AT カット水晶振動子のカット角に対する周波数頂点温度特性の二次形式による解析

正 員 中 澤 光 男 (信州大学)

Quadric Analysis of Frequency Turn-Over Temperature Characteristics vs. Orientations of Quartz Crystal Resonators in the Vicinity of Circular AT-cut Plate.

Mitsuo Nakazawa, Member (Shinshu University)

Quadric analysis of frequency turn-over temperature characteristics vs. orientations of quartz crystal resonators in the vicinity of circular AT-cut plate was carried out in the temperature range from -196 to 250°C , and these characteristics were discussed in comparison with the experimental results.

キーワード：二次形式，AT カット水晶振動子，周波数頂点温度，周波数温度特性，カット角，高次モード

1. まえがき

古賀⁽¹⁾や Bechmann⁽²⁾らの発明になる AT カット水晶振動子は現在、移動体通信機器、高精度電子装置、テレビ・ビデオ、自動車、コンピュータや高精度水晶時計など多方面に利用されている。この理由は、水晶振動子の素材（水晶結晶体）が化学的・物理的に安定な圧電物質であり、同時に AT カット水晶振動子の周波数温度特性が広い温度範囲にわたって良好であり、かつ周波数の精度と信頼性が高いからである。

AT カット水晶振動子に圧電・弾性的に励起される厚みすべり主振動モードは、1932 年古賀によって世界で初めて発見・解明された。すなわち Green や Christoffel らによって数学的に研究された無限平板内の平面弾性波の理論を、古賀は工学的観点から発展的に、ギャップ式電極構造の薄い水晶振動子板に応用し、厚み振動理論として完成させた。やや遅れて Bechmann も独立に前記平面弾性波の理論を水晶振動子に応用した。その後、古賀の理論は、セラミックスを包含した薄い圧電平板や一般弾性平板内の波動解析として工学の分野に広く適用され、数限りない成果を生んできた。

現在水晶振動子においては、特別の場合を除いてはほとんど蒸着膜電極が使用されている。本論文では、AT カットの標準カット角の $35^{\circ} 15'$ 近傍において、回転 Y 板のカット角を徐々に増加する場合を考える。ただし、膜厚が一定で厚みすべり基本モードで振動しているとすると、このとき、周波数温度特性の実験において、周波数の極小値あるいは極大値を示す周波数頂点温度の軌跡の値が、これに対応するギャップ型電極をもつ古賀らの理論値と次第に食い違ってしまう現象があることが判明した。

さらに、3 次オーバートーン以上の高次モードに関する周波数頂点温度特性について、対応する上記理論値と実験

結果とが非常にかき離れてしまうことが判明した。Bechmann らもこのことについて検討しているが、必ずしも十分ではない。

現在これらの解明は、良好な AT カット板水晶振動子の設計にとって非常に重要なことであり、かつ緊急的課題である。

本研究は、以上のカット角・高次モード・温度特性などの間の相互作用に関する諸現象を、理論的に解明することを目的にして行われたものである。このために、ここに二次形式理論を提案して、実験値と比較して検証を行ったので報告する。⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾

2. 二次形式理論

厚さ一定の蒸着膜あるいはスパッタ膜の電極をもつ薄い水晶振動子板の周波数 f は、任意の温度 T において次のように Taylor 展開される。

$$\begin{aligned} f(T_0 + \Delta T) &\cong \sum_{n=0}^3 \frac{1}{n!} \left(\Delta T \frac{\partial}{\partial T} \right)^n f(T_0) \\ &= f(T_0) \left[1 + \alpha \Delta T + \frac{1}{2} \beta \Delta T^2 + \frac{1}{6} \gamma \Delta T^3 \right], \end{aligned} \quad \cdots(1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \alpha &= \left(\frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial T} \right)_{T_0} : \text{周波数一次温度係数、} \\ \beta &= \left(\frac{1}{f} \frac{\partial^2 f}{\partial T^2} \right)_{T_0} : \text{周波数二次温度係数、} \end{aligned}$$

$$\gamma = \left(\frac{1}{f} \frac{\partial^3 f}{\partial T^3} \right)_{T_0} : \text{周波数三次温度係数、}$$

$$T_0 = 25^\circ\text{C}, \quad \Delta T = (T - T_0).$$

上記 α, β および γ はカット角によって変化するので、カット角の関数である。

さて、本研究において、二次形式理論を考えるにあたり、AT 板近傍の水晶振動子の周波数は、温度 T とカット角 θ (Y 板を x 軸の回りで反時計方向に θ の回転角。) の双方に独立の関数であると考えて基準温度 T_0 と基準カット角 θ_0 の近傍で Taylor 展開を実行する。ただし、AT 板の形状・寸法はすべて同一であり、また電極膜の厚さと形状・寸法ならびに励振電力は一定であるとする。すなわち、

$$\begin{aligned} & f(\theta_0 + \Delta\theta, T_0 + \Delta T) \\ & \cong \sum_{n=0}^3 \frac{1}{n!} \left(\Delta\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \Delta T \frac{\partial}{\partial T} \right)^n f(\theta_0, T_0), \quad \dots(2) \end{aligned}$$

$$\text{ただし、} \quad \Delta\theta = (\theta - \theta_0).$$

さて、式(2)において、任意の温度 T について一階偏微分を実行して、かつ変形すれば次式が得られる。

$$\left(\frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial T} \right)_{T_i} = 0. \quad \dots(3)$$

