空間モデルが可観測であれば、以下の二つの補題を示すことができる。

〔補題 5〕 (2) 式のラプラス演算子状態空間モデルが可観測であれば、

$$\Gamma_q = \begin{bmatrix} C_w \\ C_w A_w \\ \vdots \\ C_w A_w^{q-1} \end{bmatrix}$$

は列フルランクである。ただし、 $q \geq n$ である。

〔補題 6〕 (2) 式のラプラス演算子状態空間モデルが可観測であれば、 $j\omega_k \notin \lambda(A_c)$ を満足するような $\omega_k (k = 1, \dots, M)$ に対して、行列

$$\begin{bmatrix} C_w T(w(j\omega_1)I_n - A_w T)^{-1} & I_l \\ C_w T(w(j\omega_2)I_n - A_w T)^{-1} & I_l \\ \vdots & \vdots \\ C_w T(w(j\omega_M)I_n - A_w T)^{-1} & I_l \end{bmatrix}$$

は列フルランクである。

〈3・3〉 データ行列の構成 周波数領域で、 w 演算子状態空間モデルは次式のように表される。

$$\begin{aligned} w(j\omega)X_w(j\omega) &= A_w X_w(j\omega) + B_w I_{m \times 1} \\ G_c(j\omega) &= C_w X_w(j\omega) + D_w I_{m \times 1} \end{aligned} \quad (13)$$

上式に対して、周波数 ω における周波数応答の測定値 $G_m(j\omega)$ を用いれば、次の関係を導くことができる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} w^0(j\omega)G_m^f(j\omega) \\ w^1(j\omega)G_m^f(j\omega) \\ \vdots \\ w^{i-1}(j\omega)G_m^f(j\omega) \end{bmatrix} &= \Gamma_i X_w^f(j\omega) + \\ H_i \begin{bmatrix} w^0(j\omega)I_m^f(j\omega) \\ w^1(j\omega)I_m^f(j\omega) \\ \vdots \\ w^{i-1}(j\omega)I_m^f(j\omega) \end{bmatrix} &+ \begin{bmatrix} w^0(j\omega)N^f(j\omega) \\ w^1(j\omega)N^f(j\omega) \\ \vdots \\ w^{i-1}(j\omega)N^f(j\omega) \end{bmatrix} \quad \cdots (14) \end{aligned}$$

ただし、

$$H_i = \begin{bmatrix} D_w & O & \cdots & O \\ C_w B_w & D_w & \cdots & O \\ C_w A_w B_w & C_w B_w & \cdots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & O \\ C_w A_w^{i-2} B_w & C_w A_w^{i-3} B_w & \cdots & D_w \end{bmatrix} \quad \cdots (15)$$

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} C_w \\ C_w A_w \\ \vdots \\ C_w A_w^{i-1} \end{bmatrix} \quad \cdots (16)$$

$$\begin{aligned} G_m^f(j\omega) &= \frac{\sqrt{2}\alpha}{j\omega + \alpha} G_m(j\omega) \\ X_w^f(j\omega) &= \frac{\sqrt{2}\alpha}{j\omega + \alpha} X_w(j\omega) \\ I_m^f(j\omega) &= \frac{\sqrt{2}\alpha}{j\omega + \alpha} I_{m \times 1} \\ N^f(j\omega) &= \frac{\sqrt{2}\alpha}{j\omega + \alpha} N(j\omega) \end{aligned} \quad \cdots (17)$$

さらに、複数個の周波数 $\omega_k (k = 1, \dots, M)$ における周波数応答の測定値を用いれば、(14) 式より以下の式が得られる。

$$\mathbf{G}_{i,M}^f = \mathbf{F}_i \mathbf{X}_{wM}^f + \mathbf{H}_i \mathbf{I}_{i,M}^f + \mathbf{N}_{i,M}^f \quad \cdots (18)$$

ただし,

$$\mathbf{G}_{i,M}^f = \begin{bmatrix} w^0(j\omega_1)G_m^f(j\omega_1) & \cdots & w^0(j\omega_M)G_m^f(j\omega_M) \\ w^1(j\omega_1)G_m^f(j\omega_1) & \cdots & w^1(j\omega_M)G_m^f(j\omega_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ w^{i-1}(j\omega_1)G_m^f(j\omega_1) & \cdots & w^{i-1}(j\omega_M)G_m^f(j\omega_M) \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{I}_{i,M}^f = \begin{bmatrix} w^0(j\omega_1)I_m^f(j\omega_1) & \cdots & w^0(j\omega_M)I_m^f(j\omega_M) \\ w^1(j\omega_1)I_m^f(j\omega_1) & \cdots & w^1(j\omega_M)I_m^f(j\omega_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ w^{i-1}(j\omega_1)I_m^f(j\omega_1) & \cdots & w^{i-1}(j\omega_M)I_m^f(j\omega_M) \end{bmatrix} \quad \cdots (20)$$

