不確かさをもつ動的システムに対する適応ロバスト制御則の一構成法とその河川水質管理システムへの適用

非会員 重 丸 伸 二 (広島県立大学)

正 員 呉 漢 生 (広島県立大学)

Adaptive Robust Control for a Class of Uncertain Dynamical Systems and Its Application to River Pollution Control Systems

Shinji Shigemaru, Non-member, Hansheng Wu, Member (Hiroshima Prefectural University)

The problem of robust stabilization of a class of dynamical systems with partial knowledge of uncertainty bounds is considered. Here, the coefficient vector which fix the bounds of the uncertainties is assumed to be unknown. By combining a conventional robust state feedback controller with the proposed adaptive law which is used to update the bounds, we construct a new robust state feedback controller which can guarantee uniform ultimate boundedness of the resulting uncertain closed-loop systems. Furthermore, we apply it to river pollution control systems and show the validity of the adaptive robust controller proposed in this paper.

キーワード : Uncertain systems, adaptive control, robust control, state feedback, river pollution control system

1. はじめに

実際問題において、制御対象を完全に数式で記述することは困難であり、普通、何らかの不確かさ（または外乱）を持つことはよく知られている。制御対象に対する知識の不足によるモデリング誤差、計測誤差、システムを簡略化するために生じる線形化誤差などはそのような不確かさである。

不確かさを持つシステムを安定化させるロバスト制御問題はここ数年盛んに研究されている⁽¹⁾⁻⁽⁸⁾。標準的なロバスト制御問題は、不確かさの限界に依存し、その限界が既知であり、ある定数または関数であると仮定されている。そして、この限界値を用いて制御が行われてきた。しかし、実際の制御問題においては、このような限界が必ずしも既知であるとは限らない。不確かさを有するシステムにおいて、その不確かさに関する情報が部分的にしか分かっていない問題に対しては、適応則を用いた方法が提案されている。例えば、Brogliate と Neto^{(2),(3)} は部分的に既知な不確かさを持つ非線型システムに対して、デッドゾーン関数とヒステリシス関数を用いた適応ロバスト制御則を提案している。Chen⁽⁴⁾ は非線型システムに対して、適応則を用いた状態観測器を提案している。また、Chen⁽⁵⁾ は不確かさと観測ノイズをともなう動的システムに対する適応ロバスト制御則を提案してい

る。しかし、いずれも適応則または制御則がスイッチングタイプで設計されている。

一方、河川の汚染に対する水質管理システムの制御問題も盛んに研究されている⁽⁹⁾⁻⁽¹³⁾。河川の水質をはかる指標としては、一般的に生物化学的酸素要求量 (Biochemical Oxygen Demand (BOD)) と溶存酸素 (Dissolved Oxygen (DO)) が用いられる。たとえば、Lee ら⁽⁹⁾ は不確かさの限界を表わす関数が既知であるという仮定のもとで、不確かさを持つ非線型システムを一樣終局有界に安定させるロバスト制御則を提案し、これを BOD と DO を指標とした河川水質管理システムに適用している。しかし、この制御則は、ある基準値をもとに制御量を決定する飽和的関数であるため、実際に実行するとチャタリング現象が生じてしまう場合がある。

以上のような問題から本論文では、まず不確かさの限界が部分的に未知である場合のロバスト制御問題について考え、この未知の限界値に対してシグマ修正法による連続型の適応則に従う推定値を導入する。そして、この推定値を従来のロバスト制御に組み込むことによって、一樣終局有界性を保証する新しい連続状態フィードバック制御則を提案する。さらに提案した制御則を河川の水質管理システムに適用し、数値例によりその有効性を示す。

本論文の構成は以下の通りである。第2章では、まず本論文で扱う問題を定式化する。続いて、第3章では未

知パラメータに対する適応則とこれを組み込んだ適応ロバスト制御則を提案する。第4章で、前章で得られた結果を河川の汚染に対する水質管理システムに適用し、第5章で数値例を挙げ、そのシミュレーション結果を示す。最後に第6章でまとめを述べる。

