準最適ステップゲインを用いた Block LMS-Newton アルゴリズム

非会員 木 許 雅 則 (九州大学)

非会員 西 哲 生 (九州大学)

正 員 古 川 利 博 (東京理科大学)

A Block LMS-Newton Algorithm with an Approximate Optimum Step Gain

Masanori Kimoto, Non-member, Tetsuo Nishi, Non-member (Kyushu University), Toshihiro Furukawa, Member (Fukuoka Institute of Technology)

A new block adaptive algorithm which gives analytically an approximate optimum step gain in the Block LMS-Newton algorithm is presented. We further propose a method to reduce the amount of computations to $O(N)$ computation per sample. Various simulations show that the proposed methods give fast convergence characteristics and reduced total computation time.

キーワード：準最適ステップゲイン，直交射影，ブロック処理，Block LMS-Newton アルゴリズム

1. ま え が き

未知系における入力信号と出力信号からこの未知系のインパルス応答を逐次的に推定するデジタルフィルタは、適応フィルタと呼ばれ、エコーキャンセラ、ノイズキャンセラ、自動等化器などに応用されている。適応フィルタでは、フィルタ係数をどのような適応アルゴリズムを用いて更新するかが重要な問題であり、これまでにさまざまな研究成果が報告されている⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁵⁾。

適応アルゴリズムでは、高速な収束速度と少ない演算量の両立が望まれる。LMS 型アルゴリズム⁽¹⁾⁽⁴⁾は、係数修正の演算量が少なく、かつハードウェア構成が容易であるという点から広く用いられている代表的なアルゴリズムである。しかし、このアルゴリズムは、入力信号が有色である場合、収束速度が著しく劣化するという欠点が知られている。

この問題点を解決する手法として、RLS アルゴリズム⁽⁶⁾と LMS-Newton アルゴリズム⁽³⁾が知られている。これら 2つの手法は、基本的に入力信号の自己相関行列の逆行列の推定値を用いて適応フィルタ係数を修正する点に共通な特徴を有している。両者の異なる点は、入力信号の自己相関行列の推定法とフィルタ係数修正におけるステップゲインの有無である。LMS-Newton アルゴリズムにおいては、入力信号の自己相関行列を確率近似法に基づき推定しており、フィルタ係数修正の際にステップゲイン u を導入している。また標準的な RLS アルゴリズムでは、自己相関行列の推定法は良く知られるところであり、ステップゲイン u は $u = 1$ である。従って RLS アルゴリズムは LMS-Newton

アルゴリズムの範疇と位置づける報告も見られる。

そこでこれらの状況に鑑み、本論文では LMS-Newton アルゴリズムについて議論を行う。LMS-Newton アルゴリズムに関しては、演算量を軽減するため入力信号の自己相関行列の逆行列の算出に工夫を加えた方式⁽⁷⁾⁽⁸⁾やブロック処理⁽⁵⁾を導入した Block LMS-Newton アルゴリズム⁽⁹⁾などが提案されている。これらのアルゴリズムでは、ステップゲイン u は一定として議論が行われている。

LMS-Newton アルゴリズムは、入力信号が非定常である場合でも良好な収束特性が得られるが、ステップゲイン u を適当な評価量の下で可変させることにより収束特性の改善を図った手法が Diniz らによって提案されている⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。この手法は任意の時刻における出力誤差の二乗和が最小となるようにステップゲイン u を調整する方式であり、他にもこの観点に立ってステップゲインを可変させる方式がいくつか提案されている⁽¹²⁾⁽¹³⁾。

ところで、適応フィルタを適用する状況によっては、出力誤差の二乗和ではなく未知系のパラメータと推定系（適応フィルタ）のそれとの距離を最小にすることが要求されることも考えられる。例えば適応制御系においてあるシステムのパラメータを推定したい場合などがその一例であろう。このような場合、従来の出力誤差の二乗和を評価量としてステップゲインを可変させる方式は、必ずしも求めるべき未知パラメータから見て最適な係数修正を行っているとは限らない。換言すれば従来の手法による係数修正は、後述するように修正方向ベクトル上への斜交射影演算を行っていると考えられる。従ってパラメータの距離を最小にするという観点から考慮すると、従来の可変ステップゲインを

図1 未知システムの同定モデル
Fig. 1. Identification model of an unknown system

用いた手法には、パラメータ収束速度に関して改善の余地がある。

そこで本論文では、パラメータ間の距離を最小にするようにステップゲイン u を可変する方式について議論する。本方式は、演算量を考慮して文献⁽⁹⁾で言及されている Block LMS-Newton アルゴリズムにその基礎を置いている。本論文で議論するステップゲインは、係数更新毎に推定係数から未知係数への距離ベクトルを係数修正ベクトルへ射影することにより得られる。最適なステップゲインを得ることにより、従来法に比べ高速な収束速度が得られる。

