エッジ点ランダム投票 Hough 変換 RVHT の性質とその応用

非会員 加藤 邦人 (岐阜大) 非会員 遠藤 利生 (富士通研)
非会員 村上 和人 (愛知県立大) 非会員 鳥生 隆 (富士通研)
会員 興水 大和 (中京大)

Randomized Voting Hough Transform Algorithm and Its Application
Kunihito Kato, Non-Member (Gifu University), Toshio Endo, Non-Member (Fujitsu Laboratories)
Kazuhiro Murakami, Non-Member (Aichi Pref. University), Takashi Toriu, Non-Member (Fujitsu Laboratories)
Hiroyasu Koshimizu, Non-Member (Chukyo University)

Line detection using Hough transform is one of the robust image processing methods for noisy image. But Hough transform has a problem that the computation cost is very large. In order to ease this problem, many high-speed algorithms were proposed.

Xu and Oja proposed RHT (Randomized Hough Transform) which reduces the computation cost by selecting the pair of the edge points at random. Independently, Kiryati proposed probabilistic Hough transform (PHT) to reduce the computation cost by voting a part of the edge points in the image to the parameter space.

We proposed a new high-speed algorithm called RVHT (Randomized Voting Hough Transform) which combines RHT and PHT. And we discussed experimentally and theoretically about the computation cost and the performance of RVHT by comparing with the specially regulated RHT and the original RHT. Since the proof that RVHT is faster than RHT did not completed, we present the complete proof in this paper.

And we discuss the detailed properties of the algorithm of RVHT combined the edge deletion methods, the edge selection methods and the parameter space initialization methods. We show the differences between these combinations in the experiments of RVHT line detection. The best result of RVHT is 14 times faster than RHT.

We applied this RVHT to detect circles from the microscopic image of salad dressing for the taste quality control. We got the feasible results by using the algorithm of RVHT with over 3 times faster than algorithm using the normal Hough transform. And we will be able to use the Hough transform circle detection to the practical applications.

キーワード：Hough 変換，直線検出，円検出，RHT，PHT，RVHT，エッジ検出性能，高速化

1. はじめに

Hough 変換はノイズを含んだ画像から直線を安定に検出する優れた手法であり，様々な観点から研究が進められている⁽¹⁾⁽²⁾．その中で，エッジ点をランダムに選択することで計算時間を削減するいくつかの試みが行われている．Xu と Oja⁽³⁾⁽⁴⁾はエッジ点のペアをランダムに選択し，その2点を通る直線のパラメータをパラメータ空間に投票する RHT を提案した．RHT では直線が検出される度にその直線付近のエッジ点を消去することでさらなる高速化を図っている．また，Kiryati⁽⁵⁾は通常の Hough 変換の投票方式においてエッジ点の全てを投票するのではなく，一部だけをランダムに選択して投票することで計算量を削減する方式 PHT を提案した．

筆者らは先に PHT の投票方式を土台とし，そこに RHT で用いられたエッジ点消去の機能を加えることでさらに高速化を図る RVHT (Randomized Voting Hough Transform) を提案した⁽⁶⁾．そこでは RVHT の有効性を明確化するた

めに，RVHT が RHT に対しても優位であるかどうかを考察し，RHT におけるエッジ点のペアの選択法をある特殊な方式に制限したとき，量子化誤差が無視できる範囲では RVHT の投票過程と特殊な RHT の投票過程の間に 1 対 1 の対応関係があり，その結果，直線検出プロセスとして両者が等価であることを証明した．従って，RVHT と特殊な RHT の直線検出精度は等しい．計算時間に関しては，投票度数が直線を検出するためのあるしきい値に達するまでに必要な投票回数が，エッジ点数が十分に多い場合は，RVHT のほうが特殊な RHT より少ないことを理論的に証明した．エッジ点のペアの選択法を制限しない一般の RHT との比較に関しては，評価実験でその優位性を確認したが，いかなる条件の基でその優位性が保証されるかなど，理論的観点からの裏付けは課題として残されていた．

本論文の第一の目的は，RVHT がエッジ点のペアの選択法を制限しない一般の RHT よりも高速であることを理論的に証明することである．RVHT がエッジ点のペアの選択

法を制限する特殊な RHT より高速であることは文献 (6) で証明しているので、特殊な RHT が一般の RHT より低速にならないことを証明すれば十分である。そこで、本論文では、パラメータ曲線を検出するための投票度数に関するしきい値が一般の RHT と特殊な RHT の間で等しい場合、パラメータ空間上のいずれかのセルにおいて投票度数がしきい値に到達するまでに必要な投票回数の期待値を理論的に算出し、その期待値が特殊な RHT のほうが一般の RHT より小さいことを証明する。あるパラメータ曲線に対応する特定のセルだけに着目し、このセルにおける投票度数がしきい値に到達するまでに必要な投票回数の期待値は両者で等しいが、分散は特殊な RHT のほうが大きくなることが示される。そのため、特殊な RHT では度数が増えるのが早いセルと遅いセルのばらつきが大きくなり、平均的な投票度数が未だ少ない段階でも、どれか一つのセルでは既にしきい値に達しているという場合が多くなる。なお、投票度数に関するしきい値は両者で等しいのでパラメータ曲線検出の信頼性には大きな差が無いことが期待される。