2. 問題の定式化

〈2・1〉 制御対象 次式で記述される不確かさをもつ線形動的システムを考える。

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + B(u(t) + \xi(x(t), t)) \quad \dots\dots (1a)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad \dots\dots (1b)$$

ここで、 t は時間、 $x(\cdot) \in R^n$ は状態変数、 $u(\cdot) \in R^m$ は制御変数である。 $A \in R^{n \times n}$ 、 $B \in R^{n \times m}$ は既知の定数行列である。また、 $\xi(\cdot) \in R^m$ はシステムの不確かさを表すベクトル関数である。

〈2・2〉 基本的仮定 システム (1) に対し、以下の標準的仮定を設定する。

【仮定 2.1】 ノミナルシステムは漸近安定である。

【仮定 2.2】 不確かさ $\xi(\cdot) : R^n \times R \rightarrow R^m$ は有界であり、次の不等式を満足する。ただし、 $\|\cdot\|$ はユークリッドのノルムを表わしている。

$$\|\xi(x(t), t)\| \leq (\alpha^*)^T \rho(x(t), t) \quad \dots\dots (2)$$

ここで、 $\alpha^* \in R^r$ はある未知の定数ベクトルであり、 $\rho(\cdot) : R^n \times R \rightarrow R^r$ は既知のベクトル関数である。すなわち、

$$\rho(\cdot) := [\rho_1(\cdot) \ \rho_2(\cdot) \ \dots \ \rho_r(\cdot)]^T \quad \dots\dots (3)$$

$$\alpha^* := [\alpha_1^* \ \alpha_2^* \ \dots \ \alpha_r^*]^T \quad \dots\dots (4)$$

ただし、ユークリッドのノルムの性質より、一般性を損なうことなく、 $\rho_i(x, t) > 0$ ($i = 1, 2, \dots, r$) とする。また、 $\rho(\cdot)$ は連続であり、時間に関して一様有界、状態 x に関しては局所的一様有界とする。

(注意 1) 仮定 2.1 は、対 (A, B) が可制御としてもよい。この場合、ノミナルシステムの安定性を保証するためにゲイン行列 K を導入し、制御則 $u(t)$ に $Kx(t)$ の項を付加することによって、 $A \rightarrow \bar{A} := A + BK$ とすれば、同様の議論が行える。

仮定 2.1 より、任意な対称正定値行列 $Q \in R^{n \times n}$ に対して、次のリアプノフ方程式

$$PA + A^T P = -Q \quad \dots\dots (5)$$

には対称正定値行列でもある解 $P \in R^{n \times n}$ が存在する。

3. 適応ロバスト制御側

本論文の目的は、前章において定式化された不確かさを含むシステム (1) を安定化させる制御則 $u(t)$ を設計す

ることである。そこで、システム (1) に対して、次式のような制御則を提案する。

$$u(t) = p(x(t), t) \quad \dots\dots (6a)$$

ただし、

$$p(x(t), t) = -\frac{(\hat{\alpha}^T(t)\rho(x(t), t))^2 B^T P x(t)}{\|B^T P x(t)\| (\hat{\alpha}^T(t)\rho(x(t), t)) + 0.5\epsilon} \quad \dots\dots (6b)$$

ここで、 P はリアプノフ方程式 (5) の解であり、 ϵ は任意の正定数である。また、 $\hat{\alpha}(t)$ は未知の定数ベクトル α^* に対する推定値であり、次の適応則に従う。

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\alpha}(t)}{dt} &= -\Gamma \Sigma \hat{\alpha}(t) \\ &\quad + \Gamma \|B^T P x(t)\| \rho(x(t), t) \quad \dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで、 Γ と Σ は任意の対称正定値行列である。また、 $\hat{\alpha}(t_0)$ は有界である。