ところで本手法は、従来の Block LMS-Newton アルゴリズムと同様に、1 サンプル当たり $O(N^2)$ の演算量を必要としている。この演算量の大半は入力信号の自己相関の逆行列演算によるものである。そこで、本論文ではこの逆行列演算を簡略化したものについても提案し、その有効性を計算機シミュレーションにより示す。この手法によれば演算量は、 $O(N^2)$ から $O(N)$ へ減少する。

2. 問題の定式化

本章では、記号の定義と問題設定を行う。次いで、本論文で提案する手法の基礎となる Block LMS-Newton アルゴリズムについて述べる。なお、本論文では $M \times N$ の行列 Φ 、 $N \times 1$ のベクトル ψ をそれぞれ $\Phi_{M,N}$ 、 ψ_N と表記する。また、肩字の T は転置を表す。

適応システムの構成を図1に示す。ブロック適応信号処理の問題は、評価量 J を誤差ベクトル $e_r^{(L)}$

$$e_r^{(L)} \triangleq z_r^{(L)} - y_r^{(L)} = d_r^{(L)} + v_r^{(L)} - y_r^{(L)} \quad \dots (1)$$

の BMSE(Block Mean Square Error)

$$J \triangleq \frac{1}{r} E[e_r^{(L)T} e_r^{(L)}] \quad \dots (2)$$

とし、その量を最小にする最適な係数ベクトル $h_N^{(opt)}$ を求めることである。但し、 $E[\cdot]$ は期待値を表す。ここで $d_r^{(L)}$ は未知システムの出力ベクトルであり

$$d_r^{(L)} = X_{r,N}^{(L)} W_N \quad \dots (3)$$

で与えられる。但し、 W_N は未知システムの係数ベクトル

表1 Block LMS-Newton アルゴリズム

Table 1. Block LMS-Newton algorithm

(初期値)
$L = 1$ に対して
$A_{N,N}(0)^{(1)-1} = C \times I_{N,N}$, $h_N^{(1)} = 0_N$ (C は大きな正数)
(手順)
ブロック L において
1) $A_{N,N}(0)^{(L)-1} = A_{N,N}^{(L-1)-1}$
(i) $i = 1$ から r に対して、2), 3), 4) の手順を繰り返す。
2) $s_N(i)^{(L)} = A_{N,N}(i-1)^{(L)-1} x_N(i)^{(L)}$
3) $A_{N,N}(i)^{(L)-1} = \frac{1}{1-\alpha} \{ A_{N,N}(i-1)^{(L)-1} - \alpha \frac{s_N(i)^{(L)} s_N(i)^{(L)T}}{1-\alpha + \alpha x_N(i)^{(L)T} s_N(i)^{(L)}} \}$ $0 < \alpha \leq 1$
4) $i \rightarrow i+1$ とし手順 2) に戻る。
(ii) $i = r$ の場合、以下の手順を実行する。
5) $A_{N,N}^{(L)-1} = A_{N,N}(r)^{(L)-1}$
6) $e_r^{(L)} = z_r^{(L)} - X_{r,N}^{(L)} h_N^{(L)}$
7) $g_N^{(L)} = X_{r,N}^{(L)T} e_r^{(L)}$
8) $h_N^{(L+1)} = h_N^{(L)} + \frac{u}{r} A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)}$ $0 < u \leq 1$
9) $L \rightarrow L+1$ とし、手順 1) に戻る。

ル、 $X_{r,N}^{(L)}$ は入力ベクトル $x_N(j)^{(L)}$ ($j = 1, 2, \dots, r$; $L = 1, 2, \dots$) を有限個でブロック化し、行列表現した入力状態行列であり、それぞれ次式で定義する。

$$W_N \triangleq [w(0), w(1), \dots, w(N-1)]^T \quad \dots (4)$$

$$x_N^{(L)}(1) \triangleq [x(N-1+(L-1)r), x(N-2+(L-1)r), \dots, x((L-1)r)]^T \quad \dots (5)$$

$$x_N^{(L)}(2) \triangleq [x(N+(L-1)r), x(N-1+(L-1)r), \dots, x(1+(L-1)r)]^T \quad \dots (6)$$

$\vdots$

$$x_N^{(L)}(r) \triangleq [x(N+Lr-2), x(N+Lr-3), \dots, x(Lr-1)]^T \quad \dots (7)$$

$$X_{r,N}^{(L)} \triangleq [x_N^{(L)}(1), x_N^{(L)}(2), \dots, x_N^{(L)}(r)]^T \quad \dots (8)$$

