2 自由度最適有限整定サーボ系の設計

学生員 原田賢一 (広島工業大学) 学生員 松岡孝司 (広島工業大学)

正員 村田弘志 (広島工業大学)

A Design Method of Optimal Deadbeat Servo System with Two-Degree-of-Freedom.

Kenichi Harada, Takashi Matsuoka, Hiroshi Murata

(Hiroshima Institute of Technology)

In this paper, we propose a new design method of optimal deadbeat servo system with two-degree-of-freedom. In this design method, the desired value tracking characteristics and disturbance rejection characteristics can be performed by different compensators.

The optimal deadbeat control signal which minimizes the quadratic performance index for control signal and deviation can be easily obtained from the matrix computation using sampled data of the step response of the system. Then, the deadbeat controller can be designed by using the control signal.

We show our simulation results with several numerical data to demonstrate the effectiveness of the present method.

キーワード : 2 自由度最適有限整定制御, 2 自由度有限整定サーボ系, デッドビート制御

1. まえがき

ステップ状目標値に追従する 1 形サーボ系では, 制御対象のパラメータ変動や定値外乱に対応するため, 主ループに積分補償を行っており, 制御対象が正確に把握され外乱も存在しないならば, 目標値追従特性は積分補償なしで実現できる¹⁾。そこで, 目標値追従特性と外乱抑制特性を各々独立した補償器で実現する 2 自由度サーボ系の設計法が池田ら^{2,3)}藤崎ら⁴⁾萩原ら^{5,6)}によって提案されている。またそのデジタル型 2 自由度 LQ 1 サーボ系の設計と実機への応用も文献⁶⁾で報告されている。

一方, 過渡応答波形の改善や操作量制限への対応が可能な最適有限整定応答サーボ系の設計については, 主ループ内の緩和フィルタと状態局部フィードバックを用いる西村ら⁷⁾の方法や, 制御対象に前置補償器を加え状態フィードバックにより局部補償を行う瓜倉ら⁸⁾の方法がよく知られている。また, 2 自由度デッドビート制御として出力フィードバックによる設計法が舟橋ら⁹⁾, 堀口ら¹⁰⁾によって報告されており, 文献^{2~6)}のように目標値追従特性と外乱抑制特性を分離した設計法ではないが操作量と偏差に関する 2 次形式評価関数を最小化するよう線形最適化手法を用いて有限整定サーボ系を実現している。

筆者らも, 同様な制御構成による最適有限整定制御系の設計法について, 制御対象の次数を n とするとき, そのステップ応答のサンプル値を用いた簡単な行列演算から制御段数が $N=n+k$ ($k \geq 1$) なる最適有限整定操作量 u_k を求め, こ

の操作量に対する制御対象の有限整定応答を閉ループ系の規範モデル応答とする最適有限整定サーボ系の設計法を提案しているが^{11~14)}目標値に注目して N 段制御の最適有限整定サーボ系を設計していることから, 外乱に対しては必ずしも最適でない N 段の有限整定制御応答となっていた。

本論文は, 目標入力に対する応答については積分補償の効果が現れないよう積分器の出力端に制御対象からの状態フィードバックによる N 段の最適有限整定制御を実現し, 外乱に対しては n 段の最短時間又は N' 段の最適有限整定応答を得よう積分補償を行う 2 自由度最適有限整定応答サーボ系の設計法を提案したものである。制御系は文献⁶⁾で萩原らの用いたものを基本にして, 制御対象に前置補償器 $G_c(z)$ と状態フィードバックループに $G_a(z)$ なる補償器を追加したサーボ系の構成となっており, 目標値と外乱に対し独立した補償器の設計により 2 自由度最適有限整定制御を実現している。前述の筆者らの手法による最適有限整定操作量 u_k に対応する規範モデル応答を用いて目標値への追従は N 段の最適有限整定応答特性を, 外乱については n 段, N' 段の最短および最適有限整定外乱抑制特性をもたせるように補償器を設計した。従来のように制御装置を設計後に閉ループ系の応答を求めて試行を繰り返す必要がなく, u_k に対する規範モデル応答が制御仕様を満たすことを確認すれば対応する制御装置が容易に求まり, 設計手法も簡単である。数値例により目標値および外乱のステップ変化および制御対象のパラメータ変化に対するシミュレーション結果を示し, 提案した手法の有効性を示している。

2. 系の記述と問題の設定

制御対象の伝達関数を $G(s)$ とし、次数を n 、ゲインを K 、ステップ応答を $h(t)$ とする単一入出力系を考える。また、入力を $u(t)$ 、出力を $y(t)$ とし、 $G(s)$ の入力端にサンプル周期が θ の零次ホールド回路を置き、例えば出力 $y(t)$ の場合サンプル値を $y_i = y(i\theta)$ と表示する。このとき、入出力間には次式が成立している。

$$y_i = \sum_{j=1}^i g_j u_{i-j} \quad (i = 0, 1, \dots) \quad (1)$$

ここに、 g_i は $g_i = h_i - h_{i-1}$ なるマルコフパラメータであり、 $G(s)$ のパルス伝達関数を $G(z)$ とすれば、

$$G(z) = \frac{b(z)}{1+a(z)} = \sum_{i=1}^{\infty} g_i z^{-i} \quad (2)$$

$$(h_i = \sum_{j=1}^i g_j)$$

と表される。ただし、

$$\left. \begin{aligned} a(z) &= a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \\ b(z) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

である。このとき、 $a_i, b_i (i = 1 \sim n)$ と g_i の間には次式の関係が成立している。

$$g_i = \begin{cases} b_i - \sum_{l=1}^{i-1} a_l g_{i-l} & (i = 1 \sim n, g_0 = 0) \\ -\sum_{l=1}^n a_l g_{i-l} & (i \geq n+1) \end{cases} \quad (4)$$

また、対応する状態方程式と出力方程式は可制御正準形として次式のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} x_{i+1} &= \Phi x_i + \Gamma u_i \\ y_i &= \Psi x_i \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_n & \dots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} & (n \times n) \\ \Gamma &= [0, \dots, 0, 1]^T & (n \times 1) \\ \Psi &= [b_n, \dots, b_2, b_1] & (1 \times n) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