そこで、未知の定数ベクトル α^* とその推定値 $\hat{\alpha}(t)$ の誤差を次のように定義する。

$$\tilde{\alpha}(t) := \hat{\alpha}(t) - \alpha^* \quad \dots\dots (8)$$

すると、次の誤差方程式を得ることができる。

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\alpha}(t)}{dt} &= -\Gamma \Sigma \tilde{\alpha}(t) + \Gamma \|B^T P x(t)\| \rho(x(t), t) \\ &\quad - \Gamma \Sigma \alpha^* \quad \dots\dots (9) \end{aligned}$$

本文において、われわれは、(1) 式と (6) 式からなる不確かさをもつ閉ループ動的システムと誤差方程式 (9) の解を $(x, \tilde{\alpha})(t; x_0, \tilde{\alpha}_0)$ で表わす。すると、以下の定理を得ることができる。

《定理 3.1》 前章で記述しているロバスト制御問題を考える。仮定 2.1-2.2 が満たされているならば、(1) 式と (6) 式からなる不確かさをもつ閉ループ動的システムと誤差方程式 (9) の解 $(x, \tilde{\alpha})(t; x_0, \tilde{\alpha}_0)$ が一様終局有界である。

[証明] まず、リアプノフ関数の候補として次のスカラー関数を定義する。

$$V(x, \tilde{\alpha}) = x^T(t) P x(t) + \tilde{\alpha}^T(t) \Gamma^{-1} \tilde{\alpha}(t) \quad \dots\dots (10)$$

これを時間 t に関して微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{dV(x, \tilde{\alpha})}{dt} &= x^T(t) [PA + A^T P] x(t) \\ &\quad + 2x^T(t) P B p(x, t) \\ &\quad + 2x^T(t) P B \xi(x, t) \\ &\quad + 2\tilde{\alpha}^T(t) \Gamma^{-1} \frac{d\tilde{\alpha}(t)}{dt} \\ &= -x^T(t) Q x(t) \\ &\quad + 2x^T(t) P B p(x, t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +2x^\top(t)PB\xi(x,t) \\
 & -2\tilde{\alpha}^\top(t)\Sigma\tilde{\alpha}(t) \\
 & +2\|B^\top Px(t)\|\tilde{\alpha}^\top(t)\rho(x,t) \\
 & -2\tilde{\alpha}^\top(t)\Sigma\alpha^* \\
 \leq & -\lambda_{\min}(Q)\|x(t)\|^2 - \lambda_{\min}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|^2 \\
 & +2x^\top(t)PBp(x,t) \\
 & +2\|B^\top Px(t)\|\|\xi(x,t)\| \\
 & +2\|B^\top Px(t)\|\tilde{\alpha}^\top(t)\rho(x,t) \\
 & -\lambda_{\min}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|^2 \\
 & +2\lambda_{\max}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|\|\alpha^*\| \dots\dots\dots (11)
 \end{aligned}$$

さらに、仮定 2.2 と (8) 式によって、(11) 式から次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & \frac{dV(x, \tilde{\alpha})}{dt} \\
 \leq & -\lambda_{\min}(Q)\|x(t)\|^2 - \lambda_{\min}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|^2 \\
 & +2x^\top(t)PBp(x,t) \\
 & +2\|B^\top Px(t)\|(\alpha^*)^\top\rho(x,t) \\
 & +2\|B^\top Px(t)\|\tilde{\alpha}^\top(t)\rho(x,t) \\
 & -\lambda_{\min}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|^2 \\
 & +2\lambda_{\max}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|\|\alpha^*\| \\
 = & -\lambda_{\min}(Q)\|x(t)\|^2 - \lambda_{\min}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|^2 \\
 & +2x^\top(t)PBp(x,t) \\
 & +2\|B^\top Px(t)\|\tilde{\alpha}^\top(t)\rho(x,t) \\
 & -\lambda_{\min}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|^2 \\
 & +2\lambda_{\max}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|\|\alpha^*\| \dots\dots\dots (12)
 \end{aligned}$$