式(3)を周波数頂点温度 T_i を与える二次形式と定義する。すなわち、従来にない新しい次式が求まる。

$$\frac{1}{2} b \Delta T^2 + (h \Delta\theta + e) \Delta T + \frac{1}{2} a \Delta\theta^2 + g \Delta\theta + c = 0, \quad \dots(4)$$

ただし、

$$\begin{aligned} a &= \left[\frac{1}{f} \left(\frac{\partial^3 f}{\partial T \partial \theta^2} \right) \right]_{\theta_0, T_0}, & b &= \left[\frac{1}{f} \left(\frac{\partial^3 f}{\partial T^3} \right) \right]_{\theta_0, T_0}, \\ c &= \left[\frac{1}{f} \left(\frac{\partial f}{\partial T} \right) \right]_{\theta_0, T_0}, & e &= \left[\frac{1}{f} \frac{\partial^2 f}{\partial T^2} \right]_{\theta_0, T_0}, \\ g &= \left[\frac{1}{f} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial T \partial \theta} \right) \right]_{\theta_0, T_0}, & h &= \left[\frac{1}{f} \left(\frac{\partial^3 f}{\partial T^2 \partial \theta} \right) \right]_{\theta_0, T_0}, \end{aligned}$$

$$\text{および} \quad \Delta T = (T_i - T_0).$$

式(4)は一般二次形式である。また、式(4)から $\Delta\theta$ と ΔT とが互いに影響し合い相互作用をしていることが判る。これが AT 板近傍の任意のカット角に対する周波数頂点温度を与える理論式であり決定式である。同様に、式(1)から周波数頂点温度 T_i を与える二次形式は次のようになる。

$$\frac{1}{2} \gamma \Delta T^2 + \beta \Delta T + \alpha = 0, \quad \dots(5)$$

ただし、 $\Delta T = (T_i - T_0)$ 。
故に、式(4)と(5)から次式が得られる。

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} (a \Delta\theta^2 + 2g \Delta\theta + 2c), \\ \beta &= (h \Delta\theta + e), \end{aligned}$$

$$\text{および} \quad \gamma = b. \quad \dots(6)$$

式(4)から(6)は筆者によりはじめて導かれたものである。また、式(6)より α, β および γ がカット角 θ に従ってどのように変化するか容易に理解できる。

次に AT カット水晶振動子の周波数温度特性において、変曲点温度 T_f を知ることが実用上重要になる。これを式(2)から求めれば次のようになる。

$$\left(\frac{1}{f} \frac{\partial^2 f}{\partial T^2} \right)_{T_f} = 0, \quad \dots(7)$$

$$\text{すなわち} \quad T_f = T_0 - e - h \Delta\theta. \quad \dots(8)$$

さて、式(6)において、任意のカット角 $\Delta\theta$ における AT 板近傍の周波数温度特性の α, β 及び γ を知れば、二次形式の定数 a, b, c, e, g および h を決定することができる。なお、信頼性のある定数値を決定するために、多数のカット角で切断された試料の測定値について最小二乗法を用いて計算しなければならない。

3. 実験結果と理論の検証

本実験で使用した円形 AT カット板は 5 種類でカットの方位は $(YXl)/\theta$ であり、それぞれ $\theta = 35^\circ 33', 36^\circ 03', 36^\circ 18', 36^\circ 33'$ ならびに $36^\circ 48'$ である。円形振動子板の直径は 12.5mm であり、電極膜の径は 6.0mm である。その支持はリボンプレートを用いてかつ高温半田により接着している。ケースは HC-47/U でコールドウェルド型真空封じである。周波数定数は $N_0 = f_0 t_0 = 1.6588\text{MHz} \cdot \text{mm}$ である。但し、 t_0 は円形水晶板の厚さである。一例として、 $\theta = 36^\circ 48' \pm 15''$ に対し、温度 25°C において厚みすべりモードの基本周波数は $f_0 = 9.99280\text{MHz}$ であった。この近傍の厚みすべり系統のインハーモニックモードは、基本波の周波数より約 50kHz および 70kHz 高い位置に発生していた。本実験の基本波ならびに高次オーバートーンの温度変化の実験に対して、上記インハーモニックモードとの間の周波数ジャンプなどの相互作用の影響はなかったことが確認された。このときの等価回路定数と Q 値は以下の通りである。

$$\text{motional capacitance} \quad C_1 = 34.65(\text{fF}),$$

motional inductance	$L_1 = 7.32(\text{mH}),$
motional resistance	$R_1 = 5(\Omega),$
capacitance ratio	$r = \frac{C_0}{C_1} = 246,$
quality factor	$Q = 91920,$