但し、 r, L はそれぞれブロック長、ブロック番号、 $x(i)\{i = 1, 2, \dots\}$ は入力信号である。ここで議論の都合上、入力信号について次のような仮定を行う。

〔仮定 1〕 $x(i)$ は定常かつエルゴード性を満たす。

また、実際に得られる信号ベクトル $z_r^{(L)}$ は

$$z_r^{(L)} \triangleq d_r^{(L)} + v_r^{(L)} \quad \dots (9)$$

のように雑音 $v_r^{(L)}$ が付加されたものである。

一方、 $h_N^{(L)}, y_r^{(L)}$ は、それぞれ適応フィルタの係数ベクトルとその出力ベクトルであり

$$h_N^{(L)} \triangleq [h(0)^{(L)}, h(1)^{(L)}, \dots, h(N-1)^{(L)}]^T \quad (10)$$

$$y_r^{(L)} = X_{r,N}^{(L)} h_N^{(L)} \quad \dots (11)$$

で与えられる。

上記で定義した量を用いると、式 (2) を最小にする $h_N(opt)$ は

$$h_N(opt) = R_{N,N}^{-1} P_N \dots\dots\dots (12)$$

で与えられる。但し、 $R_{N,N}$ 、 P_N はそれぞれ入力信号の自己相関行列、入力信号と所望信号の相互相関ベクトルであり、これらは

$$R_{N,N} \triangleq \frac{1}{r} E[X_{r,N}^{(L)T} X_{r,N}^{(L)}] \quad (r = 1, 2, \dots) \dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} P_N &\triangleq \frac{1}{r} E[X_{r,N}^{(L)T} z_r^{(L)}] \\ &= \frac{1}{r} E[X_{r,N}^{(L)T} \{d_r^{(L)} + v_r^{(L)}\}] \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

で定義される。また以下のような仮定をおく。

【仮定 2】 $R_{N,N}$ は正則である。

【仮定 3】 入力信号と観測雑音は無相関、すなわち

$$E[X_{r,N}^{(L)T} v_r^{(L)}] = 0_N$$

である。仮定 [3]、式 (13) 及び (14) より、 $h_N(opt)$ は W_N と一致する。

さて実際の適応過程では、統計量である評価量 J を用いるのは困難なため、以下で与えられる J'

$$J' \triangleq \frac{1}{Lr} \sum_{i=1}^L e_r^{(i)T} e_r^{(i)} \dots\dots\dots (15)$$

を評価量とし、現在のブロックまでの二乗誤差の平均値を最小にするような $h_N^{(L)}$ を逐次求める。

これは、式 (12) に対応する連立方程式を解くことにより求められる。ここでは、式 (12) の係数行列 $R_{N,N}$ の代わりに次式で与えられる $A_{N,N}^{(L)}$

$$\begin{aligned} A_{N,N}^{(L)} &= \alpha \sum_{i=0}^{Lr-1} (1-\alpha)^i x_N(Lr-i) x_N(Lr-i)^T \\ &\quad + (1-\alpha)^{Lr} A_{N,N}^{(0)} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

を対象として議論を行う。但し、 $\alpha \{0 < \alpha \leq 1\}$ は忘却係数である。仮定 [1] より

$$R_{N,N} = \lim_{L \rightarrow \infty} A_{N,N}^{(L)} \dots\dots\dots (17)$$

の関係が成立する。

これらの準備の下に、表 1 に式 (12) で与えられる $h_N(opt)$ を逐次的に求める、Block LMS-Newton アルゴリズムを示す。

Block LMS-Newton アルゴリズムでは、表 1 の Step 8) でのステップゲイン u の選択が収束特性に重要な影響を及ぼす。 u の一般的な値としては、 $0.1 \leq u \leq 1.0$ 程度の固定された値が用いられるが、一般的にそれらの値は $\|h_N(opt) - h_N^{(L)}\|$ を最小にするという規範のもとでは最適であるとは言えない。但し、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムである。そのため、Block LMS-Newton アルゴリズムは

図 2 本手法の幾何学的解釈

Fig. 2. Geometric interpretation of the proposed method

収束特性が乏しい。そこで、良好な収束特性を得るために、上記の規範のもとでステップゲインを最適に選定することが望まれる。

3. 提案するアルゴリズム

本章では、 W_N と h_N との距離を直接評価量とすることにより、係数更新毎にステップゲインを近似的に最適にするブロック適応アルゴリズムを導出する。以下、入力仮定 [1] に従う。また、仮定 [3] に従い $h_N(opt) = W_N$ とし議論を進める。

