2 自由度最適 1 型サーボ系のフィードバック特性 — 積分器の影響について —

正 員 長 縄 明 大 (秋田大学)
非会員 三 宅 拓 郎 (秋田大学)

Feedback property of two-degree-of-freedom optimal type-1 servo system
— On influence of integrators —

Akihiro Naganawa, Member, Takuo Miyake, Non-member (Akita University)

Recently, many researches on two-degree-of-freedom optimal type-1 servo system have been done. However, in case of the digital control, though either of two integrators, without the delay or with the delay in the input-output relation, are used, there are no papers about the different of feedback property for these integrators. In this paper, we discuss on the feedback property for difference of integrators.

キーワード：ディジタル制御，1 型サーボ系，積分器，フィードバック特性

1. はじめに

近年，2 自由度最適 1 型サーボ系に関する研究がたくさん行われている^{(1)~(8)}。しかし，ディジタル制御の場合，サーボ系に導入される積分器は，入出力関係に遅れのない積分器と遅れのある積分器のいずれも用いられているが，その 2 種類の積分器の違いによるフィードバック特性の違いについて，これまで報告されていない。そこで，本稿では，最適 1 型サーボ系において，遅れのない積分器と遅れのある積分器によるフィードバック特性の違いについて検討する。本稿では，未来情報を取り入れない制御系^{(2)~(4)}について述べるが，未来情報を取り入れた制御系^{(5)~(8)}もフィードワード部の構造が異なるのみであり同様のことがいえる。

2. 2 自由度最適 1 型サーボ系

〈2・1〉最適サーボ系 制御対象は， $z = 1$ に零点を持たない可制御，可観測な線形時不変系とする。

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

ここで， $x(t)$ は $n \times 1$ の状態ベクトル， $u(t)$ は $m \times 1$ の操作量ベクトル， $y(t)$ は $m \times 1$ の出力ベクトルを表す。この制御対象に対して最適サーボ系^{(1)~(3)}を設計すると，制御則 $u(t)$ は，

$$u(t) = -Fx(t) + Gr \quad (3)$$

$$G = [C(I - A + BF)^{-1}B]^{-1} \quad (4)$$

ここで， F は最適レギュレータゲイン， r は目標値を表す。制御対象に変動がなく，外乱も存在しない場合には，出力

$y(t)$ は目標値 r に定常偏差なく追従するが，これらが存在する場合には定常偏差が生じるため，制御系に積分器を導入する必要がある。

〈2・2〉1 型サーボ系 〈2・1〉の目標値応答特性を保持したまま積分器を導入すると，制御系は図 1 のように構成することができる^{(2)~(4)}。ここで， $\Sigma_i(z)$ は積分器であり，ディジタル制御の場合，入出力関係に遅れがない積分器 $\Sigma_0(z)$ または遅れのある積分器 $\Sigma_1(z)$ が用いられる。

$$\Sigma_0(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}I \quad (5)$$

$$\Sigma_1(z) = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}I \quad (6)$$

なお，以下では，下付き i は 0 または 1 であり，(5) 式または (6) 式の積分器を用いて構成される制御系を分類する記号として用いるものとする。一方，制御対象に変動がなく外乱も存在しない場合に $q(t) = 0$ となり，制御対象に変動あるいは外乱が存在する場合のみ $q(t) \neq 0$ となるようなゲイン E_i は，

図 1 1 型サーボ系のブロック線図
Fig. 1. Block diagram of type-1 servo system

$$E_0 = C(I - A + BF)^{-1}(A - BF) \cdots \cdots (7)$$

$$E_1 = C(I - A + BF)^{-1} \cdots \cdots (8)$$

なお、 J は積分ゲインであり、これを調整することによりフィードバック特性を設定することができる^{(2)~(4)}。(5)、(6)式の積分器の周波数特性を比較すると、ゲイン特性は全く同じであるが、位相特性は $\Sigma_0(z)$ のほうが高周波領域での遅れが少ない。このため、フィードバック特性は、 $\Sigma_0(z)$ を用いた方が優れていると考えられていた⁽⁷⁾が、フィードバック特性は積分器に依存しないことを以下で示す。

3. フィードバック特性

図1の制御系の一巡伝達関数 $L_i(z)$ を求めると

$$L_i(z) = \{F + JE_i + J\Sigma_i(z)C\}(zI - A)^{-1}B \cdots (9)$$

このとき、つぎの補題が成り立つ。

〔補題1〕 (5)または(6)式の積分器を用いて構成される制御系の一巡伝達関数は、積分ゲイン J が等しい場合には一致する。

(証明) 遅れがない場合の一巡伝達関数 $L_0(z)$ を変形し、遅れがある場合の一巡伝達関数 $L_1(z)$ を導出する。 $\Sigma_0(z)$ は $\Sigma_1(z)$ を用いて

$$\Sigma_0(z) = \frac{1 - z^{-1} + z^{-1}}{1 - z^{-1}}I = I + \Sigma_1(z) \cdots \cdots (10)$$