本論文では第二に、文献 (6) では直線検出だけに限られていた理論的考察を一般のパラメータ曲線に適用できるように拡張する。上述の特殊な RHT が一般の RHT より高速であることの証明は一般のパラメータ曲線に対するものである。

第三に、RVHT の考え方を具体化するにあたって、エッジ点選択方法、パラメータ平面処理方法にいくつかの選択肢が有り得ることを示し、それらの違いによる RVHT の諸性質についてより深く考察を行う。そして、可能な全ての組み合わせに対してアルゴリズムの性質を網羅的に明らかにする。

さらに、一般のパラメータ曲線への適用例として 3 つのパラメータで記述される円の検出を採り挙げ、RVHT の高精度、高性能の資質をより顕著に示す。具体例としてドレッシング顕微鏡写真にこれを適用して実験を行い、一般的な Hough 変換および RHT との比較を通じて実用面における有効性を示す。

2. RVHT のアルゴリズム

2.1 RVHT の概要 RHT は画像中に存在するエッジ点からランダムに 2 点を選択し、その 2 点から求まるパラメータをパラメータ平面へ 1 点のみ投票するエッジ点対投票型 Hough 変換である。このタイプの投票方式はパラメータ平面に正弦曲線を投票する必要がないため計算コストを削減できるという利点があるが、画像中のエッジ点対の数が莫大となり、実際は期待されるほど計算コストを削減できず、さらに、離散化誤差の影響で検出精度が悪化する場合があるなどの問題点がある。そこで、RVHT では通常の Hough 変換と同様に正弦曲線をパラメータ平面に投票する。RHT と RVHT のアルゴリズムの大きな差異はこの投票方式にある。以下に RVHT のアルゴリズムを簡単に

示す。図 1 は RVHT のアルゴリズムの流れである。

図 1 RVHT アルゴリズムの流れ
Fig. 1. Flow of algorithm of RVHT

RVHT では、まず画像中のエッジ点から 1 点 (x_i, y_i) をランダムに選び、通常の Hough 変換と同様に $\rho = x_i \cdot \cos \theta + y_i \cdot \sin \theta$ の軌跡をパラメータ平面に累積する。

パラメータ平面へのエッジ点の投票は、パラメータ平面を表す二次元配列中のあるセルの度数がしきい値に達したとき停止してピークとして抽出する。

この後、このピークにより検出された直線が妥当であるか検証処理を行う。なお、具体的には 4 章ならびに 5 章で述べる。検証処理に合格した場合は直線として採用し、不合格の場合はそのピークをクリアし、続けて投票を再開する。

ピーク抽出後、その検出された直線近傍のエッジ点を図 2 のように削除する。これによって、不必要なエッジ点のパラメータ平面への投票を減らすことができ計算コストが削減される。また、疑似度数ピークの抑制に効果があり直線検出精度の向上が期待される。

さらに、パラメータ平面を更新しパラメータ空間への投票を再開する。RHT ではピークが検出されると、パラメータ平面をすべて 0 としていたが、より一般的には次のような 3 つのパラメータ平面の更新方式が考えられる。

- 全削除方式 パラメータ平面をすべて 0 にする方式 (RHT 方式)
- ピーク削除 パラメータ平面から抽出された度数ピークだけ削除する方式

関連削除方式 エッジ点削除で削除された既投票のエッジ点が引き起こしたパラメータ平面上的の変化を取り除く方式

これらの一連の処理は所定の終了条件が満たされるまで繰り返される。

図2 直線検出後のエッジ点削除

Fig. 2. Post-processing edge points on the pattern space

＜2.2＞ RVHT と RHT の計算量の比較 筆者らは先に RVHT と RHT の計算量について理論的に考察を行った⁽³⁾⁽⁴⁾。そこでは、エッジ点対の選択方式を限定することでパラメータ空間における度数の推移が RVHT と 1 対 1 に対応する特殊なエッジ点選択方式の RHT（以下特殊選択 RHT）を導入し、RVHT が特殊選択 RHT に比べて高速であることを（しきい値に達するまでの投票数の平均が小さい）を示した。しかし、特殊選択 RHT と RHT の速度の違いについては理論的に示されておらず、実験的比較に止まっていた。本章では、パラメータ平面の次元数を n 次元に拡張したうえで RVHT が特殊選択 RHT より高速であることを示すと同時に、さらに、RVHT が RHT よりも理論的に高速である証明を完成させる。