図 2 に J の誤差曲面である等高線を示す。現在の適応フィルタの係数が L ブロック番目の $h_N^{(L)}$ であるとする。次のブロックでの係数 $h_N^{(L+1)}$ は、ステップゲイン u を用いて

$$h_N^{(L+1)} = h_N^{(L)} + u c_N^{(L)} \dots\dots\dots (18)$$

$$c_N = A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)} \dots\dots\dots (19)$$

で与えられる。但し、 c_N は Block LMS-Newton アルゴリズムの係数修正ベクトルである。 $u = 1$ の場合、 $h_N^{(L+1)}$ は J' を最小にする点ではあるが、 J を最小にする点 W_N からみて、 c_N 上で一番近い点ではない。方向ベクトル c_N 上で W_N から最も近い点は、 W_N から c_N へ垂線を下ろした点、すなわち $\hat{h}_N^{(L+1)}$ である。換言すると $\hat{h}_N^{(L+1)}$ は、 $W_N - h_N^{(L)}$ のベクトルを c_N へ直交射影して得られるベクトルの終点である。従って、この直交射影操作により、 u の代わりとして係数更新毎に最適なステップゲイン u_{opt} を決定することができる。

〈3・1〉 アルゴリズムの導出 はじめに任意のベクトル X_N 、 Y_N の内積を、任意の正定値対象行列 $B_{N,N}$ を用いて

表2 提案手法 (i) の手順
Table 2. The proposed Method (i)

(初期値)
$L = 1$ に対して
$A_{N,N}(0)^{(1)-1} = C \times I_{N,N}, h_N^{(1)} = 0_N$ (C は大きな正数)
(手順)
ブロック L において
p1) $A_{N,N}(0)^{(L)-1} = A_{N,N}^{(L-1)-1}$
(i) $i = 1$ から r に対して, p2), p3), p4) の手順を繰り返す。
p2) $s_N(i)^{(L)} = A_{N,N}(i-1)^{(L)-1} x_N(i)^{(L)}$
p3) $A_{N,N}(i)^{(L)-1} =$ $\frac{1}{1-\alpha} \{ A_{N,N}(i-1)^{(L)-1} - \alpha \frac{s_N(i)^{(L)} s_N(i)^{(L)T}}{1-\alpha + \alpha x_N(i)^{(L)T} s_N(i)^{(L)}} \}$ $0 < \alpha \leq 1$
p4) $i \rightarrow i+1$ とし手順 p2) に戻る。
(ii) $i = r$ の場合, 以下の手順を実行する。
p5) $A_{N,N}^{(L)-1} = A_{N,N}(r)^{(L)-1}$
p6) $e_r^{(L)} = z_r^{(L)} - X_{r,N}^{(L)} h_N^{(L)}$
p7) $g_N^{(L)} = X_{r,N}^{(L)T} e_r^{(L)}$
p8) $h_N^{(L+1)} = h_N^{(L)} + \frac{\ e_r^{(L)}\ ^2}{g_N^{(L)T} A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)}} A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)}$
p9) $L \rightarrow L+1$ とし, 手順 p1) に戻る。

$$\langle X_N, Y_N \rangle_{B_{N,N}} \triangleq X_N^T B_{N,N} Y_N \dots\dots\dots (20)$$

のように定義する。 $\langle X_N, Y_N \rangle_{B_{N,N}} = 0$ である場合, X_N と Y_N は $B_{N,N}$ に関して直交であるという。

任意のベクトル a_N, b_N, c_N に対して, $a_N = \beta c_N$ のとき

$$\langle c_N, b_N - \beta c_N \rangle_{B_{N,N}} = 0 \dots\dots\dots (21)$$

のような関係がある場合, a_N は, b_N を c_N へ直交射影 ($B_{N,N}$ に関して) して得られるベクトルである。但し, β はある実数である。式 (21) より,

$$\beta = \frac{\langle c_N, b_N \rangle_{B_{N,N}}}{\langle c_N, c_N \rangle_{B_{N,N}}} \dots\dots\dots (22)$$

を得る。従って a_N は

$$a_N = \beta c_N = \frac{\langle c_N, b_N \rangle_{B_{N,N}}}{\langle c_N, c_N \rangle_{B_{N,N}}} c_N \dots\dots\dots (23)$$

で表せる。この関係を図2に適用する。 a_N, b_N, c_N をそれぞれ $(\hat{h}_N^{(L+1)} - h_N^{(L)}), (W_N - h_N^{(L)}), A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)}$ に対応させると, 次式

$$\begin{aligned} \hat{h}_N^{(L+1)} - h_N^{(L)} = & \frac{\langle A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)}, W_N - h_N^{(L)} \rangle_{A_{N,N}^{(L)}}}{\langle A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)}, A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)} \rangle_{A_{N,N}^{(L)}}} A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)} \\ & \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