また、(6b) 式より次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & x^\top(t)PBp(x,t) + \|B^\top Px(t)\|\tilde{\alpha}^\top(t)\rho(x,t) \\
 = & -\frac{(\hat{\alpha}^\top(t)\rho(x,t))^2\|B^\top Px(t)\|^2}{\|B^\top Px(t)\|(\hat{\alpha}^\top(t)\rho(x,t)) + 0.5\varepsilon} \\
 & + \|B^\top Px(t)\|\tilde{\alpha}^\top(t)\rho(x,t) \\
 = & \frac{\|B^\top Px(t)\|(\hat{\alpha}^\top(t)\rho(x,t))0.5\varepsilon}{\|B^\top Px(t)\|(\hat{\alpha}^\top(t)\rho(x,t)) + 0.5\varepsilon} \dots\dots (13)
 \end{aligned}$$

さらに、任意の正数 a と b に対して、

$$\frac{ab}{a+b} \leq b$$

という不等式が成り立つことを利用して、(13) 式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & x^\top(t)PBp(x,t) + \|B^\top Px(t)\|\tilde{\alpha}^\top(t)\rho(x,t) \\
 \leq & 0.5\varepsilon \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

そして、(14) 式を (12) 式に代入し、整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & \frac{dV(x, \tilde{\alpha})}{dt} \\
 \leq & -\lambda_{\min}(Q)\|x(t)\|^2 - \lambda_{\min}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|^2 \\
 & -\lambda_{\min}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|^2 \\
 & +2\lambda_{\max}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|\|\alpha^*\| \\
 & +\varepsilon \\
 = & -\lambda_{\min}(Q)\|x(t)\|^2 - \lambda_{\min}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|^2 \\
 & -\lambda_{\min}(\Sigma)\left[\|\tilde{\alpha}(t)\| - \frac{\lambda_{\max}(\Sigma)}{\lambda_{\min}(\Sigma)}\|\alpha^*\|\right]^2 \\
 & +\lambda_{\min}^{-1}(\Sigma)\lambda_{\max}^2(\Sigma)\|\alpha^*\|^2 + \varepsilon \\
 \leq & -\lambda_{\min}(Q)\|x(t)\|^2 - \lambda_{\min}(\Sigma)\|\tilde{\alpha}(t)\|^2 \\
 & +\lambda_{\min}^{-1}(\Sigma)\lambda_{\max}^2(\Sigma)\|\alpha^*\|^2 + \varepsilon \\
 \leq & -\lambda_{\min}(Q)\lambda_{\max}^{-1}(P)x^\top(t)Px(t) \\
 & -\lambda_{\min}(\Sigma)\lambda_{\max}^{-1}(\Gamma^{-1})\tilde{\alpha}^\top(t)\Gamma^{-1}\tilde{\alpha}(t) \\
 & +\lambda_{\min}^{-1}(\Sigma)\lambda_{\max}^2(\Sigma)\|\alpha^*\|^2 + \varepsilon \\
 \leq & -\tilde{\mu}V(x, \tilde{\alpha}) + \tilde{\varepsilon} \dots\dots\dots (15)
 \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mu} & := \min\{\eta_1, \eta_2\} \\
 \eta_1 & := \lambda_{\min}(Q)\lambda_{\max}^{-1}(P) \\
 \eta_2 & := \lambda_{\min}(\Sigma)\lambda_{\max}^{-1}(\Gamma^{-1}) \\
 \tilde{\varepsilon} & := \lambda_{\min}^{-1}(\Sigma)\lambda_{\max}^2(\Sigma)\|\alpha^*\|^2 + \varepsilon
 \end{aligned}$$

(15) 式により、リアプノフ関数 $V(x, \tilde{\alpha})$ は、閉ループ動的システムと誤差方程式の任意な解 $(x, \tilde{\alpha})(t; x_0, \tilde{\alpha}_0)$ に従い、次の集合に到達するまで、単調的に減少することは明らかである。

$$\Omega_f := \{(x, \tilde{\alpha}) : V(x, \tilde{\alpha}) \leq V_f\} \dots\dots\dots (16)$$