$$\mathbf{N}_{i,M}^f = \begin{bmatrix} w^0(j\omega_1)N^f(j\omega_1) & \cdots & w^0(j\omega_M)N^f(j\omega_M) \\ w^1(j\omega_1)N^f(j\omega_1) & \cdots & w^1(j\omega_M)N^f(j\omega_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ w^{i-1}(j\omega_1)N^f(j\omega_1) & \cdots & w^{i-1}(j\omega_M)N^f(j\omega_M) \end{bmatrix} \quad \cdots (21)$$

$$\mathbf{X}_{wM}^f = [X_w^f(j\omega_1), X_w^f(j\omega_2), \dots, X_w^f(j\omega_M)] \quad \cdots (22)$$

上記の各データ行列に使われているデータの预处理操作

$$\frac{\sqrt{2}\alpha}{j\omega + \alpha} \left(\frac{j\omega - \alpha}{j\omega + \alpha} \right)^j \quad (j = 0, 1, \dots, i-1)$$

は, 近年ノンパラメトリックモデルの同定でよく使われているラゲルフィルタ

$$\frac{\sqrt{2}\alpha}{s + \alpha} \left(\frac{s - \alpha}{s + \alpha} \right)^j \quad (j = 0, 1, \dots, i-1)$$

の周波数領域での表現である。これは, 1 次のローパスの項と j 次のオールパスの項から構成されており, そのインパルス応答は古典的なラゲル直交関数である⁽¹⁶⁾。

これまで, ラゲルフィルタはおもに線形システムの近似問題を中心に研究されてきたが⁽¹⁶⁾, 本研究は, データ行列の条件数の改善という目的でラゲルフィルタを導入している。部分空間同定法の結果が (20) 式の入力データ行列 $\mathbf{I}_{i,M}^f$ の条件数によって大きく左右されることが知られている⁽⁸⁾。 $\mathbf{I}_{i,M}^f$ において, 各行のデータは $(j\omega - \alpha)/(j\omega + \alpha)$ のべき乗が異なり, すなわち, 振幅が変わらないが, 各行のデータは $(j\omega - \alpha)/(j\omega + \alpha)$ のべき乗によって位相がずらされている。したがって, α を適切に選べば, 行列 $\mathbf{I}_{i,M}^f$ の各行が独立となり, 行列の条件数の改善が期待できる⁽¹⁶⁾。一方, ラプラス演算子モデル (2) 式を直接用いると, $\mathbf{I}_{i,M}^f$ に対応するデータ行列は

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{m \times 1} & \cdots & \mathbf{I}_{m \times 1} \\ (j\omega_1)\mathbf{I}_{m \times 1} & \cdots & (j\omega_M)\mathbf{I}_{m \times 1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (j\omega_1)^{i-1}\mathbf{I}_{m \times 1} & \cdots & (j\omega_M)^{i-1}\mathbf{I}_{m \times 1} \end{bmatrix}$$

となる。各行のデータは $j\omega$ のべき乗が異なっているため, 特に低周波または高周波領域において, 各行間の振幅の差が非常に大きくなることがしばしば起こる。結局, 同定に使うデータ行列の条件数が非常に大きくなり, 同定結果が著しく劣化するおそれがある⁽¹¹⁾。

実際に, 我々が求めたい係数行列が実数であるので, (18) 式の代わりに次式に対して同定を行う。

$$\mathbf{G}_{i,M}^f = \mathbf{F}_i \mathbf{X}_{wM}^f + \mathbf{H}_i \mathbf{I}_{i,M}^f + \mathbf{N}_{i,M}^f \quad \cdots (23)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{i,M}^f &= \begin{bmatrix} \text{Re } \mathbf{G}_{i,M}^f & \text{Im } \mathbf{G}_{i,M}^f \end{bmatrix} \\ \mathbf{X}_{wM}^f &= \begin{bmatrix} \text{Re } \mathbf{X}_{wM}^f & \text{Im } \mathbf{X}_{wM}^f \end{bmatrix} \\ \mathbf{I}_{i,M}^f &= \begin{bmatrix} \text{Re } \mathbf{I}_{i,M}^f & \text{Im } \mathbf{I}_{i,M}^f \end{bmatrix} \\ \mathbf{N}_{i,M}^f &= \begin{bmatrix} \text{Re } \mathbf{N}_{i,M}^f & \text{Im } \mathbf{N}_{i,M}^f \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \cdots (24)$$

4. 部分空間同定アルゴリズム

〈4・1〉 MOESP 法 まず, 雑音を無視した場合の部分空間同定法として, Verhaegen らによって提案された MOESP 法 (MIMO Output-Error State Space model identification approach)^{(6)~(8)}を w 演算子状態空間モデルの同定に適用する。