を得る。ここで, 内積演算 $\langle \cdot \rangle$ を式 (20) に従って計算すると式 (24) は

$$\begin{aligned} \hat{h}_N^{(L+1)} = & h_N^{(L)} \\ & + \frac{\|e_r^{(L)}\|^2}{g_N^{(L)T} A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)}} A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)} \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

となる。式 (18) と式 (25) より, 最適なステップゲイン u_{opt} は

$$u_{opt} = \frac{\|e_r^{(L)}\|^2}{g_N^{(L)T} A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)}} \dots\dots\dots (26)$$

で与えられることが分かる。式 (25) と式 (26) が本稿の主結果である。以上をまとめると本方式は表2で与えられる。

〈3・2〉 演算量の軽減 表1中 Step 8) の u を式 (26)

の u_{opt} に置き換えたものを以下では, (本方式の) 手法 (i) と呼ぶ。手法 (i) は, Block LMS-Newton と同じく, 1 サンプル当たり $O(N^2)$ の演算量を有する。但し, 演算量は 1 サンプル当たりの乗算回数を示す。これらのアルゴリズムは, 自己相関の逆行列の算出を逆行列の補題を用い, ブロック毎に r 回の反復計算により行っており, この計算がこれらのアルゴリズムの演算量の大半を占めている。そこで, 本報告では演算量の軽減のため, この反復計算 (表1, 2 中の Step (i)) を $i = r$ の場合にのみ行う手法を示す。これにより, この部分での演算量は従来法の $1/r$ になる。

次にこの手法の妥当性について考察してみる。表1, 2 での $A_{N,N}^{(L)-1}$ は, 式 (16) で与えられる $A_{N,N}^{(L)}$ の逆行列である。式 (16) の期待値をとると

$$\begin{aligned} E[A_{N,N}^{(L)}] = & E[x_N(Lr-i)x_N(Lr-i)^T] \alpha \sum_{i=0}^{Lr-1} (1-\alpha)^i \\ & + (1-\alpha)^{Lr} A_{N,N}(0)^{(1)} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

更に, $L \rightarrow \infty$ とすると

$$\lim_{L \rightarrow \infty} E[A_{N,N}^{(L)}] = A_{N,N} \alpha \sum_{i=0}^{\infty} (1-\alpha)^i \dots\dots\dots (28)$$

$$= A_{N,N} \dots\dots\dots (29)$$

を得る。但し, 任意の j に対して

$$A_{N,N} = E[x_N(j)x_N(j)^T] \dots\dots\dots (30)$$

を定義した。

一方, 提案手法での更新式 $\hat{A}_{N,N}^{(L)}$ は

$$\begin{aligned} \hat{A}_{N,N}^{(L)} = & \alpha \sum_{i=0}^{L-1} (1-\alpha)^i x_N((L-i)r)x_N((L-i)r)^T \\ & + (1-\alpha)^L A_{N,N}(0)^{(1)} \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

で表せる。式 (27) と同様に期待値をとり $L \rightarrow \infty$ とすると

$$\lim_{L \rightarrow \infty} E[\hat{A}_{N,N}^{(L)}] = A_{N,N} \dots\dots\dots (32)$$

表 3 演算量の比較
Table 3. Comparison of the computational complexity

アルゴリズム	乗算回数
Block LMS-Newton アルゴリズム	$(2 + \frac{1}{r})N^2 + (3 + \frac{1}{r})N + \frac{1}{r} + 1$
Diniz らのアルゴリズム	$3N^2 + 4N + 6$
手法 (i)	$(2 + \frac{1}{r})N^2 + (3 + \frac{2}{r})N + 2$
手法 (ii)	$\frac{3}{r}N^2 + (2 + \frac{3}{r})N + \frac{1}{r} + 1$

を得る。従って、有限の L に対して

$$E \left[A_{N,N}^{(L)} \right] \simeq E \left[\hat{A}_{N,N}^{(L)} \right] \cdots \cdots \cdots (33)$$

なる近似が成立すると考えて良く、この手法による精度の劣化は少ないと思われる。以下、この省略計算を行ったものを手法 (ii) と呼ぶ。

この省略計算の有効性については、次章の計算機シミュレーションで数値的に示す。

〈3・3〉 演算量の比較 本章では、提案した手法 (i) と (ii)、および Block LMS-Newton アルゴリズム、Diniz らの可変ステップサイズ LMS-Newton アルゴリズムとの演算量を比較する。前章と同様に、演算量は 1 サンプル当たりの乗算回数を意味する。