ただし、 $C_0 = \text{Parallel capacitance.}$

実験の回路構成は、トランジスタ(2SC732)を2段用いたBEピアス型水晶発振回路の方式である。水晶振動子側からみた回路側の負荷容量は約50pFであると推察され、基本波において周波数安定度はおよそ $5.0 \times 10^{-8}/\text{年}$ となる。温度センサとして白金-白金ロジウム(13%Rh)を用いた。測定温度領域は、液体窒素の低温度から+250℃の高温度まで及んでいる。

図1は以上のようにして測定されたカット角をパラメータにしたときの円形AT板基本波モードの周波数温度特性の一例である。太い実線が測定値である。試料をそれぞれのカット角に対して3個を用意して実験を行い、特性の再現性が得られた。点線は最小二乗法による値を示している。いずれも温度に対して周波数が三次特性を示しており、周波数の極大、極小値、すなわち周波数頂点温度を示す点が、カット角に応じて次第に変化していく様子が分かる。ATカットから離れたカット板になるにつれて、およそ-100℃以下の低温領域および+200℃以上の高温領域において実験結果と最小二乗法の計算値との差が大きくなる。これらの原因についてはいまのところ理解できない。同様にして3倍波および5倍波オーバートーンモードについても実験結果と計算値が得られ、両者は一致する。

以上の値について、2節の二次形式理論にしたがって計算を実行すると図2が得られる。同図には、BBL⁽⁶⁾やKoga⁽⁷⁾⁽⁹⁾らが行ったATカット基本モードに関する実験値をそれぞれ二重丸と菱形で示している。本実験の基本波(白丸)と本二次形式理論の外側の太い実線についてATカットの近傍からより大きいカット角まで一致したといえる。同様に、3倍波や5倍波についても実験と理論が一致した。なお、ATカット近傍のカットは曲線の先端部分になるのでデリケートである。したがって、もしこの近傍におけるカット角の試料について個数を多くして実験を遂行したならば、理論と実験はさらに精度よく一致すると期待される。

さて、圧電振動子の周波数温度特性やその頂点温度を決定する主要因には次のようなことが考えられる。

- 1) 圧電振動子の種類、すなわち結晶構造・密度や弾性的・圧電的性質。
- 2) 振動モードと周波数。
- 3) 結晶板の切断方位。
- 4) 板の形状・寸法比と電極の種類、すなわち励振方式やギャップ型電極か密着蒸着膜かの別またはそれらの膜の種類・構造・形状ならびに厚みと輪郭寸法比等。また、膜と振動子板との界面の温度に対する弾性的特性。⁸⁾
- 5) 板の支持方式。
- 6) 振動子の電気的等価抵抗と励振電力。

本研究では1),4),5)および6)についてATカット水晶振

動子を用いて、かつ各項目一定と仮定している。したがって、上記周波数頂点温度に影響する要因としては2)と3)が考えられる。これらのことについて図2において考察すると、本二次形式理論にしたがって得られた曲線は双曲線になる。本実測値がそれぞれ対応する基本波やオーバートーンモードの二次形式理論曲線に良く一致しているといえる。しかし基本波モードに関して、BBLの値や古賀らの値に比べて本測定値・理論値は、低温側の周波数頂点温度については良く一致しているが、高温になるにつれてBBLの値や古賀らの値と本理論との不一致が大きくなる。この原因は何によるのであろうか。BBLやKoga等の用いた水晶板はそれぞれ円形平板と方形平板である。さらにBBLの振動子は蒸着膜の電極であるが支持方式が本実験の試料とは異なっていると推測される。また、Kogaの振動子はギャップ型電極であり、支持方式が本実験とは大いに異なっている。上記の不一致の要因は定かではないが、前述の4)に関係があると筆者は考える。すなわち、電極膜効果は、単に質量負荷だけではなく、膜の圧電・弾性的な特性や膜と水晶界面の間の相互特性に関与していると考えられる。すなわち、このことについて従来は考慮されていなかったが、電極膜を水晶板に蒸着したときに、水晶基板の表面層と膜との間に弾性的性質が異なる界面層が形成されるため、これに起因して、膜の等価ヤング率の温度特性に基板との間の相互的变化が発生したと考えられる。特に、温度の高温側や低温側でこの変化が大きくなると考えられ、また、3次オーバートーン以上の周波数になると、基本波の場合に比べて上記ヤング率の温度特性効果が負荷として大きく現れてくる。⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾

図1 カット角をパラメータにした場合の円形状回転ATカット水晶振動子の基本波に関する周波数温度特性
Fig.1. Frequency temperature characteristics of fundamental modes for rotated circular AT-cut resonators, in which orientations of cut were taken as parameter.