MOESP 法を検討する前に, まず次の定理を述べておく。

〔定理 1〕 (2) 式のラプラス演算子モデルが可制御であれば, $j\omega_k \notin \lambda(\mathbf{A}_c)$ を満足するような $\omega_k (k = 1, \dots, M)$ に対して,

$$\text{rank} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{i,M}^f \\ \mathbf{X}_{wM}^f \end{bmatrix} \right) = mi + n$$

が成立する。ただし, $M \geq i + n$ である。

(証明) 定理条件と補題 2 より, $\omega_k (k = 1, \dots, M)$ に対して, $G_w(w(j\omega_k)) = G_c(j\omega_k)$ が存在する。補題 3 と補題 4 の結論を利用して, 文献 (10) の Lemma 5 の証明過程を参考にすれば, 次の結果が証明できる。

$$\text{rank} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{i,M}^f \\ \mathbf{X}_{wM}^f \end{bmatrix} \right) = mi + n$$

さらに, 文献 (10) の Lemma 3 より, 定理の結論が成立する。□

そこで, $\mathbf{I}_{i,M}^f$ のゼロ空間への射影

$$\mathbf{\Pi}_\perp^\perp = \mathbf{I}_{2M} - \mathbf{I}_{i,M}^{fT} \left(\mathbf{I}_{i,M}^f \mathbf{I}_{i,M}^{fT} \right)^{-1} \mathbf{I}_{i,M}^f \quad \cdots (25)$$

を定義し, (23) 式に右からかけると, 次の関係が得られる。

$$\mathbf{G}_{i,M}^f \mathbf{\Pi}_\perp^\perp = \mathbf{F}_i \mathbf{X}_{wM}^f \mathbf{\Pi}_\perp^\perp \quad \cdots (26)$$

ただし, (23) 式の右辺にある雑音項 $\mathbf{N}_{i,M}^f$ による影響に関

する議論は後述の補助変数法に委ねるので、ここでは無視することにする。(26)式において、 $\text{rank}(\mathcal{G}_{i,M}^f \Pi_{\mathcal{I}}^\perp) = n$ 、 $\text{rank}(\Gamma_i \mathcal{X}_{wM}^f \Pi_{\mathcal{I}}^\perp) = n$ であれば、 $\mathcal{G}_{i,M}^f \Pi_{\mathcal{I}}^\perp$ と Γ_i の列空間が等しくなり、 Γ_i の列空間を推定することができる⁽⁵⁾⁽⁶⁾。このことは以下のように説明できる。

入出力信号のデータ行列及び入力信号と状態変数のデータ行列のLQ分解は以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} \mathcal{I}_{i,M}^f \\ \mathcal{G}_{i,M}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{O} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 \\ \mathbf{Q}_2 \end{bmatrix} \quad \dots (27)$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{I}_{i,M}^f \\ \mathcal{X}_{wM}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{O} \\ \mathbf{R}_{x1} & \mathbf{R}_{x2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 \\ \mathbf{Q}_x \end{bmatrix}$$

ただし、 $\mathbf{R}_{11} \in R^{mi \times mi}$ 、 $\mathbf{R}_{21} \in R^{li \times mi}$ 、 $\mathbf{R}_{22} \in R^{li \times li}$ 、 $\mathbf{R}_{x1} \in R^{n \times mi}$ 、 $\mathbf{R}_{x2} \in R^{n \times n}$ 。

(23)と(27)式より、次式を導くことができる。

$$\Gamma_i \mathbf{R}_{x1} \mathbf{Q}_1 + \Gamma_i \mathbf{R}_{x2} \mathbf{Q}_x = (\mathbf{R}_{21} - \mathbf{H}_i \mathbf{R}_{11}) \mathbf{Q}_1 + \mathbf{R}_{22} \mathbf{Q}_2 \quad \dots (28)$$

ただし、(23)式にある雑音項は無視されている。上式に $\mathbf{Q}_2 \mathbf{Q}_1^T = \mathbf{0}$ 、 $\mathbf{Q}_x \mathbf{Q}_1^T = \mathbf{0}$ および $\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_1^T = \mathbf{I}_{mi}$ を適用すれば、次の結果を得ることができる。

$$\mathbf{R}_{22} \mathbf{Q}_2 = \Gamma_i \mathbf{R}_{x2} \mathbf{Q}_x \quad \dots (29)$$

すなわち、

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{i,M}^f \Pi_{\mathcal{I}}^\perp &= \mathbf{R}_{22} \mathbf{Q}_2 \\ &= \Gamma_i \mathbf{R}_{x2} \mathbf{Q}_x \\ &= \Gamma_i \mathcal{X}_{wM}^f \Pi_{\mathcal{I}}^\perp \end{aligned} \quad \dots (30)$$