表 3 に各アルゴリズムの演算量を示す。表 3 より、手法 (ii) は $r = N$ の場合 $O(N)$ となる。

例として $N = r = 20$ の場合、Block LMS-Newton アルゴリズム、Diniz らのアルゴリズム、手法 (i)、および手法 (ii) の演算量は、それぞれ 882、1286、884、および 104 となり、手法 (ii) は Block LMS-Newton アルゴリズムの約 11.8%、Diniz らのアルゴリズムの約 8.1% の演算量である。

4. 具 体 例

〈4・1〉 シミュレーション条件 本章では、本手法と従来のアルゴリズムとの性能比較を以下の条件のもとで行う。

- 入力信号 $x(i)$ として、3 種類の信号を用いた。これらの信号は平均値零、分散 (1/12) の正規乱数を線形フィルタ $H_i(z) (i = 1, 2, 3)$ に通した出力信号である。

(i) 信号 #1 は低域通過フィルタ $H_1(z)$:

$$H_1(z) = \frac{1}{1 - 0.99z^{-1}} \quad \text{を用いた。}$$

(ii) 信号 #2 は低域通過フィルタ $H_2(z)$:

$$H_2(z) = [F(z)]^7 \quad \text{を用いた。}$$

但し

$$F(z) = 1 + 0.445z^{-1} + 0.202z^{-2} + 0.0907z^{-3} + 0.0408z^{-4} + 0.0183z^{-5}$$

(iii) 信号 #3 は帯域通過フィルタ $H_3(z)$:

$$H_3(z) = \frac{1}{1 - 1.35z^{-1} + 0.99z^{-2}} \quad \text{を用いた。}$$

- 付加雑音 $v(i)$ は、S/N 比 30dB に設定した白色信号

図 3 u_{opt} の変化 (入力信号 #1, 付加雑音あり)
Fig. 3. The changes of u_{opt} for input signal # 1 with the additive noise

図 4 収束特性 (入力信号 #1)
Fig. 4. The convergence characteristics for input signal # 1

図 5 収束特性 (入力信号 #1, 付加雑音あり)
Fig. 5. The convergence characteristics for input signal #1 with the additive noise

を用いた。

- 表 1, 2 中の定数 C , α をそれぞれ $C = 10^{8.6}$, $\alpha = 0.1$ とした。
- 未知系、推定系は次数がともに 19 次 ($N = 20$) の FIR 型フィルタを用いた。
- 未知系のインパルス応答 W_N は、次の周波数特性

$$A(\omega) = 1 + 0.5 \cos(0.5\omega)$$

図6 収束特性（入力信号#2，付加雑音あり）
Fig. 6. The convergence characteristics for input signal #2 with the additive noise

図7 収束特性（入力信号#3，付加雑音あり）
Fig. 7. The convergence characteristics for input signal #3 with the additive noise

$$\tau(\omega) = 1 + \frac{0.5(\pi^2 - \omega^2)}{\pi^2}$$

をIDFTしたものを用いた。但し、 $A(\omega)$ 、 $\tau(\omega)$ はそれぞれ振幅特性、群遅延特性である。

- アルゴリズムの性能を評価する量としては、次式で与えられる正規化推定誤差 NEE(Normalized Estimation Error)を用いた。

$$NEE = 10 \log_{10} \frac{\|W_N - h_N^{(L)}\|^2}{\|W_N\|^2} \text{ [dB]}$$

- 結果はすべて10回の試行を行い、その平均を示した。
(4.2) シミュレーション結果 図3は、 u_{opt} の値の変化を示したものである。入力信号に#1を用い、未知系出力に雑音を付加した結果であるが、他のいくつかの入力信号に対しても、同様の結果が得られている。初期段階で u_{opt} は、ある程度大きな値をとるが、その後は0.05付近の値を保っていることが分かる。

ここで $r = N$ の場合を例にとって u_{opt} について考察してみよう。式(13)と仮定[1]より、

$$\frac{1}{N} X_{N,N}^{(L)T} X_{N,N}^{(L)} = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N x_N(p)^{(L)} x_N(p)^{(L)T} \quad (34)$$

$$\simeq E[x_N(j)^{(L)} x_N(j)^{(L)T}] \dots (35)$$

図8 $A_{N,N}^{(L)-1}$ の更新の影響（入力信号#1，付加雑音あり）

Fig. 8. The influence of the updating $A_{N,N}^{(L)-1}$ for input signal #1 with the additive noise