ただし、

$$V_f := \tilde{\mu}^{-1}\tilde{\varepsilon} \dots\dots\dots (17)$$

従って、閉ループ動的システムと誤差方程式の解 $(x, \tilde{\alpha})(t; x_0, \tilde{\alpha}_0)$ は、(17) 式で与えられた限界 V_f に対し、一様終局的有界であることは分かった。 □

4. 水質管理システムへの適用

制御対象は川をある区間で区切ったときのその区間内の水質であり、その指標は生物化学的酸素要求量 (Biochemical Oxygen Demand (BOD)) と溶存酸素 (Dissolved Oxygen (DO)) である。対象区間内における川の流速は一定、水質も均一、外部からの BOD と DO の流入濃度は一定であるとすれば、BOD と DO の濃度 (mg/l) をそ

れぞれ $z(t)$ と $q(t)$ で表わすと、その動的作用は次の微分方程式で表わされることが知られている^{(10),(11)}。

$$\begin{aligned} \frac{dz(t)}{dt} = & -k_1(t)z(t) \\ & + \frac{Q_E(m + u_1(t)) - Q_E z(t)}{v} \\ & + v_1(t) \dots\dots\dots (18a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dq(t)}{dt} = & -k_3(t)z(t) + k_2(t)(q^s - q(t)) \\ & - \frac{Q_E q(t)}{v} + u_2(t) + v_2(t) \dots\dots\dots (18b) \end{aligned}$$

ここで、 q^s は DO の飽和濃度、 Q_E は区間内に占める廃水の体積を表わしている。さらに、 v は区間内の水の体積を表わしている。また、 m は BOD の最適濃度であり、 $v_i(\cdot)$ ($i = 1, 2$) はそれぞれ BOD と DO の濃度に影響を及ぼす外乱、 $u_i(\cdot)$ ($i = 1, 2$) はそれぞれ BOD と DO の濃度に対する付加制御である。また、 $k_i(\cdot)$ ($i = 1, 2, 3$) は Lebesgue 可測な正関数であり、それぞれ BOD 減少率、ばつき率、脱酸素率を表わしており、次式のような構造をしている。

$$k_i(t) = h_i + \Delta h_i(t) \quad i = 1, 2, 3 \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 h_i ($i = 1, 2, 3$) は既知の正定数であり、 $\Delta h_i(\cdot)$ ($i = 1, 2, 3$) は未知の有界関数で、外乱を表わしている。

ノミナルシステムを考えると、(18) 式は次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{dz(t)}{dt} = & -h_1 z(t) \\ & + \frac{Q_E m - Q_E z(t)}{v} \dots\dots\dots (20a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dq(t)}{dt} = & -h_3 z(t) + h_2(q^s - q(t)) \\ & - \frac{Q_E q(t)}{v} \dots\dots\dots (20b) \end{aligned}$$

このとき、川は自然にある平衡状態に達すると考えることができるので、

$$0 = -h_1 z(t) + \frac{Q_E m - Q_E z(t)}{v} \dots\dots\dots (21a)$$

$$0 = -h_3 z(t) + h_2(q^s - q(t)) - \frac{Q_E q(t)}{v} \dots\dots\dots (21b)$$

このとき DO の最適値を q^* であらわし、この値が既知であるとすれば、自然な状態における BOD 濃度 z^* と廃水の BOD 濃度 m^* は以下ようになる。

$$z^* = \frac{1}{h_3} [h_2(q^s - q^*) - \gamma q^*] \dots\dots\dots (22a)$$

$$m^* = \frac{1}{\gamma h_3} (h_1 + \gamma) [h_2(q^s - q^*) - \gamma q^*] \dots\dots\dots (22b)$$