なお、1形サーボ系の構成条件として次式を仮定する。

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \Phi - I & \Gamma \\ \Psi & 0 \end{bmatrix} = n+1 \quad (7)$$

ここで、制御段数を N とし、 $N = n+k (k \geq 0)$ なる任意な値に対して、入力ベクトルを u_k 、伝達マトリクスを G とすれば、 $(N+1)$ 段にわたる出力応答ベクトル y は(1)式を整理して

$$y = [\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_{N+1}]^T = G u_k \quad (8)$$

が得られる。ただし、 u_k, G は

$$u_k = [\bar{u}_0, \bar{u}_1, \dots, \bar{u}_N]^T \quad (9)$$

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ g_{N+1} & g_N & \dots & g_1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

である。

さらに、 $(N+1)$ 段にわたる単位ステップ状の目標値ベクトルを $i = [1, 1, \dots, 1]^T (N+1) \times 1$ とすれば、偏差ベクトル e は

$$e = [e_1, e_2, \dots, e_{N+1}]^T = i - G u_k \quad (11)$$

と表されるから、 Q, R を $(N+1) \times (N+1)$ なる正定対称な荷重行列として次式の偏差と操作量に関する2次形式評価関数 P_f を定める。

$$P_f = \frac{1}{2} (e^T Q e + u_k^T R u_k) \quad (12)$$

ここでの問題は、制御対象 $G(s)$ について(12)式の評価関数を最小化する最適有限整定操作量 u_{rk} を求め、この u_{rk} に対する $G(s)$ の応答 $\bar{y}_i (i = 1 \sim N+1)$ を閉ループ系の規範モデル応答とし、目標値追従特性は N 段で、外乱抑制特性は n 段、 N' 段で制御する2自由度最適有限整定サーボ系の設計を行うことである。

3. 有限整定操作量とパルス伝達関数

目標値および制御対象の入力端に加わる外乱としてステップ状信号を考え、目標値に対する有限整定操作量を u_r 、外乱に対する有限整定操作量を u_d とする。本章では u_r, u_d の簡単な導出と(2)式のパルス伝達関数 $G(z)$ の関係を示す。

<3・1> 目標値に対する最適有限整定操作量 u_{rk}

図1(a)に示すように、零次ホールド回路を前置した制御対象について制御段数を $N = n+k (k \geq 0)$ とする。 $u_i (i = 0, 1, \dots, N-1)$ なる操作量で制御対象の出力応答 $y_i (i \geq 1)$ を N 段以降ステップ状目標値に有限整定させたとすれば、 $y_i = 1.0 (i \geq N)$ 、 $u_{N+j} = u_N (j \geq 1)$ の関係式が得られる。そこで、(1)式における $y_i (i = N, \dots, N+n; y_0 = 0)$ に対し、この2つの条件を代入し整理して行列表示すれば次式を得る。

$$i_r = J_k u_{rk} = [1, 1, \dots, 1]^T \quad (n+1) \times 1 \quad (13)$$

図1 開ループ系

Fig. 1. Open loop system.

ただし、 u_{rk} は(9)式で与えており、 J_k は次式で表される。

$$J_k = \begin{bmatrix} g_N & g_{N-1} & \cdots & g_{n+1} & g_n & \cdots & g_1 & 0 \\ g_{N+1} & g_N & \cdots & g_{n+2} & g_{n+1} & \cdots & g_2 & h_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ g_{N+n} & g_{N+n-1} & \cdots & g_{2n+1} & g_{2n} & \cdots & g_{n+1} & h_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

$\xleftarrow{k} \qquad \qquad \qquad \xleftarrow{n+1}$

ここで、制御段数と系の次数が等しい場合には $k=0$ と置いて $N=n$ であるから、 $J_k=J_0$ は $(n+1) \times (n+1)$ 行列となり、 $|J_0| \neq 0$ が成立し、(13)式から

$$u_{r0} = J_0^{-1} i_r = [u_0, u_1, \dots, u_n]^T \quad (15)$$

が求まり、 u_{r0} は目標値変化に対する最短有限整定操作量である。ただし、 J_0 は次式で表され、この場合($i=n \sim 2n$)の y_i について整理している。

$$J_0 = \begin{bmatrix} g_n & \cdots & g_1 & 0 \\ g_{n+1} & \cdots & g_2 & h_1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ g_{2n} & \cdots & g_{n+1} & h_n \end{bmatrix} \quad (n+1) \times (n+1) \quad (16)$$

次に、(15)式で得られる最短時間有限整定操作量 u_{r0} とパルス伝達関数 $G(z)$ のパラメータ a_i, b_i ($i=1 \sim n$)の関係を求める。まず(15)式を求めたときの i の値を1段進めて y_i ($i=n+1 \sim 2n+1$)について整理し行列表示すれば、

$$i_r = J_1 u_{r0} \quad (n+1) \times 1 \quad (17)$$

を得る。ただし、 J_1 は(4)式の関係を用いて次式の右辺2項のように変形できる。

$$J_1 = \begin{bmatrix} g_{n+1} & \cdots & g_2 & h_1 \\ g_{n+2} & \cdots & g_3 & h_2 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ g_{2n+1} & \cdots & g_{n+2} & h_{n+1} \end{bmatrix} = J_0 W \quad (n+1) \times (n+1) \quad (18)$$

よって、(15)式から $i_r = J_0 u_{r0}$ であり(17)式との差を考えれば次式を得る。

$$J_0(I-W)u_{r0} = 0 \quad (19)$$

ただし、 I は単位行列であり、 W は次式で表される。

$$W = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ -a_n & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (n+1) \times (n+1) \quad (20)$$

ここで、(19)式の両辺に J_0^{-1} ($|J_0| \neq 0$)を作用させれば

$$(I-W)u_{r0} = 0 \quad (21)$$

が得られ、上式を解けば操作量 u_i ($i=0 \sim n$)とパルス伝達関数 $G(z)$ のパラメータ a_i, b_i の間には

$$\left. \begin{aligned} a_i &= (u_i - u_{i-1})/u_0 \\ b_i &= (y_i - y_{i-1})/u_0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$(u_0 = 1/\sum_{j=1}^n b_j, u_i = (1 + \sum_{j=1}^i a_j) u_0)$$