図9 未知系変動に対する追従性（入力信号#1，付加雑音あり）

Fig. 9. The tracking capability for input signal #1 with the additive noise

$$= R_{N,N} \dots (36)$$

なる近似が成立するので

$$X_{N,N}^{(L)T} X_{N,N}^{(L)} \simeq N R_{N,N} \dots (37)$$

$$R_{N,N}^{-1} \simeq N (X_{N,N}^{(L)T} X_{N,N}^{(L)})^{-1} \dots (38)$$

とおくことができる。また、

$$X_{N,N}^{(L)} R_{N,N}^{-1} X_{N,N}^{(L)T} \simeq N I_{N,N} \dots (39)$$

であるので、式(39)より、 $r \times r$ の左上隅主座小行列は

$$X_{r,N}^{(L)} R_{N,N}^{-1} X_{r,N}^{(L)T} \simeq N I_{r,r} \dots (40)$$

で表せる。さらに、式(40)を用いると

$$\begin{aligned} & g_N^{(L)T} A_{N,N}^{(L)-1} g_N^{(L)} \\ &= e_r^{(L)T} X_{r,N}^{(L)} R_{N,N}^{-1} X_{r,N}^{(L)T} e_r^{(L)} \\ &= N \|e_r^{(L)}\|^2 \dots (41) \end{aligned}$$

が得られる。これを式(26)に代入すると u_{opt} が

$$u_{opt} \cong \frac{1}{N} \dots\dots\dots (42)$$

のように近似できる。 $r = N = 20$ の場合には、 $\frac{1}{N} = 0.05$ となり図3の結果とほぼ一致する。

図4は、入力信号に#1を用い、Block LMS-Newton アルゴリズム、Dinizらのアルゴリズムと手法(i)を比較したものである。ブロック長 r が10以下である場合、表3より手法(i)はDinizらのアルゴリズムに比べ少ない演算量で高速な収束特性を示すことが分かる。

図5、6は、入力信号を#1、#2、またそれぞれの未知系出力に雑音を付加したものをを用い、手法(i)を他のアルゴリズムと比較したものである。 $r = 1$ での手法(i)として、ここでは $u = u_{opt}$ 、 $u = \frac{1}{2}u_{opt}$ の2種類について示している。 $u = u_{opt}$ を用いた手法(i)は、 $r = 10$ 以下の場合ほぼ同等の収束速度であり、140サンプルで収束し最も高速である。しかし、推定精度が若干悪く-27dB程度である。 $u = \frac{1}{2}u_{opt}$ とすると推定精度は、良好であるが収束速度が若干遅くなる。これは、本手法の修正量が収束後もある程度の大きさを保っていることに起因する。一般的に最適値の近傍では、修正量が小さい方がより最適値に近づくといえる。 $u = u_{opt}$ の場合、1回の修正量が $u = \frac{1}{2}u_{opt}$ の約2倍であるため、その分収束速度は高速であるが、推定精度は $u = \frac{1}{2}u_{opt}$ に劣る。 $u = \frac{1}{2}u_{opt}$ の場合は、その逆のことがいえる。

図7は、入力信号に#3を用い、未知系出力に雑音を付加した結果である。図5、6と同様な特性がこの場合にも示されている。

図4～7より、 $r \leq 10$ での $u = u_{opt}$ を用いた手法(i)が比較対象中、最も高速であり、 $u = \frac{1}{2}u_{opt}$ を用いた手法(i)が前者に対し若干速度が落ちるものの、推定精度が-5dB程度良いことが確認できる。従って、収束速度に重点を置く場合は、 $u = u_{opt}$ と選択し、その他の場合は $u = \frac{1}{2}u_{opt}$ とすることが望ましい。

更に、両者の長所を活かし収束の初期段階では高速な $u = u_{opt}$ を用い、推定誤差が小さくなった時点(例えば-20dB程度)で $u = \frac{1}{2}u_{opt}$ に変えることで、高速かつ高推定精度の収束特性を得ることができる。このことは#1から#3までの各入力信号に対して確認されている。

図8は、手法(i)と手法(ii)を比較したものである。入力信号に#1を用い、未知系出力に雑音を付加した結果である。手法(i)は180サンプル、手法(ii)は380サンプルで収束しており、手法(ii)の収束速度は手法(i)の約1/2.1である。しかし、手法(ii)は1サンプル当たりの演算量が手法(i)の約1/5.4であるため、収束までの総演算量は約1/2.6となる。従って収束速度と演算量の兼ね合いを考えた場合には、手法(ii)は有効であるといえる。

図9は、未知係数の変動に対する追従性を確認するために、1500サンプルで W_N を変化させたときの特性を示している。また、入力信号には#1を用い、未知系出力に雑音を付加した結果である。さまざまな入力信号に対しても