ただし、

$$\Pi_{\mathcal{I}}^\perp = \mathbf{I}_{2M} - \mathbf{Q}_1^T \mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_2^T \mathbf{Q}_2 \quad \dots (31)$$

定理1の結論より、行列 $\mathbf{R}_{x2}$ がフルランクであるので、 $\text{rank}(\mathbf{R}_{x2} \mathbf{Q}_x) = n$ である。さらに、補題5より、 $\text{rank}(\Gamma_i) = n$ であるので、 $\text{rank}(\Gamma_i \mathbf{R}_{x2} \mathbf{Q}_x) = \text{rank}(\mathbf{R}_{22} \mathbf{Q}_2) = n$ である。すなわち、 Γ_i の列空間が $\mathbf{R}_{22}$ の列空間に等しい。なお、 $\mathbf{R}_{22}$ の列空間の基底ベクトルは、次のような特異値分解によって求められる。

$$\mathbf{R}_{22} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n & \mathbf{U}_n^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{S}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n^T \\ (\mathbf{V}_n^\perp)^T \end{bmatrix} \quad \dots (32)$$

ただし、 $\mathbf{U}_n \in R^{li \times n}$ 、 $\mathbf{U}_n^\perp \in R^{li \times (li-n)}$ 、 $\mathbf{S}_n \in R^{n \times n}$ 、 $\mathbf{S}_2 \in R^{(li-n) \times (li-n)}$ 、 $\mathbf{V}_n^T \in R^{n \times li}$ 、 $(\mathbf{V}_n^\perp)^T \in R^{(li-n) \times li}$ 。ここで、 n はシステムの推定次数であり、 $\mathbf{R}_{22}$ の li 個の特異値のうち、比較的に大きなものの数である。

$\mathbf{R}_{22}$ の列空間は正規直交行列 $\mathbf{U}_n$ によって張られるので、

$$\Gamma_i \mathbf{T} = \mathbf{U}_n \quad \dots (33)$$

が成立するような正則行列 $\mathbf{T}$ が存在する。

以上の議論より、我々は以下に示されるMOESP法を用

いて、 w 演算子状態空間モデルおよびもとのラプラス演算子状態空間モデルを同定することができる⁽⁵⁾⁽⁶⁾

Step 1 必要なデータ行列 $\mathcal{G}_{i,M}^f$ 、 $\mathcal{I}_{i,M}^f$ を構成する。ただし、 $i > n$ である。

Step 2 データ行列のLQ分解を行う。

Step 3 $\mathbf{R}_{22}$ の特異値分解を行う。

Step 4 $\mathbf{A}_w$ 、 $\mathbf{C}_w$ と等価な $\mathbf{A}_{wT}$ 、 $\mathbf{C}_{wT}$ を、以下の方程式を解くことによって求める。

$$\mathbf{U}_n^{(1)} \mathbf{A}_{wT} = \mathbf{U}_n^{(2)} \quad \dots (34)$$

$$\mathbf{C}_{wT} = \mathbf{U}_n(1:l,:) \quad \dots (35)$$

ここで、 $\mathbf{U}_n^{(1)}$ と $\mathbf{U}_n^{(2)}$ はそれぞれ行列 $\mathbf{U}_n$ の最初の $l(i-1)$ 行と最後の $l(i-1)$ 行からなる部分行列である。また、 $\mathbf{U}_n(1:l,:)$ は、matlabで用いられている表記法で、行列 $\mathbf{U}_n$ の左第1列から第 l 列までの部分行列を表す。

Step 5 $\mathbf{B}_{wT}$ 、 $\mathbf{D}_{wT}$ を求める。

Case 1: $\mathbf{D}_c$ に関する事前情報がない場合:

$\mathbf{B}_{wT}$ 、 $\mathbf{D}_{wT}$ を以下の方程式を解くことによって求める。

$$\begin{bmatrix} \text{Re } \mathcal{L} \\ \text{Im } \mathcal{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Re } \mathcal{M}_1 \\ \text{Im } \mathcal{M}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{wT} \\ \mathbf{D}_{wT} \end{bmatrix} \quad \dots (36)$$

ただし、

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} G_m(j\omega_1) \\ \vdots \\ G_m(j\omega_M) \end{bmatrix} \quad \dots (37)$$

$$\mathcal{M}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{wT}(w(j\omega_1)\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_{wT})^{-1} & \mathbf{I}_l \\ \mathbf{C}_{wT}(w(j\omega_2)\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_{wT})^{-1} & \mathbf{I}_l \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}_{wT}(w(j\omega_M)\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_{wT})^{-1} & \mathbf{I}_l \end{bmatrix} \quad \dots (38)$$

なお、行列 $\mathcal{M}_1$ がフルランクであることは補題6によって保証される。

Case 2: $\mathbf{D}_c = \mathbf{0}$ という事前情報がある場合:

$\mathbf{D}_c = \mathbf{0}$ は、同定対象が厳密にプロパーであることに対応する。実際に、同定対象が厳密にプロパーであることがほとんどであるので、この情報を積極的に利用した方がよい。この場合、(9)式と(12)式より、 $\mathbf{B}_{wT}$ 、 $\mathbf{D}_{wT}$ は以下の方程式を解くことによって求められる。

$$\begin{bmatrix} \text{Re } \mathcal{L} \\ \text{Im } \mathcal{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Re } \mathcal{M}_2 \\ \text{Im } \mathcal{M}_2 \end{bmatrix} \mathbf{B}_{wT} \quad \dots (39)$$

$$\mathbf{D}_{wT} = -\mathbf{C}_{wT}(\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_{wT})^{-1} \mathbf{B}_{wT} \quad \dots (40)$$

ただし、

$$\mathcal{M}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{wT} \{ (w(j\omega_1)\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_{wT})^{-1} - (\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_{wT})^{-1} \} \\ \mathbf{C}_{wT} \{ (w(j\omega_2)\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_{wT})^{-1} - (\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_{wT})^{-1} \} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{wT} \{ (w(j\omega_M)\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_{wT})^{-1} - (\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_{wT})^{-1} \} \end{bmatrix} \quad (41)$$

ここで、 $\mathcal{M}_1$ がフルランクであれば、行列 $\mathcal{M}_2$ もフルランクとなることは明らかである。

Step 6 もとのラプラス演算子モデルの等価行列 ($\mathbf{A}_{cT}, \mathbf{B}_{cT}, \mathbf{C}_{cT}, \mathbf{D}_{cT}$) を算出する。

〈4・2〉 補助変数法 MOESP 法では、雑音の影響が無視できないときに、(23) 式の中の雑音項 $\mathcal{N}_{i,M}^f$ の共分散行列が単位行列のスカラー倍でない限り、 $\mathbf{F}_i$ の列空間の一致推定が得られない⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。文献(10)(11)は、観測雑音の分散などに関する情報に基づいた重み行列を利用することによって一致推定結果を得ているが、現実には雑音の性質を事前に入手することが難しい。そこで、本論文は次のような w 演算子に基づいた補助変数行列 $\mathcal{P}_{\beta,M}^f$ による IV-MOESP (Instrumental Variable MOESP) 法を提案し、それによって一致推定結果が得られることを示す。

$$\mathcal{P}_{\beta,M}^f = \begin{bmatrix} \text{Re } \mathbf{P}_{\beta,M}^f & \text{Im } \mathbf{P}_{\beta,M}^f \end{bmatrix} \cdots \cdots (42)$$

ただし、

$$\mathbf{P}_{\beta,M}^f = \begin{bmatrix} w^i(j\omega_1)I_m^f(\omega_1) & \cdots & w^i(j\omega_M)I_m^f(\omega_M) \\ w^{i+1}(j\omega_1)I_m^f(\omega_1) & \cdots & w^{i+1}(j\omega_M)I_m^f(\omega_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ w^{i+\beta-1}(j\omega_1)I_m^f(\omega_1) & \cdots & w^{i+\beta-1}(j\omega_M)I_m^f(\omega_M) \end{bmatrix} \quad (43)$$

(23) 式の中の $\mathcal{I}_{i,M}^f$ 及び雑音項 $\mathcal{N}_{i,M}^f$ を取り除くため、式の両辺の右から $(1/M)\mathbf{\Pi}_I^\perp \mathcal{P}_{\beta,M}^{fT}$ をかけると、次の関係が得られる。

$$\frac{1}{M} \mathcal{G}_{i,M}^f \mathbf{\Pi}_I^\perp \mathcal{P}_{\beta,M}^{fT} = \frac{1}{M} \mathbf{F}_i \mathcal{X}_{wM}^f \mathbf{\Pi}_I^\perp \mathcal{P}_{\beta,M}^{fT} + \frac{1}{M} \mathcal{N}_{i,M}^f \mathbf{\Pi}_I^\perp \mathcal{P}_{\beta,M}^{fT} \quad (44)$$

そこで、次のような二つの条件

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \mathcal{N}_{i,M}^f \mathbf{\Pi}_I^\perp \mathcal{P}_{\beta,M}^{fT} = \mathbf{0} \quad \cdots \cdots (45)$$

$$\text{rank} \left(\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \mathcal{X}_{wM}^f \mathbf{\Pi}_I^\perp \mathcal{P}_{\beta,M}^{fT} \right) = n \quad \cdots \cdots (46)$$