なる関係式が得られる¹⁴⁾。ただし、 y_i は u_i に対する制御対象の有限整定応答であり、(1)、(8)式から得られる。

一方、 $N \neq n$ ($k \neq 0$)の場合には、 J_k は(14)式のように $(n+1) \times (N+1)$ 行列で $\text{rank } J_k = (n+1)$ となり u_{rk} は一意に定まらない。そこで、(13)式の拘束条件 $i_r - J_k u_{rk} = 0$ の下で(12)式の評価を最小化する操作量をラグランジェの未定係数法を用いて求めれば、最適有限整定操作量 u_{rk} が次式のように得られる。¹¹⁾

$$\begin{aligned} u_{rk} &= M^{-1} [G^T Q i - J_k^T [J_k M^{-1} J_k^T]^{-1} [J_k M^{-1} G^T Q i - i_r]] \\ &= [\bar{u}_0, \bar{u}_1, \dots, \bar{u}_N]^T \end{aligned} \quad (23)$$

$$(M = [R + G^T Q G])$$

ここで、(22)式を求めたと同様にして、(23)式から得られる最適有限整定操作量 $\bar{u}_i$ ($i=0 \sim N$)に対する制御対象の出力応答を $\bar{y}_i$ とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_i &= (\bar{u}_i - \bar{u}_{i-1})/\bar{u}_0 \\ \bar{b}_i &= (\bar{y}_i - \bar{y}_{i-1})/\bar{u}_0 \end{aligned} \right\} \quad (\bar{u}_0 = 1/\sum_{j=1}^N \bar{b}_j) \quad (24)$$

が得られ、 $\bar{a}(z) = \sum_{i=1}^N \bar{a}_i z^{-i}$ 、 $\bar{b}(z) = \sum_{i=1}^N \bar{b}_i z^{-i}$ として $\bar{G}(z) = \bar{b}(z)/[1 + \bar{a}(z)]$ なるオーバーパラメータモデルが実現できる。このモデル $\bar{G}(z)$ は追加された極と零点が相殺していることから、

$$\bar{G}(z) = \frac{\bar{b}(z)}{1 + \bar{a}(z)} = \frac{b(z)\lambda(z)}{[1 + a(z)]\lambda(z)} \quad (25)$$

を満足する $\lambda(z)$ が存在し、(25) 式の右辺の分母どうしについて z^{-1} のべき乗の係数を比較すれば $\lambda(z)$ のパラメータ λ_i が得られ

$$\lambda(z) = 1 + \sum_{i=1}^k \lambda_i z^{-i}, \quad \lambda_i = \bar{a}_i - \sum_{j=1}^n \lambda_{i-j} a_j \quad (26)$$

$$(i=1 \sim k, \lambda_0=1, \lambda_p=0 \ (p < 0))$$

と表せる。

また、 $\bar{u}_i$ の系列と $\bar{u}_i$ に対する制御対象の出力応答 $\bar{y}_i$ (規範モデル応答) の系列を z 領域で表せば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}(z) &= [1 + \bar{a}(z)] \bar{u}_0 / (1 - z^{-1}) \\ \bar{y}(z) &= \bar{u}_0 \bar{b}(z) / (1 - z^{-1}) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

〈3・2〉 外乱に対する有限整定操作量 u_{d0} 図1(b)に示すように、制御対象の入力端に単位ステップ状の外乱 d が加わってから 1 サンプル周期遅れて操作量 u'_i ($i=0 \sim n$) を与え、 n 段で出力応答を零状態に有限整定応答させる。このとき出力 y'_i について次式が成立している。

$$y'_i = h_i - \sum_{j=1}^{i-1} g_{i-j} u'_{i-j} \quad (i \geq 1, g_0 = 0) \quad (28)$$

ここに、 h_i は外乱に対する制御対象のステップ応答であり、 n 段で有限整定すれば $y'_i = 0$ ($i \geq n+1$)、 $u'_j = 1.0$ ($j \geq n$) が成立する。この条件を (28) 式の y'_i ($i = n+1 \sim 2n+1$) に代入し、整理してマトリクス表示すれば次式を得る。

$$i_d = J_0 u_{d0} \quad (29)$$

ただし、 $u_{d0} = [u'_0, u'_1, \dots, u'_n]^T$ であり、 i_d は次式で表される。

$$i_d = [h_{n+1}, h_{n+2}, \dots, h_{2n+1}]^T \quad (n+1) \times 1 \quad (30)$$

J_0 は (16) 式で与えられており、 $|J_0| \neq 0$ が成立するから

$$u_{d0} = J_0^{-1} i_d = [u'_0, u'_1, \dots, u'_n]^T \quad (31)$$

として、ステップ状外乱に対する最短時間有限整定操作量 u_{d0} が得られる。

次に、上式で得られる最短時間有限整定操作量 u'_i ($i=0 \sim n$) とパルス伝達関数 $G(z)$ のパラメータ a_i 、 b_i ($i=1 \sim n$) の関係式を求める。まず、 i_d について (4) 式を用いて整理すれば、

$$i_d = \begin{bmatrix} h_{n+1} \\ h_{n+2} \\ \vdots \\ h_{2n+1} \end{bmatrix} = J_0 \left[\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \\ 0 \end{bmatrix} \right] \quad (32)$$

となり、上式の両辺に左側から J_0^{-1} を作用させれば

$$u_{d0} = [1 - a_1, 1 - a_2, \dots, 1 - a_n, 1]^T \quad (33)$$

なる関係式が得られ、

$$a_i = 1 - u'_{i-1} \quad (34)$$

となる。この式を用いて、ステップ状外乱に対する最短時間有限整定操作量の系列 u'_i を z 領域で表せば、

$$\begin{aligned} u_{d0}(z) &= u'_0 + u'_1 z^{-1} + \dots + u'_{n-1} z^{-(n-1)} + \frac{u'_n z^{-n}}{1 - z^{-1}} \\ &= \frac{1}{1 - z^{-1}} - za(z) \end{aligned} \quad (35)$$

が得られる。また、(35) 式の操作量を系に加えたときの出力応答について、系に加わる実際の入力

$$\begin{aligned} u_{d0}(z) &= \frac{z}{1 - z^{-1}} - \left[\frac{1}{1 - z^{-1}} - za(z) \right] \\ &= z[1 + a(z)] \end{aligned} \quad (36)$$