ここで、 $\gamma = \frac{Q_E}{v}$ である。したがって、廃水の BOD 濃度が最適値 m^* に調整されていれば、(18) 式は次のよう

になる。

$$\begin{aligned} \frac{dz(t)}{dt} = & -k_1(t)z(t) + \gamma(m^* + u_1(t)) \\ & - \gamma z(t) + v_1(t) \dots\dots\dots (23a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dq(t)}{dt} = & -k_3(t)z(t) + k_2(t)(q^s - q(t)) \\ & - \gamma q(t) + u_2(t) + v_2(t) \dots\dots\dots (23b) \end{aligned}$$

そこで、状態変数 $x(t)$ を次のように定義する。

$$x_1(t) := z(t) - z^*$$

$$x_2(t) := q(t) - q^*$$

すると (22) 式を用いて、(23) 式は次のように表わされる。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + \xi(x(t), t)) \dots\dots\dots (24)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) \end{bmatrix}^T$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) & u_2(t) \end{bmatrix}^T$$

$$A = \begin{bmatrix} -(h_1 + \gamma) & 0 \\ -h_3 & -(h_2 + \gamma) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xi(x(t), t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\gamma} [v_1(t) - \Delta h_1(t)(z^* + x_1(t))] \\ v_2(t) - \Delta h_3(t)(z^* + x_1(t)) \\ + \Delta h_2(t)(q^s - q^* - x_2(t)) \end{bmatrix}$$

そうすると、問題は (24) 式で表わされるシステムを安定させる制御則を導出することである。次章で、本論文で提案した適応ロバスト制御則を用いて、シミュレーションを行うことによって、その有効性を示す。

5. 数値例

シミュレーションのために、各パラメータは $h_1 = h_3 = 0.32$, $h_2 = 0.20$, $\gamma = 0.1$, $q^s = 10$, $q^* = 6$ とする。したがって、システム (24) の行列対 (A, B) は、

$$A = \begin{bmatrix} -0.42 & 0 \\ -0.32 & -0.30 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

すると、(22) 式より、 $z^* = 0.625$, $m^* = 2.625$ となる。また、パラメータ外乱は $\Delta h_1(t) = -0.08 \cos 3t$, $\Delta h_2(t) = 0.08 \sin 3t$, $\Delta h_3(t) = -0.05 \sin 5t$ とし、入力外乱は $v_1(t) = 0.15$, $v_2(t) = -0.15$ とした。そこで、 $\rho(\cdot)$ を次のように設定する。

$$\rho(\cdot) = \begin{bmatrix} |x_1(t)| \\ |x_2(t)| \\ 1 \end{bmatrix}$$

さらに、

$$Q = \begin{bmatrix} 1.68 & 0.64 \\ 0.64 & 1.20 \end{bmatrix}$$

として与えると、リアプノフ方程式 (5) より、

$$P = \begin{bmatrix} 2.0 & 0 \\ 0 & 2.0 \end{bmatrix}$$

が得られる。また、制御則に対して $\varepsilon=1.8$ とし、適応則におけるパラメータ行列は次のように設定した。

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 6.0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.0 & 0 \\ 0 & 0 & 6.0 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

初期値は次のように設定した。

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -1.0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\alpha}(0) = \begin{bmatrix} 2.0 \\ 0.5 \\ 1.0 \end{bmatrix}$$

以上の設定のもとで行ったシミュレーション結果を図 1～5 に示す。図 2 と図 3 から明らかに本論文で提案した制御則を用いることにより、この水質管理システムは安定化されていることがわかる。

図 1 状態変数 $x(t)$ の応答 (制御, 外乱なし)

Fig. 1. Responses of state variable $x(t)$ (no controls and no uncertainties)

6. まとめ

本論文では、不確かさを持つシステムに対するロバスト制御問題を考察し、不確かさの限界における未知パラメータに対して連続な適応則による推定値を導入し、これを従来のロバスト制御則に組み込むことによって、連

図 2 状態変数 $x(t)$ の応答 (制御なし)

Fig. 2. Responses of state variable $x(t)$ (no controls)

図 3 状態変数 $x(t)$ の応答 (制御あり)