が成立すれば、 $\mathbf{F}_i$ の列空間の一致推定が得られる⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。(45) 式は (44) 式の右辺の第二項を取り除くための条件であり、その成立は観測雑音 $N(j\omega)$ がゼロ平均の確率雑音であることによって保証される。一方、(46) 式は $\mathbf{F}_i$ の列空間を回復するためのランク条件である。部分空間同定法に補助変数法を適用する場合、ランク条件の証明は一般に容易ではないが⁽⁸⁾⁽¹⁹⁾、経験的にそれがほとんどの場合において成立する。

入出力信号及び補助変数のデータ行列の LQ 分解は以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} \mathcal{I}_{i,M}^f \\ \mathcal{G}_{i,M}^f \\ \mathcal{P}_{\beta,M}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} & \mathbf{O} \\ \mathbf{R}_{31} & \mathbf{R}_{32} & \mathbf{R}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 \\ \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{Q}_3 \end{bmatrix} \quad \cdots (47)$$

ただし、 $\mathbf{R}_{11} \in R^{m_i \times m_i}$, $\mathbf{R}_{21} \in R^{l_i \times m_i}$, $\mathbf{R}_{22} \in R^{l_i \times l_i}$, $\mathbf{R}_{31} \in R^{m_\beta \times m_i}$, $\mathbf{R}_{32} \in R^{m_\beta \times l_i}$, $\mathbf{R}_{33} \in R^{m_\beta \times m_\beta}$ 。

(31) と (47) 式より、 $\mathbf{\Pi}_I^\perp \mathcal{P}_{\beta,M}^{fT} = \mathbf{Q}_2^T \mathbf{Q}_2 \mathcal{P}_{\beta,M}^{fT} = \mathbf{Q}_2^T \mathbf{R}_{32}^T$ となる。さらに、(44), (45) と (47) 式を利用すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{M} \mathcal{G}_{i,M}^f \mathbf{\Pi}_I^\perp \mathcal{P}_{\beta,M}^{fT} &= \frac{1}{M} \mathbf{R}_{22} \mathbf{R}_{32}^T \\ &= \frac{1}{M} \mathbf{F}_i \mathcal{X}_{wM}^f \mathbf{\Pi}_I^\perp \mathcal{P}_{\beta,M}^{fT} \quad \cdots \cdots (48) \end{aligned}$$

となる。ゆえに、(46) 式のランク条件が成立すると、 $\mathbf{F}_i$ の列空間が $\mathbf{R}_{22} \mathbf{R}_{32}^T$ の列空間と等しくなる。ここで、 $\mathbf{R}_{22} \mathbf{R}_{32}^T$ は $l_i \times m_\beta$ の行列であるので、 $\mathbf{F}_i$ の列空間を求めるために、 $m_\beta \geq n$ が必要である。

以上の議論より、IV-MOESP 法のアルゴリズムは次のように与えられる。

Step 1 必要なデータ行列 $\mathcal{G}_{i,M}^f$, $\mathcal{I}_{i,M}^f$, $\mathcal{P}_{\beta,M}^f$ を構成する。ただし、 $i > n$, $\beta \geq n/m$ である。

Step 2 (47) 式のように、データ行列の LQ 分解を行う。

Step 3 $\mathbf{R}_{22} \mathbf{R}_{32}^T$ の特異値分解を行う。

$$\mathbf{R}_{22} \mathbf{R}_{32}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n & \mathbf{U}_n^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{S}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n^T \\ (\mathbf{V}_n^\perp)^T \end{bmatrix} \quad (49)$$

Step 4 $\mathbf{A}_{wT}, \mathbf{C}_{wT}$ を求める。

Step 5 $\mathbf{B}_{wT}, \mathbf{D}_{wT}$ を求める。

Step 6 もとのラプラス演算子モデルの等価行列 ($\mathbf{A}_{cT}, \mathbf{B}_{cT}, \mathbf{C}_{cT}, \mathbf{D}_{cT}$) を算出する。

5. 数 値 例

〈5・1〉 問題の設定 次の6次の一入出力連続時間系⁽¹¹⁾に対して、シミュレーションを行い、提案した手法の有効性を確認する。

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -25 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -9 & -0.12 \end{bmatrix} \quad \cdots (50)$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_c = 0$$

このシステムの極はそれぞれ $-0.1 \pm 0.995i$, $-0.25 \pm 4.9937i$, $-0.06 \pm 2.9994i$ である。

一般に、周波数応答のサンプル数が多いほど、雑音による同定結果の分散誤差が小さくなるが、ここでは、シミュレーション条件を文献(11)と同じくするために、 $0.01(\text{rad/s})$ から $9(\text{rad/s})$ までの周波数範囲で、 $0.05(\text{rad/s})$ の刻みでサンプルした $M = 180$ 点の周波数 $\omega_k (k = 1, \dots, 180)$ における周波数応答の測定値を同定データとした。ただし、

図 1 相対雑音の場合の MOESP 法による同定結果 ($i = 15, \alpha = 5$)。
Fig. 1. Results by the MOESP method in the case of relative noise ($i = 15, \alpha = 5$).