となることから、外乱に対する最短有限整定応答は

$$\begin{aligned} y_d(z) &= z^{-1} G(z) u_{d0}(z) = b(z) \\ (y'_i &= b_i : i = 1 \sim n) \end{aligned} \quad (37)$$

なる関係式が得られる。なお、操作量と制御量に関する 2 次形式評価を考えれば外乱に対する N' 段制御による最適有限整定操作量 $u_{dk'}$ 、最適有限整定応答 $\bar{y}_d(z)$ も同様に求まる。(付録 II 参照)

以上のように、ステップ状目標値に対する最適有限整定操作量 u_{rk} は (23) 式から、またステップ状外乱に対する最短有限整定操作量 u_{d0} は (31) 式から得られ、対応する出力応答 $\bar{y}(z)$ 、 $y_d(z)$ はおのおの (27) 式、(37) 式として得られる。

次章で設計する 2 自由度最適有限整定制御系では、目標値に対しては (27) 式の $\bar{y}(z)$ が、外乱に対しては (37) 式の $y_d(z)$ 、最適の場合は (A5) 式の $\bar{y}_d(z)$ が閉ループ系の出力応答 (規範モデル応答) となるよう制御装置が設計される。

4. 2 自由度最適有限整定サーボ系の設計

図 2 に、2 自由度最適有限整定サーボ系の構成を示す。ここに、 r 、 d はステップ状の目標値および外乱であり、 e_i を偏差、 y_i を制御量、主ループの積分器 $D_e(z)$ の出力信号を w_i とする。

目標値変化に対しては、フィードフォワード要素 H_0 、制御対象に前置した補償器 $G_c(z)$ とゲイン $f_r(z)$ の状態フィードバックで N 段制御による最適有限整定制御系を構

図2 2自由度最適有限整定サーボ系の構成

Fig.2. Configuration of optimal deadbeat servo system with two-degree-of-freedom.

成する。この間、外乱や制御対象のパラメータ変動がなければ、 $D_c(z)$ の出力信号 w_i ともう一つの局所フィードバック補償器 $G_\alpha(z)$ の出力信号 v_i が等しくなるよう $G_\alpha(z)$, $f_d(z)$ が設計され $\zeta_i = 0$ となって目標値変化に対しては積分補償を含まないサーボ系を設計することとなる。

また、外乱に対しては主ループのゲイン $\delta(z)$ を外乱抑制フィードバックゲインと考え、 n 段制御で外乱を最短有限整定させる制御系を設計する。

なお、付録に文献6)で萩原らが提案した“デジタル型2自由度LQ Iサーボ系”の制御構成を示している。図2の制御構成も基本的には同様な構成となっているが、有限整定制御を実現するため $G_c(z)$, $G_\alpha(z)$ が加わっているのが大きな相違である。

(4-1) 目標値に対する最適有限整定サーボ系

前述のように図2において、外乱やパラメータ変動がなく、 $D_c(z)$ の出力信号 w_i と $G_\alpha(z)$ の出力信号 v_i が等しくなれば $\zeta_i = 0$ となり、目標値変化に対しては積分補償を含まないサーボ系を考えることができる。

そこで、 $\zeta_i = 0$ において目標値 r と制御量 $\bar{y}$ の間の制御構成を分離すれば図3が得られる。この閉ループ系のステッ

プ応答が(27)式の規範モデル応答と一致するように $G_c(z)$ のパラメータ $\lambda_i, c_i (i=1 \sim k)$ とフィードバックゲイン $f_i (i=1 \sim n)$ を決定する。ここに、前置補償器 $G_c(z)$ 、フィードバックゲイン $f_r(z)$ を次式のように

$$G_c(z) = \frac{\lambda(z)}{c(z)} = \frac{1 + \lambda_1 z^{-1} + \dots + \lambda_k z^{-k}}{1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_k z^{-k}} \quad (38)$$

$$f_r(z) = f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \dots + f_n z^{-n} \quad (39)$$

とおけば、 $r - \bar{y}$ 間の合成伝達関数 $G_{\bar{y}}(z)$ は

$$G_{\bar{y}} = \frac{H_0 \lambda(z) b(z)}{c(z)[1 + a(z)] + \lambda(z) f_r(z)} = \frac{H_0 \lambda(z) b(z)}{R(z)} \quad (40)$$

となる。閉ループ系の制御量 $\bar{y}_i$ が有限整定応答するためには、 $G_{\bar{y}}(z)$ のすべての極を零に配置すればよいから $R(z) = 1$ が成立し次式の有限整定条件式が得られる。

$$c(z)[1 + a(z)] + \lambda(z) f_r(z) = 1 \quad (41)$$

ここで、最適有限整定操作量 u_{rk} に対する規範モデル応答は(27)式から $\bar{y}(z) = \bar{u}_0 \bar{b}(z) / (1 - z^{-1})$ として得られ、この値が(40)式の $R(z) = 1$ とおいた $G_{\bar{y}}(z)$ の単位ステップ応答 $\bar{y}(z) = H_0 \lambda(z) b(z) / (1 - z^{-1})$ と一致すればよいから、次式

$$\bar{y}(z) = \frac{\bar{u}_0 \bar{b}(z)}{1 - z^{-1}} = \frac{H_0 \lambda(z) b(z)}{1 - z^{-1}} \quad (42)$$

が成立する。(25)式より $\bar{b}(z) = \lambda(z) b(z)$ であるから $G_c(z)$ の分子 $\lambda(z)$ はオーバーパラメータモデルの $\lambda(z)$ と等しくなり、そのパラメータ $\lambda_i (i=1 \sim k)$ は(26)式から定めればよい。また、図2のフィードフォワード要素 H_0 は u_{rk} の初段の値と等しく

図3 目標値に対する最適有限整定サーボ系

Fig.3. Optimal deadbeat servo system for the step-wise desired value.