Fig. 3. Responses of state variable $x(t)$ (with controls)

図 4 推定値 $\hat{\alpha}(t)$

Fig. 4. Estimate $\hat{\alpha}(t)$ of the parameter α^*

続適応ロバスト制御則を提案した。そして、この制御則

図5 制御入力 $u(t)$
Fig. 5. Control input $u(t)$

を河川の汚染に対する水質管理システムに適用し、その有効性を示した。

(平成10年5月21日受付, 同10年11月16日再受付)

文 献

- (1) B. R. Barmish, M. Corless and G. Leitmann: "A New Class of Stabilizing Controllers for Uncertain Dynamical Systems", *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol.21, 246-255, 1983.
- (2) B. Brogliate and A. Trofino Neto: "Adaptive Robust Control of a Class of Nonlinear Dynamic Systems Containing Partially Known Uncertainties", *Proceedings of American Control Conference*, 2559-2563, 1995.
- (3) B. Brogliate and A. Trofino Neto: "Practical Stabilization of a Class of Nonlinear Systems with Partially Known Uncertainties", *Automatica*, vol.31, 145-150, 1995.
- (4) Y. H. Chen: "Adaptive Robust Observers for Non-linear Uncertain Systems", *International Journal of Systems Science*, vol.21, 803-814, 1990.
- (5) Y. H. Chen: "Adaptive Robust Control of Uncertain Systems with Measurement Noise", *Automatica*, vol.28, 715-728, 1992.
- (6) M. J. Corless and G. Leitmann: "Continuous State Feedback Guaranteeing Uniform Ultimate Boundedness for Uncertain Dynamic Systems", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol.AC-26, 1139-1144, 1981.
- (7) M. J. Corless and G. Leitmann: "Adaptive Control of Systems Containing Uncertain Functions and Unknown Functions with Uncertain Bounds", *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol.41, 155-168, 1983.
- (8) S. Gutman: "Uncertain Dynamical Systems — A Lyapunov Min-Max Approach", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.AC-24, 437-443, 1979.
- (9) C. S. Lee and G. Leitmann: "Continuous Feedback Guaranteeing Uniform Ultimate Boundedness for Uncertain Linear Delay Systems: an Application to River Pollution Control", *Comput. Math. Applic.*, vol.16, 929-938, 1988.
- (10) Y. H. Chen and C. S. Lee: "On the Control of an Uncertain Water Quality System", *Optimal Control Applications & Methods*, vol.8, 279-298, 1987.
- (11) C. S. Lee and G. Leitmann: "Uncertain Dynamical Systems: an Application to River Pollution Control", *Lecture Notes in Biomathematics*, 167-185, 1985.
- (12) G. Leitmann, C. S. Lee and Y. H. Chen: "Decentralized Control for an Uncertain Multi-Reach River System", *Lecture*

Notes in Control and Information Science, vol.95, 257-272, 1986.

- (13) G. Leitmann, C. S. Lee and Y. H. Chen: "Decentralized Control for a Large Scale Uncertain River System", *Proceedings of the IFAC Workshop on Modelling Decision and Game with Application to Social Phenomena*, vol.2, 539-552, 1986.

重丸 伸二 (非会員) 1974年7月6日生。1997年広島県立大学経営情報学科卒業。同年より同大学大学院経営情報学研究科修士課程に進学し現在に至る。ロボスト制御, 適応制御に関する研究に従事。計測自動制御学会, OR学会学生会員。

呉 漢生 (正員) 1956年3月22日生。1982年中国東北大学自動制御工学科卒業。84年同大学大学院修士課程修了。89年広島大学大学院工学研究科情報工学専攻博士課程後期修了(工学博士)。中国東北大学講師, 広島大学総合科学部助教授などを経て, 98年広島県立大学教授となり現在に至る。最適制御, 微分ゲーム, ロボスト制御, 適応制御, ニューラルネットワークおよびこれらの応用に関する研究に従事。計測自動制御学会, 情報処理学会の会員。