図 2 相対雑音の場合の IV-MOESP 法による同定結果 ($i = 15, \alpha = 5, \beta = 30$)。
Fig. 2. Results by the IV-MOESP method in the case of relative noise ($i = 15, \alpha = 5, \beta = 30$).

観測雑音は次の 2 種類と仮定した⁽¹¹⁾。

1: 相対雑音 (relative noise)

$$N(j\omega_k) = 0.15|G_c(j\omega_k)|[e_R(j\omega_k) + je_I(j\omega_k)] \quad (51)$$

2: 絶対雑音 (absolute noise)

$$N(j\omega_k) = 0.03[e_R(j\omega_k) + je_I(j\omega_k)] \quad \dots\dots (52)$$

ここで、 $e_R(j\omega_k)$ と $e_I(j\omega_k)$ はそれぞれ分散が 1 で、平均値がゼロであるガウシアン白色雑音である。

〈5・2〉 同定結果 以下に示す各シミュレーション実験において、白色雑音の初期値を変えて、周波数応答の測定

データを 100 セット用意し、それぞれのデータセットに対して同定を行った。なお、比較のために、行列の特異値の値に関係なく、モデルの次数を 6 と固定した。

〈5・2・1〉 相対雑音の場合 MOESP 法による同定結果を図 1 に示した。図 1 の (a) と (b) には、それぞれ 100 回の実験による行列の特異値と同定されたモデルの周波数応答が示されている。(c) には、100 回の実験で得られたモデルの伝達関数のパラメータを平均して得たモデルの周波数応答が示されている。(b) と (c) において、破線と実線はそれぞれ周波数応答の真値と推定値を表す。図 1 より、雑音の影響を受けて、MOESP 法はシステムを 4 次のものと

図3 絶対雑音の場合の MOESP 法による同定結果
($i = 15, \alpha = 10$)。

Fig. 3. Results by the MOESP method in the case of absolute noise ($i = 15, \alpha = 10$).

図4 絶対雑音の場合の IV-MOESP 法による同定結果
($i = 15, \alpha = 10, \beta = 30$)。

Fig. 4. Results by the IV-MOESP method in the case of absolute noise ($i = 15, \alpha = 10, \beta = 30$).

して同定しており、3 番目の共振モードが同定できていない。一方、図 2 に示されている IV-MOESP 法による結果から分かるように、IV-MOESP 法では、観測雑音の影響が除去され、精度のよい同定結果が得られている。

〈5・2・2〉絶対雑音の場合 MOESP 法による同定結果を図 3 に示した。この場合、雑音のレベルは比較的に低いので、MOESP 法でも精度よく同定できている。一方、文献(11)では、観測雑音の分散などに関する情報に基づいた重み行列を利用しなければ、正しく同定できなかった。IV-MOESP 法による同定結果は図 4 に示されている。IV-MOESP 法では、予想通りに精度のよい同定結果が得られ

ている。しかも、図 3 の (a) と図 4 の (a) を比較すれば、IV-MOESP 法の方が、システムの次数を判定しやすいことがわかる。

〈5・3〉同定アルゴリズムの設計パラメータについて 本論文で提案した同定アルゴリズムにおいて、 w 演算子のパラメータ α および正の整数 i と β が、ユーザーが設定するパラメータである。ここでは、これらの設計パラメータを設定する指針をまとめておく。

詳しいことは文献(14)の解析を参照されたいが、同定できた w 演算子モデルからラプラス演算子モデルへの逆変換を行うときに、パラメータの推定誤差に対する感度など

を考慮して、 α の値がシステムの支配極の絶対値と大きく異なることを避けた方がよい。ただし、第2章で述べたように、 $-\alpha$ がシステムの一つの実数極と一致することは避けるべきである。経験的に、同定結果は α の値にそれほど敏感ではない。なお、上記のシミュレーション実験において、2種類の雑音に対して、それぞれ $\alpha = 5$, $\alpha = 10$ としたのは、同定結果が α の値にそれほど敏感でないことを示すためである。MOESP 法では、同定結果が α の値にある程度の影響を受けるが、IV-MOESP 法では、 α の値を広い範囲にわたって設定しても、精度の高い同定結果が得られることが確認されている。

部分空間同定法において、 i と β の役割に対する理論的説明はまだ見あたらず、これらを最適に設定する方法もまだ確立されていない⁽²⁰⁾。一般に、 i の値がシステムの次数より十分大きければ無難であるが、本研究の例題では、文献(11)と同じく、 $i = 15$ としている。ただし、 i の値をより大きくとっても、同定精度の向上は見られなかった。理論的に β が $\beta \geq n/m$ であればよく、 $\beta = i$ とするのが普通であるが、本研究で検討した例題では、 β の値を i より大きく、 $\beta = 20 \sim 40$ とした場合に、同定精度が向上したことが確認されている。