$H_0 = \bar{u}_0$ (43)

と決定できる。

従って、 $\lambda(z)$ のパラメータは $\mathbf{u}_{rk}$ を用いて (26) 式から得られるので、この $\lambda(z)$ を (41) 式に代入して整理すれば

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_1 & 1 & \ddots & \vdots & a_1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \lambda_2 & \lambda_1 & \ddots & 0 & a_2 & a_1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \lambda_2 & \ddots & 1 & \vdots & a_2 & \ddots & 1 \\ \lambda_k & \vdots & \ddots & \lambda_1 & a_n & \vdots & \ddots & a_1 \\ 0 & \lambda_k & & \lambda_2 & 0 & a_n & & a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_k & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \vdots \\ -a_n \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

が得られ、上式を解けば $G_c(z)$ の分母パラメータ c_i ($i = 1 \sim k$) とフィードバックゲイン f_i ($i = 1 \sim n$) が求まる。

さて、以上のように $G_c(z) = \lambda(z)/c(z)$, $f_r(z)$, H_0 が定まれば、ステップ状目標値信号に対し最適有限整定応答 $\bar{y}(z)$ が得られるが、このとき図 2 における主ループの積分器 $D_e(z)$ の出力信号 w_i と局部フィードバック補償器 $G_a(z) = \beta(z)/\alpha(z)$ の出力信号 v_i が等しくなり $\zeta_i = w_i - v_i = 0$ となるように $G_a(z)$ とフィードバックゲイン $f_d(z)$ を決定する。

最適有限整定操作量 $\bar{u}(z)$ と対応する規範モデル応答 $\bar{y}(z)$ は (27) 式から、 $\bar{u}(z) = [1 + \bar{a}(z)]\bar{u}_0 / (1 - z^{-1})$, $\bar{y}(z) = \bar{u}_0 \bar{b}(z) / (1 - z^{-1})$ が得られている。従って、偏差は $1/(1 - z^{-1}) - \bar{y}(z)$ となるから積分器 $D_e(z) = z^{-1} / (1 - z^{-1})$ の出力信号は

$$\left(\frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{\bar{u}_0 \bar{b}(z)}{1 - z^{-1}} \right) \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{z^{-1} [1 - \bar{u}_0 \bar{b}(z)]}{(1 - z^{-1})^2} \quad (45)$$

となる。また、 $\bar{u}(z) = [1 + \bar{a}(z)]\bar{u}_0 / (1 - z^{-1})$ なる操作量に対する制御対象の状態値 $\mathbf{x}(z)$ は

$$\frac{1}{1 + a(z)} \cdot \frac{[1 + \bar{a}(z)]\bar{u}_0}{1 - z^{-1}} = \frac{\lambda(z)\bar{u}_0}{1 - z^{-1}} \quad (46)$$

として得られる。局部補償器 $G_a(z)$ を次式のように

$$G_a(z) = \frac{\beta(z)}{\alpha(z)} = \frac{\beta_0 + \beta_1 z^{-1} + \cdots + \beta_{N-1} z^{-(N-1)}}{\alpha_0 + \alpha_1 z^{-1} + \cdots + \alpha_{k+1} z^{-(k+1)}} \quad (47)$$

と定義すればフィードバックゲインを $f_d(z)$ として $G_a(z)$ の出力信号は

$$\frac{\beta(z)}{\alpha(z)} \cdot f_d(z) \frac{\lambda(z)\bar{u}_0}{1 - z^{-1}} \quad (48)$$

となる。よって、1 段遅れた (48) 式と (45) 式を等しくおけば

$$\frac{[1 - \bar{u}_0 \bar{b}(z)]}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{\beta(z)}{\alpha(z)} \cdot \frac{f_d(z)\lambda(z)\bar{u}_0}{(1 - z^{-1})} \quad (49)$$

となるから、

$$G_a(z) = \frac{\beta(z)}{\alpha(z)} = \frac{[1 - \bar{u}_0 \bar{b}(z)] / (1 - z^{-1})}{f_d(z)\lambda(z)\bar{u}_0} \quad (50)$$

として $G_a(z)$ が定まる。ここで $f_d(z)$ は任意に選べるが次節 <4・2> で外乱に対する補償器 $\delta(z)$ の設計を考慮して

$$f_d(z) = (1 - z^{-1}) / \bar{u}_0 \quad (51)$$

と定めれば

$$\left. \begin{aligned} \alpha(z) &= (1 - z^{-1})\lambda(z) \\ \beta(z) &= [1 - \bar{u}_0 \bar{b}(z)] / (1 - z^{-1}) \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

のように $\alpha(z)$, $\beta(z)$ が決定できる。

なお、 $\beta(z) = [1 - \bar{u}_0 \bar{b}(z)] / (1 - z^{-1})$ は偏差の系列であり ($N + 1$) 段以降は零となり $\beta(z)$ の z^{-1} についての次数は (47) 式のように $(N - 1)$ 次とすればよい。

図 4 外乱に対する有限整定サーボ系とその等価ブロック線図
Fig. 4. Deadbeat servo system for the step-wise disturbance and equivalent block diagram.

〈4・2〉 外乱に対する最短有限整定制御 前節で得られた(43), (44), (51), (52)式から $H_0, G_c(z), f_r(z), f_d(z), G_a(z)$ を定めれば目標値変化に対し主ループの積分器を用いない最適有限整定サーボ系が実現できる。一方, 外乱やパラメータ変動に対しては図2の $\zeta_r \neq 0$ となるから, 補償器 $\delta(z)$ を用いてステップ状外乱に対し最短で制御量を零状態にもどす外乱抑制特性をもったサーボ系を設計する。

図2において $r=0$ とし, 外乱 d と対応する制御量 y' についての関係を整理すると図4(a)となり, さらに等価変換を行えば図4(b)となる。よって, $d-y'$ 間の伝達関数 $G_{dy'}(z)$ は(41)式の有限整定条件と(51), (52)式の $f_d(z), \alpha(z), \beta(z)$ を代入すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} G_{dy'}(z) &= \frac{c(z)\alpha(z)b(z)(1-z^{-1})}{\{(1-z^{-1})[c(z)\alpha(z)[1+a(z)]+\lambda(z)\{\delta(z)f_d(z)\beta(z)+\alpha(z)f_r(z)\}+\alpha(z)\delta(z)\bar{b}(z)z^{-1}\}} \\ &= \frac{c(z)b(z)(1-z^{-1})}{\{c(z)(1-z^{-1})[1+a(z)]+\frac{\delta(z)z^{-1}}{\bar{u}_0}-\frac{\delta(z)\bar{u}_0\bar{b}(z)z^{-1}}{\bar{u}_0}+(1-z^{-1})\lambda(z)f_r(z)+\delta(z)\bar{b}(z)z^{-1}\}} \\ &= \frac{c(z)b(z)(1-z^{-1})}{(1-z^{-1})\{c(z)[1+a(z)]+\lambda(z)f_r(z)\}+\delta(z)z^{-1}/\bar{u}_0} \\ &= \frac{c(z)b(z)\bar{u}_0(1-z^{-1})}{(1-z^{-1})\bar{u}_0+\delta(z)z^{-1}} \quad (53) \end{aligned}$$