図2 円形状ATカット水晶振動子の基本波、3倍波および5倍波の周波数頂点温度～カット角特性

Fig.2. Frequency turnover temperature versus angle of cut characteristics for fundamental, third- and fifth-overtone modes in rotated circular AT-cut resonators.

4. むすび

新しい二次形式理論を提案して、AT カット板水晶振動子の厚みすべり振動モードの基本波、3倍波および5倍波に関する周波数頂点温度について、実験値と比較検討して解析した。本理論を適用することにより、従来不可能であった高次モードに対する周波数温度特性やカット角の変化に対する周波数頂点温度の推移について精密に予測することが可能になった。また、本理論を用いることにより、任意の温度で良好な周波数温度特性をもつ回転AT カット水晶振動子やそれを応用したセンサおよびトランジューサー等の精密設計が容易になるということが分った。

最後に、本研究の遂行において、貴重な水晶振動子を提供して下さったキンセキ株式会社の判治元康氏初めミヨタ株式会社の関係各位に厚く御礼申し上げます。また、本実験に献身的に協力された信州大学の杉浦毅氏(現在東光(株)に勤務)初め本実験に関係した学生の皆さんに深謝する。

(平成11年1月11日受付、同11年5月10日再受付)

文献

- (1) I. Koga, "Thickness Vibration of Piezoelectric Oscillating Crystals," Physics, vol. 3, pp. 70-80, 1932.
- (2) R. Bechmann, "Über die Temperaturkoeffizienten der Eigenschwingungen piezoelektrischer Quartzplatten und Stäbe," Hochfrequenz. und Elektroak., vol.44, pp. 145-160, 1934.

- (3) M. Nakazawa, M. Takeuchi, T. Moriizumi, H. Niiyama, A. Ballato and T. Lukaszek, "A Theoretical Study of Quartz Crystal Resonators for Chemical Sensors, Vibrating in C-Mode," IEEE Frequency Control Symposium, pp. 610-613, 1992.
- (4) M. Nakazawa, A. Araki, S. Takakuwa and M. Hanji, "Reliable Quadratic for Frequency-Turnover Temperature vs. Orientation of Rotated Y-cut Quartz Plate Resonator Oscillating in C-mode," IEEE Frequency Control Symposium, pp. 223-228, 1994.
- (5) Mitsuo Nakazawa, Tsuyoshi Sugiura, Hideaki Itoh and Motoyasu Hanji, "Third Overtone Frequency Turnover Temperature-Orientation Characteristics For Quartz Plate Resonator in the Vicinity of AT-Cut," IEEE Frequency Control Symposium, pp. 384-389, 1996.
- (6) R. Bechmann, A. D. Ballato and T. Lukaszek, "Higher Order Temperature Coefficients of the Elastic Stiffnesses and Compliances of Alpha-Quartz," PIRE vol. 50, pp. 1812-1822, 1962.
- (7) I. Koga, M. Aruga and Y. Yoshinaka, "Theory of Plane Elastic Waves in a Piezoelectric Crystalline Medium and Determination of Elastic and Piezoelectric Constants of Quartz," Phys. Rev., vol. 109, pp. 1467-1473, 1958.
- (8) H. Fukuyo, "Research in Modes of Vibrations of Quartz Crystal Resonators by Means of the Probe Method," Bull. Tokyo Inst. Tech. Vol., A-1, 1995 (in Japanese).
- (9) 古賀, "圧電気と高周波," オーム社, 1937.
- (10) Mitsuo Nakazawa and Makoto Suzuki, "An Analysis of Frequency Temperature Characteristics vs. Film Thickness of Electrode for AT-Cut Resonators," IEEE Frequency Control Symposium, pp. 588-595, 1997.
- (11) Mitsuo Nakazawa, Masahiro Yamamoto, Kazutaka Satoh, Takayuki Mori and Hideaki Itoh, "Reliable Quadratic Relationship of Frequency Turn-over Temperature Characteristics vs. Electrode Film Thicknesses For Quartz Crystal Tuning Forks," IEEE Frequency Control Symposium, pp. 722-730, 1997.

中澤 光男

(正員) 1938年12月13日生。1966年3月東京工業大学大学院博士課程修了。同年4月信州大学工学部講師。67年4月同助教授、99年4月同教授現在に至る。80年～81年プリンストン大学客員研究員。IEEE Senior Member。電気学会、電子情報通信学会、日本時計学会、計測自動制御学会各会員。工学博士。