6. 終わりに

本論文は、 w 演算子状態空間モデルに基づく周波数領域部分空間同定法を提案した。さらに、 w 演算子による周波数領域での補助変数行列を提案し、それによって一致推定結果が得られることを示した。提案された手法の有効性は数値計算例によって確認し、同定アルゴリズムの設計パラメータの設定指針を与えた。

(平成10年3月19日受付、同10年9月11日再受付)

文 献

- (1) J. Schoukens and R. Pintelon: Identification of Linear Systems—A Practical Guideline to Accurate Modeling, Pergamon Press(1991).
- (2) C. K. Sanathanan and J. Koerner: Transfer function synthesis as a ratio of two complex polynomials, IEEE Trans. Automatic Control, **AC-8**-1, 56-58(1963).
- (3) R. Pintelon, P. Guillaume, Y. Rolain, J. Schoukens and H. Van Hamme: Parametric identification of transfer functions in the frequency domain—A survey, IEEE Trans. Automatic Control, **AC-39**-5, 557-566(1994).
- (4) J. H. Friedman and P. P. Khargonekar: A comparative applications study of frequency domain identification techniques, Proceedings of American Control Conference, 3055-3059(1995).
- (5) M. Viberg: Subspace-based methods for the identification of linear time-invariant systems, Automatica, **31**-12, 1835-1851(1995).
- (6) M. Verhaegen and P. Dewilde: Subspace model identification Part 1: The output error state-space model identification class of algorithms, International Journal of Control, **56**-5, 1187-1210 (1992).
- (7) M. Verhaegen and P. Dewilde: Subspace model identification Part 2: Analysis of the elementary output-error state-space model identification algorithm, International Journal of Con-

- trol, **56**-5, 1211-1241(1992).
- (8) M. Verhaegen: Subspace model identification Part 3: Analysis of the ordinary output-error state-space model identification algorithm, International Journal of Control, **58**-3, 555-586(1993).
- (9) K. Liu, R. N. Jacques and D. W. Miller: Frequency domain structural system identification by observability range space extraction, Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control, **118**, 211-220(1996).
- (10) T. McKelvey, H. Akcay and L. Ljung: Subspace-based multi-variable system identification from frequency response data, IEEE Trans. Automatic Control, **AC-41**-7, 960-978(1996).
- (11) P. Van Overschee and B. D. Moor: Continuous-time frequency domain subspace system identification, Signal Processing, **52**-2, 179-194(1996).
- (12) Y. Rolain, R. Pintelon, K. Q. Xu and H. Vold: On the use of orthogonal polynomials in high order frequency domain system identification and its application to modal parameter estimation, Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control, 3365-3373(1994).
- (13) B. R. J. Haverkamp, M. Verhaegen, C. T. Chou and R. Johansson: Continuous-time subspace model identification using Laguerre filtering, 11th IFAC/IFORS Sympo. on Identification and System Parameter Estimation, 1143-1148(1997).
- (14) 楊子江: w 演算子による連続時間系の部分空間同定法, 計測自動制御学会論文集, **34**-6, 546-554(1998).
- (15) Z. J. Yang, S. Sagara and K. Wada: Subspace identification of continuous-time model systems, 11th IFAC/IFORS Sympo. on Identification and System Parameter Estimation, 1671-1676(1997).
- (16) B. Wahlberg: System identification using Laguerre models, IEEE Trans. Automatic Control, **AC-36**-5, 551-562(1991).
- (17) Ljung: System Identification: Theory for the User, Prentice-Hall(1987).
- (18) K. Zhou, J. C. Doyle and K. Glover: Robust and Optimal Control, Prentice Hall(1996).
- (19) M. Viberg, B. Wahlberg B. Ottersten: Analysis of state space system identification methods based on instrumental variables and subspace fitting, Automatica, **33**-19, 1603-1616(1997).
- (20) B. Wahlberg and M. Jansson: 4SISD linear regression, Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control, 2858-2863(1994).

楊 子 江 (正員) 1964 年生。1992 年 3 月九州大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。同年 4 月九州工業大学助手。1996 年 4 月同大学情報工学部助教授。工学博士。システム同定およびそれに関連する信号処理、遺伝的アルゴリズム、ニューラルネットワーク、ウェーブレット解析、モーションコントロールなどの研究に従事。システム制御情報学会、電子情報通信学会、計測自動制御学会、ロボット学会、日本機械学会会員。

真 田 新 吾 (非会員) 1972 年生。1997 年 3 月九州工業大学情報工学部電子情報工学科卒業。同年 4 月同大学大学院情報工学研究科情報システム専攻修士課程に進学し、現在に至る。システム同定の研究に従事。