ところで, 外乱に対する最短時間有限整定操作量 u_{d0} に対する制御対象の出力応答は(37)式から $y_d(z)=b(z)$ であるから, (53)式の伝達関数 $G_{dy'}(z)$ に単位ステップ状の外乱 $1/(1-z^{-1})$ が加わった応答 $y'(z)$ と等しくおける。よって,

$$y'(z) = \frac{c(z)b(z)\bar{u}_0(1-z^{-1})}{(1-z^{-1})\bar{u}_0+\delta(z)z^{-1}} \cdot \frac{1}{(1-z^{-1})} = b(z) \quad (54)$$

が成立する。上式から $\delta(z)z^{-1} = \bar{u}_0[c(z)-(1-z^{-1})]$ となり整理すれば

$$\delta(z) = \bar{u}_0[(1+c_1)+c_2z^{-1}+\cdots+c_kz^{-(k-1)}] \quad (55)$$

が求まる。なお, 外乱に対し N' 段での最適有限整定特性を得るには付録IIに示すように $\delta(z)$ を決定すればよい。

以上のように設計された図2の制御構成による2自由度最適有限整定サーボ系の設計手順を改めて整理すれば次のようになる。

- 1) 制御対象のステップ応答のサンプル値を用いて, (15), (23)式から最短および最適有限整定操作量 u_{r0}, u_{rk} を求め, $H_0 = \bar{u}_0$ とおく。
- 2) (22), (24)式から制御対象およびオーバーパラメータモデルのパルス伝達関数 $G(z)=b(z)/[1+a(z)], \bar{G}(z)=\bar{b}(z)/[1+\bar{a}(z)]$ を求め, 同時に(26)式から $G_c(z)$ の分子パラメータ $\lambda_i (i=1\sim k)$ を求める。
- 3) (44)式から, フィードバックゲイン $f_j (j=1\sim n)$ と $G_c(z)$ の分母パラメータ $c_j (j=1\sim k)$ を求める。
- 4) $f_d(z)=(1-z^{-1})/\bar{u}_0$ とおき $\alpha(z), \beta(z)$ を(52)式から求め, $G_a(z)$ を定める。
- 5) $c_j (j=1\sim k)$ を用いて(55)式から $\delta(z)$ を求める。
(外乱に対する最適応答を得る場合は付録II, (A7)式の $\delta'(z)$ を用いる)

1)~5)の過程により $H_0, \lambda(z), f_r(z), c(z), f_d(z), \alpha(z), \beta(z), \delta(z)$ の各補償要素が定まり図2のサーボ系が構成できる。

5. 設計例

制御対象の伝達関数が $G(s)=5/(1+2s)(1+3s)(1+7s)$ で表される3次の系を考える。制御段数 $N=5 (k=2)$ の場合における2自由度最適有限整定応答サーボ系の設計例とシミュレーション図を示す。

サンプル周期を $\theta=1.5\text{sec}$ とすれば制御対象のステップ応答 $h(t)$ のサンプル値から, (4)式の g_i は $g_1=0.047, g_2=0.219, g_3=0.382, g_4=0.477, \dots$ を得る。よって, $N=n=3$ の場合における最短有限整定操作量 u_{r0} は(15)式から

$$u_{r0}=[u_0, u_1, u_2, u_3]^T=[4.995, -4.425, 1.355, 0.200]^T \quad (56)$$

となる。この $u_i (i=0\sim 3)$ に対する出力応答は(1)式から $y_1=0.234, y_2=0.888, y_3=1.0$ が求まり, (22)式から制御対象のパルス伝達関数は

$$G(z) = \frac{0.047z^{-1}+0.131z^{-2}+0.023z^{-3}}{1-1.886z^{-1}+1.157z^{-2}-0.231z^{-3}} \quad (57)$$

となる。一方, $N=5(k=2)$ の場合, (12)式の評価関数における荷重行列を $Q=R=I$ (I : 単位行列) と選べば, 最適有限整定操作量 u_{rk} は(23)式から得られ, 対応するオーバーパラメータモデル $\bar{G}(z)$ は(24)式から

$$u_{rk}=[1.506, 0.764, -0.062, -0.601, 0.521, 0.200]^T \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}(z) &= \frac{0.047z^{-1}+0.196z^{-2}+0.248z^{-3}}{1-0.493z^{-1}-0.548z^{-2}-0.358z^{-3}} * \\ &\quad * \frac{+0.152z^{-4}+0.021z^{-5}}{+0.745z^{-4}-0.213z^{-5}} \quad (59) \end{aligned}$$

として求まる。よって, (57), (59)式の $a_i (i=1\sim n), \bar{a}_j (j=1\sim N)$ を用いれば(26)式から

表 1 数値例

Table 1. Numerical examples.