と表すことができるので、

$$\begin{aligned} L_0(z) &= [F + JE_0 + J\{I + \Sigma_1(z)\}C](zI - A)^{-1}B \\ &= [F + JC\{(I - A + BF)^{-1}(A - BF) + I\} \\ &\quad + J\Sigma_1(z)C](zI - A)^{-1}B \\ &= [F + JC(I - A + BF)^{-1} + J\Sigma_1(z)C] \\ &\quad \times (zI - A)^{-1}B \\ &= L_1(z) \end{aligned}$$

□

〔系1〕 補題1より、2自由度最適1型サーボ系の感度特性および相補感度特性は、積分器 $\Sigma_0(z)$ または $\Sigma_1(z)$ のいずれを用いても同じとなる。

このサーボ系を実システムへ応用する場合には、観測雑音が操作量 $u(t)$ に与える影響を考慮しなければならない⁽⁴⁾。そこで、つぎに観測雑音の影響について考察する。観測雑音から操作量 $u(t)$ までの伝達関数 $W_i(z)$ は、

$$\begin{aligned} W_i(z) &= \left\{ I - [-H_i \ J] \left\{ zI - \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & I \end{bmatrix} \right\}^{-1} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \right\}^{-1} \\ &\quad \times \left\{ [-H_i \ J] \left\{ zI - \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & I \end{bmatrix} \right\}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -C \end{bmatrix} - H_i \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、

$$H_0 = F + JE_0 + JC \cdots \cdots (12)$$

$$H_1 = F + JE_1 \cdots \cdots (13)$$

このとき、つぎの補題が成り立つ。

〔補題2〕 (5)または(6)式の積分器を用いて構成される制御系において、観測雑音が操作量 $u(t)$ に与える影響は、積分ゲイン J が等しい場合には一致する。

(証明) ゲイン H_0 、 H_1 が等しければ補題2が成り立つため、これを示す。

$$\begin{aligned} H_0 &= F + JC(I - A + BF)^{-1}(A - BF) + JC \\ &= F + JC\{(I - A + BF)^{-1}(A - BF) + I\} \\ &= F + JC(I - A + BF)^{-1} \\ &= H_1 \end{aligned}$$

□

以上より、積分ゲイン J が等しい場合には、サーボ系のフィードバック特性は積分器の違いに依存しないといえる。このことは、制御対象に変動がなく外乱も存在しない場合には、 $q(t) = 0$ となるようにゲイン E_i が決定されるためである。この事実は、 $q(t)$ までの伝達関数(例えば)状態量 $x(t)$ から $q(t)$ までの伝達関数において、

$$\Sigma_0(z)C + E_0 = \Sigma_1(z)C + E_1 \cdots \cdots (14)$$

が成り立つことから明らかである。

なお、積分器導入後の制御系の安定性は、積分ゲイン J に依存するが、理論的な研究⁽²⁾⁽³⁾⁽⁷⁾および実験的な研究⁽⁴⁾などで検討されているため、ここでは省略する。

4. む す び

本稿では、離散時間2自由度最適1型サーボ系において、積分器の違いによるフィードバック特性の違いについて考察した。なお、本稿では、状態フィードバック系に対して述べたが、出力フィードバック系に対しても同様のことがいえる。

(平成12年05月22日受付)

文 献

- (1) 藤崎, 池田: 2自由度積分型最適サーボ系の設計; 計測自動制御学会論文集, **27**, No. 8, pp. 907-914 (1991)
- (2) 愛田, 北森: デジタル制御における感度を考慮した最適ロバストサーボ系の設計; 計測自動制御学会論文集, **27**, No. 11, pp. 1228-1235 (1991)
- (3) 萩原, 一木, 金星, 福光, 荒木: デジタル型2自由度LQIサーボ系—設計法とその空気圧シリンダの位置決め制御への応用; システム制御情報学会論文誌, **11**, No. 2, pp. 51-60 (1998)
- (4) 長縄, 平沼, 愛田, 大日方: 2自由度最適1型サーボ系のタンクシステムへの応用と周波数領域での解析—観測雑音の影響と外乱抑制特性のトレードオフおよびロバスト安定性に関する考察; システム制御情報学会論文誌, **12**, No. 1, pp. 1-10 (1999)
- (5) 愛田, 杉本, 梅内: 感度と安定余裕のトレードオフを考慮した最適予見1型サーボ系の設計; 計測自動制御学会論文集, **30**, No. 8, pp. 993-995 (1994)
- (6) Y. Fujisaki and T. Narazaki: Optimal preview control based on quadratic performance index; Proc. 36th Conference on Decision and Control, pp. 3830-3835 (1997)
- (7) 矢納, 増田, 井上, 平嶋: 状態空間法による一般化予測制御系の2自由度構成法; システム制御情報学会論文誌, **12**, No. 2, pp. 106-114 (1999)
- (8) 長縄, 小林, 愛田, 大日方: 最適一般化予測制御系の設計; 電気学会論文誌D, **119**, No. 10, pp. 1252-1258 (1999)