同様に、良好な追従性が確認できた。

5. む す び

係数更新毎に最適なステップゲイン u_{opt} を与える、LMS-Newton法に基づく新しいブロック適応アルゴリズムを提案した。このステップゲインは、式(21)での直交条件を満足するように決定される。パラメータの距離を最小にするという意味での最適な修正量を得ることで本手法は、従来法と比較し高速な収束速度を示すことが確認された。

また、 $A_{N,N}^{(L)-1}$ の反復計算を省略することにより、演算量の軽減化を実現した手法についてもその有効性を示した。

今後は、 $A_{N,N}^{(L)}$ が非正則である場合においても動作可能なアルゴリズムについて考察を行う予定である。

(平成10年10月26日受付)

文 献

- (1) B.Widrow and J.R.Glover : "Adaptive Noise Cancelling : Principles and Applications," *Proc.IEEE*, **63**, No.12, 1692 (1975-12)
- (2) S.Haykin : "Adaptive Filter Theory," Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall (1986)
- (3) B.Widrow and S.D.Stearns : "Adaptive Signal Processing," Englewood Cliffs, NJ:Prentice Hall (1985)
- (4) 野田, 南雲 : 「システムの学習的同定法」, 計測と制御, **7-9**, 597 (昭43-09)
- (5) G.A.Clark, S.K.Mitra and S.R.Parker : "Block Implementation of Adaptive Digital Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, **29**, No.3, 744 (1981-6)
- (6) J.M.Cioffi and T.Kailath : "Fast Recursive Least Squares Transversal Filters for Adaptive Filtering," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, **32**, 304 (1984-4)
- (7) T.Kim and S.Kim : "A Fast Newton/LMS Algorithm," *IEICE Trans. Fundamentals*, **E77-A**, No.7, 1154 (1994-7)
- (8) T.Petillon, A.Gilloire and S.Theodoridis : "The Fast Newton Transversal Filter: An Efficient Scheme for Acoustic Echo Cancellation in Mobile Radio," *IEEE Trans., Signal Proc.*, **42**, No.3, 509 (1994-3)
- (9) M.Kimoto and T.Furukawa : "A Consideration on Block LMS-Newton Algorithm and Its Performance," in *Proc. of IS-PACS'94*(Seoul), 275 (1994-10)
- (10) P.S.R.Diniz and L.W.P.Biscainho : "Optimal Variable Step Size for the LMS/Newton Algorithm with Application to Sub-band Adaptive Filtering," *IEEE Trans. Signal Proc.*, **40**, No.11, 2825 (1992-11)
- (11) P.S.R.Diniz, M.L.R.de Campos and A.Antoniou : "Analysis of LMS-Newton Adaptive Filtering Algorithms with Variable Convergence Factor," *IEEE Trans. Signal Proc.*, **43**, No.3, 617 (1995-3)
- (12) W.b.Mikhael and F.H.Wu : "Fast Algorithms for Block FIR Adaptive Digital Filtering," *IEEE Trans. Circ. Syst.*, **34**, No.10, 1152 (1987-10)
- (13) J.S.Lim and C.K.Un : "Optimum Block Adaptive Filtering Algorithms Using the Preconditioning Technique," *IEEE Trans. Signal Proc.*, **45**, No.3, 773 (1997-3)

木 許 雅 則 (非会員) 1994 年福岡工業大学工学部管理工学科卒業。1996 年福岡工業大学大学院修士課程電子工学専攻了。1999 年九州大学大学院博士課程情報工学専攻単位取得満期退学。現在同大学院助手。適応信号処理に関する研究に従事。電子情報通信学会会員。

西 哲 生 (非会員) 1964 年九州大学工学部電子工学科卒業。1969 年同大学院博士課程了。同大通信工学科助手, 同大情報工学科助教授を経て同教授, 現在に至る。工学博士。現在, 線形回路, 分布・集中混在系および非線形回路の解析・合成の研究に従事。1985 年 IEEE CAS Society Guillemin-Cauer 賞受賞。電子情報通信学会, 情報処理学会, IEEE 会員。

古 川 利 博 (正員) 1980 年東京工業大学工学部情報工学科卒業。同年キャノン (株) 入社。1986 年千葉工業大学電気工学科助手, 1990 年同専任講師, 1992 年福岡工業大学助教授, 1996 年同教授を経て 1999 年東京理科大学経営工学科教授, 現在に至る。工学博士。現在, 適応信号信号処理, 最適受信システム設計, 人工知能の学習アルゴリズムに関する研究に従事。電子情報通信学会, IEEE 会員。