$G(s) = \frac{5}{(1+2s)(1+3s)(1+7s)} \quad (Q=I, R=I)$									
θ	N	i	u_i	a_i	b_i	y_i			
1.5 sec	(a)	0	4.995			0.000			
		1	-4.425	-1.886	0.047	0.234			
		2	1.355	1.157	0.131	0.888			
		3	0.200	-0.231	0.023	1.000			
	(b)	0	1.506			0.000	λ_i	c_i	f_i
		1	0.764	-0.493	0.047	0.071	1.393	1.134	0.752
		2	-0.062	-0.548	0.196	0.366	0.922	0.555	-0.622
		3	-0.601	-0.358	0.248	0.740			0.139
		4	0.521	0.745	0.152	0.970			-0.922
	(c)	0	0.200	-0.213	0.021	1.000			0.031
							α_i	β_i	
		0	0.665			0.000	1.000	1.000	
		1	0.247	-0.628	0.266	0.177	0.614	0.543	-0.700
		2	0.146	-0.152	0.692	0.637	0.144	0.111	-0.333
3.0 sec	(a)	0	1.168			0.000			
		1	-0.283	-1.242	0.266	0.311			
		2	0.262	0.467	0.528	0.928			
		3	0.200	-0.053	0.062	1.000			
	(b)	0	0.665			0.000	λ_i	c_i	f_i
		1	0.247	-0.628	0.266	0.177	0.614	0.543	0.700
		2	0.146	-0.152	0.692	0.637	0.144	0.111	-0.333
		3	0.182	0.055	0.424	0.919			0.041
		4	0.205	0.034	0.114	0.994			-0.144
	(c)	0	0.200	-0.008	0.009	1.000			0.006
							α_i	β_i	
		0	0.665			0.000	1.000	1.000	
		1	0.247	-0.628	0.266	0.177	0.614	0.543	-0.386
		2	0.146	-0.152	0.692	0.637	0.144	0.111	-0.471

図5 シミュレーション結果
Fig. 5. Simulation results.

$$\lambda(z) = 1 + 1.393z^{-1} + 0.922z^{-2} \tag{60}$$

が得られ、(44)式に λ_i ($i = 1 \sim k$) の値を代入すれば

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \lambda_1 & 1 & 0 & a_1 & 1 \\ \lambda_2 & \lambda_1 & 1 & a_2 & a_1 \\ 0 & \lambda_2 & \lambda_1 & a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & a_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ -a_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{61}$$

から f_i ($i = 1 \sim 3$) と c_j ($j = 1 \sim 2$) が求まり、(52)式から α_i ($i = 1 \sim k+1$)、 β_j ($j = 0 \sim N-1$)、(55)式から $\delta(z)$ が決定できる。これらの値を表 1 (a) に示した。また、サンプル周期 $\theta = 3\text{sec}$ の場合についても同様に各パラメータを求め表 1 (b) に示した。

以上のように設計された制御装置 $G_c(z)$ 、 $G_\alpha(z)$ 、 $f_d(z)$ 、 $f_r(z)$ を用いて図 2 の 2 自由度最適有限整定制御系を構成した場合のシミュレーション結果を図 5 (a)、(b) に示す。同図 (a) は $\theta = 1.5\text{sec}$ の場合、(b) は $\theta = 3\text{sec}$ の場合のステップ状目標値変化に対する閉ループ系の応答と 15θ の時点で単位ステップ状の外乱を加えた場合の応答である。

実線はパラメータ変動のない場合であり、設計どおり目標値に対しては $N = 5$ 段、外乱に対しては $n = 3$ 段で有限整定している。一方、時定数 $T_3 = 7$ について $\pm 10\%$ 、ゲイン $K = 5$ について $\pm 5\%$ のパラメータ変動を与えた場合の応答を各々破線と一点鎖線で示しているが、いずれも安定な制御結果が得られている。なお、目標値および外乱に対して各々独立に最適有限整定応答を得る場合の設計例を 2 次振動系制御対象について付録 II に示す。

6. まとめ

本論文では、ステップ状目標値に対する追従特性の改善と制御対象のパラメータ変動や定値外乱に対する積分補償を独立に設計できる 2 自由度最適有限整定応答サーボ系の設計法を提案した。

本手法は、制御対象のステップ応答を用いた簡単な行列演算から、偏差と操作量に関する 2 次形式評価を最小化する最適有限整定操作量 u_{rk} を求め、 u_{rk} に対する制御対象の出力応答 y_i を規範モデル応答とし、この規範モデル応答に閉ループ系のステップ応答が一致するように 1 形の最適有限整定応答サーボ系を設計している。また、外乱に対しては操作量と制御量に関する 2 次形式評価を最小化する最適有限整定操作量 u_{dk} を求め、対応する応答 $\bar{y}$ を得るサーボ系の設計であり、目標値と外乱について各々独立に最適有限整定応答が得られるサーボ系を設計している。

従来の手法では、操作量や偏差についての荷重行列を適当に定め制御装置を設計後に閉ループ系の応答を求めて試行を繰り返す必要があるのに対し、提案した手法は最適有限整定操作量 u_{rk} 、 u_{dk} に対する応答が制御仕様を満たして

(平成10年7月27日受付,平成11年3月16日再受付)

- (1) 朴・鈴木・藤井：「多変数線形最適サーボ系の設計」，計測自動制御学会論文集，Vol. 8, No. 5, 568/575 (1972)
- (2) 池田・須田：「積分型最適サーボ系の2自由度構成」，第31回自動制御連合講演会前刷，115/116 (1988)
- (3) 池田・須田：「積分型最適サーボ系の構成」，計測自動制御学会論文集，Vol. 24, No. 1, 40/46 (1988)
- (4) 藤崎・池田：「2自由度積分型最適サーボ系の構成」，計測自動制御学会論文集，Vol. 27, No. 8, 907/914 (1991)
- (5) 萩原・大谷・荒木：「2自由度LQ I サーボ系の設計法」，システム制御情報学会論文集，Vol. 4, No. 12, 501/510 (1991)
- (6) 萩原・一木・金星・福光・荒木：「デジタル型2自由度LQ I サーボ系—設計法とその空気圧シリンダの位置決め制御への応用」，システム制御情報学会論文集，Vol. 11, No. 2, 51/60 (1998)
- (7) 西村・米澤：「緩和フィルタを用いる有限時間整定制御系の設計」，システム制御情報学会論文集，Vol. 4, No. 10, 399/406 (1991)
- (8) 瓜倉・長田：「過渡応答を考慮した離散時間システムに対するデッドビート制御」，計測自動制御学会論文集，Vol. 23, No. 4, 353/357 (1987)
- (9) 舟橋・山田：「2自由度補償法によるリップルフリー最適デッドビート制御」，計測自動制御学会論文集，Vol. 27, No. 1, 33/40 (1991)
- (10) 堀口・西村・長田・富田：「過渡応答を考慮した2自由度デッドビート制御」，計測自動制御学会論文集，Vol. 25, No. 10, 1046/1053 (1989)
- (11) 村田・相良：「インパルス応答を用いた最適有限整定制御装置の設計」，計測自動制御学会論文集，Vol. 20, No. 12, 1073/1080 (1984)
- (12) 村田・相良・和田：「直列・フィードバック補償による有限整定制御装置の設計」，計測自動制御学会論文集，Vol. 20, No. 10, 873/879 (1984)
- (13) 村田・相良：「状態フィードバックによる最適有限整定制御系の設計」，電気学会論文集，109-C, 6, 432/438 (1989)
- (14) 野田・宮田・中野・村田：「最適有限整定制御系の外乱特性について」，電気学会論文集，118-C, 4, 528/535 (1998)

3) 数値例とシミュレーション結果 伝達関数が $G(s)=1/(1+0.4s+s^2)$ で表される制御対象を考え、サンプル周期 $\theta=0.5\text{sec}$ 、制御段数を $N=4$ 、 $N'=3$ とする。 R, R' を I (単位行列) に固定し、 Q, Q' をそれぞれ $I, 30I, 100I, 1000I$ としたときの目標値に対する最適有限整定操作量 $\bar{u}_i$ と出力 $\bar{y}_i$ ($i=0\sim 4$) を (23), (8) 式から求め表A1 (a) に、外乱に対する最適有限整定操作量 $\bar{u}'_j$ と出力 $\bar{y}'_j$ ($j=0\sim 3$) を (A3), (A5) 式から求め表A1 (b) に示した。また、各々の開ループ系の応答を図A1に示している。

ここで、 $Q=30I, Q'=100I$ の場合を選び、制御装置の設計例を示す。制御対象 $G(z)$ と目標値および外乱に対するオーバパラメータモデル $\bar{G}(z), \bar{G}'(z)$ の各々のパラメータと $\lambda(z), \lambda'(z)$ のパラメータは表A2のように定まる。(44) 式から、 $f_r(z)=1.115z^{-1}-0.702z^{-2}$ 、 $c(z)=1+0.482z^{-1}+0.050z^{-2}$ が求まり、(52) 式より $\alpha(z)=1-0.459z^{-1}-0.483z^{-2}-0.058z^{-3}$ 、 $\alpha'(z)=1-0.843z^{-1}-0.157z^{-2}$ 、 $\beta(z)=1+0.677z^{-1}+0.200z^{-2}+0.176z^{-3}$ が得られる。この $c(z), \alpha'(z), \lambda'(z)$ を用いれば、(A7) 式より、 $\delta'(z)$ が次のように求まる。

$$\delta'(z) = \frac{3.734 + 0.583z^{-1}}{1 + 0.157z^{-1}} \tag{A8}$$

なお、 $\lambda(z), H_\theta, f_d(z)$ は本文 (26), (43), (51) 式から得られる。

以上のように設計された制御装置を用いて図2の2自由度最適有限整定サーボ系を構成し、シミュレーションを行った結果を図A2に示す。

表A1 最適有限整定操作量と規範モデル応答

$G(s) = \frac{1}{1+0.4s+s^2}$		$R=I, R'=I$		$N=4, N'=3$		$\theta=0.5[\text{sec}]$	
Q, Q'	i	0	1	2	3	4	
I	(a)	$\bar{u}_i$	1.340	1.026	0.548	-0.097	1.000
	(b)	$\bar{y}_i$	0.000	0.154	0.507	0.856	1.000
		$\bar{u}'_i$	1.597	1.778	0.181	1.000	
		$\bar{y}'_i$	0.115	0.222	0.107	0.000	
$30I$	(a)	$\bar{u}_i$	2.818	-0.518	-0.121	0.866	1.000
	(b)	$\bar{y}_i$	0.000	0.323	0.800	0.982	1.000
		$\bar{u}'_i$	2.044	1.064	0.547	1.000	
		$\bar{y}'_i$	0.115	0.170	0.059	0.000	
$100I$	(a)	$\bar{u}_i$	3.994	-1.481	-0.043	1.320	1.000
	(b)	$\bar{y}_i$	0.000	0.458	0.990	1.042	1.000
		$\bar{u}'_i$	2.440	0.431	0.872	1.000	
		$\bar{y}'_i$	0.115	0.125	0.017	0.000	
$1000I$	(a)	$\bar{u}_i$	6.237	-5.895	3.124	0.637	1.000
	(b)	$\bar{y}_i$	0.000	0.715	1.135	0.953	1.000
		$\bar{u}'_i$	2.857	-0.234	1.213	1.000	
		$\bar{y}'_i$	0.115	0.077	-0.028	0.000	

表A2 制御対象とオーバパラメータモデルのパラメータ

$G(s)=\frac{1}{1+0.4s+s^2}$			$Q=30I$	$Q'=100I$	$N=4, N'=3$			
			$R=I$	$R'=I$	$\theta=0.5[\text{sec}]$			
i	a_i	b_i	$\bar{a}_i$	$\bar{b}_i$	λ_i	$\bar{a}'_i$	$\bar{b}'_i$	λ'_i
0					1.000			1.000
1	-1.597	0.115	-1.056	0.115	0.541	-1.440	0.115	0.157
2	0.819	0.107	0.013	0.169	0.058	0.569	0.125	
3			0.350	0.065		0.128	0.017	
4			0.048	0.006

図A1 開ループ系の応答

図A2 シミュレーション結果

上図はステップ状目標値変化に対する閉ループ系の応答であり、10 θ の時点で単位ステップ状の外乱を加えた場合の応答も示して。目標値に対しては図A1 (a) の破線の場合における4段制御、外乱に対しては図A1 (b) における一点鎖線の場合の3段制御と同じ閉ループ応答が得られており、完全な2自由度最適有限整定制御が実現できている。

原田 賢一 (学生員) 1976年12月9日生。1999年3月広島工業大学電子工学科卒業。同年4月、広島市立大学大学院情報科学研究科情報機械システム工学専攻入学、現在に至る。

松岡 孝司 (学生員) 1977年2月20日生。1999年3月広島工業大学電子工学科卒業。同年4月、(株)協和エクシオに入社、現在に至る。

村田 弘志 (正員) 電気学会論文誌 Vol. 119-C, No. 3 1999 参照。