2.2.1 RVHT と RHT の検出性能の等価性 RVHT と RHT は一般には等価な曲線検出能力を持つとは限らないが、以下で示すように特定のエッジ点対の選択方式を用いる場合には同じ検出能力を持つ。ただし、パターン平面やパラメータ平面は連続であるとみなす。

RVHT と特殊選択 RHT の間には、検出性能に関する次の定理が成り立つ。

定理 1：

RVHT において投票に選択されるエッジ点を順に $i_1, i_2, i_3, \dots, i_m$ とし（ただし点の重複はないものとする）、RHT において投票に選択されるエッジ点対を順に

$$(i_1, i_2) | (i_1, i_3), (i_2, i_3) | (i_1, i_4), (i_2, i_4), (i_3, i_4) | \dots \\ \dots | (i_1, i_m), \dots, (i_{m-1}, i_m)$$

としたものを、特殊選択 RHT と呼ぶ。これらは最大の添字番号が 2, 3, 3, 4, 4, 4... と並んでいる。パラメータ空間が n 次元のときも同様に、組み合わせの中の最大の添字番号を小さい順に並べる。このとき、RVHT と特殊選択 RHT の両者の曲線検出性能は等価である。

例えば、RVHT で最初に検出される曲線はこの選択方式の RHT でも最初に検出される。2 つの Hough 変換の曲線

検出性能が等価になることは参考文献(4)を参考されたい。

2.2.2 RVHT と特殊選択 RHT の計算量の比較 RVHT と特殊選択 RHT の検出性能は等価になるが、両者に必要な計算量は必ずしも同じにはならない。以下ではセルへの投票回数を単位演算として、最初の曲線が検出されるまでに必要な両者の計算量の比較を行う。

画像内のエッジ点の総数を N とする。1 つのエッジ点の投票軌跡が通過するセルの平均個数を N_a とする。1 つのパターン上にあるエッジ点の平均個数を n_f とする。通常の Hough 変換に必要な投票回数は $N_n = NN_a$ である。画像内には $c = N/n_f$ 個のパターンがあるので、1 つのエッジ点が 1 つのパターンに乗る確率は $1/c$ である。つまり、1 つのエッジ点が投票度数 n_f になる特定のセルに投票する確率は $1/c$ であるので、このセルの投票度数が RVHT で t になるまでには、 $N_{RVHT} = tcN_a$ 回の投票を必要とする。例えば、全部のエッジ点を投票する場合には $t = n_f$ であるが、このとき $N_n = N_{RVHT}$ となり通常の Hough 変換に帰着する。一方、上述した特殊選択 RHT でこのセルの投票度数が $s = C_n$ になるまでには、 tc 個のエッジ点のすべての組み合わせ $N_{RHT} = tcC_n \approx (tc)^n / n!$ 回の投票が必要となる。従って、

$$N_{RVHT} = \frac{t}{n_f} NN_a, \quad N_{RHT} = \frac{t^n}{n! \cdot n_f^n} N^n \quad (1)$$

$$\frac{N_{RHT}}{N_{RVHT}} = \frac{t^{n-1}}{n! \cdot n_f^{n-1}} \frac{N^{n-1}}{N_a}$$

と表されるので、エッジ点数を N としたときに N^{n-1} が 1 つの軌跡が通過するセルの平均個数 N_a よりも十分大きい場合には、 $N_{RHT} > N_{RVHT}$ が成立する。従って、直線検出ではほぼすべての実画像では特殊選択方式 RHT の計算量の方が RVHT の計算量よりも大きくなる。

2.2.3 特殊選択 RHT とオリジナル RHT との比較 本節では、投票回数を尺度に用いて、特殊選択 RHT (以下 SRHT) とオリジナルの RHT (以下 ORHT) の計算量を比較し、SRHT が高速であることを示す。具体的には、1 本の曲線が検出されるまでに必要な投票回数の期待値に関して、SRHT は ORHT と同じかより小さくなることを示す。

ランダムにエッジ点（あるいはエッジ点の組）を選択して投票を行う Hough 変換において、パラメータ平面の各セルの投票度数は、様々な非負整数値を取る確率変数と見なすことができる。セルの度数が定められたあるしきい値に達するまでに必要な投票回数もやはり確率変数と見なすことができる。この確率変数が従う確率分布より、SRHT と ORHT のそれぞれに対して、1 本の曲線が検出されるまでに必要な投票回数の期待値が導かれる。

本節では、各セルの投票度数が確率変数として独立と見なせるという仮定の下に、SRHT の投票回数の期待値は ORHT よりも同じかより小さいことを証明する。以下では、パターン平面中の全てのエッジ点数を N 、検出対象となる曲線の本数を d 、各曲線上のエッジ点数を m_i ($i = 1, \dots, d$)

とする。曲線のパラメータの次元を n とする。エッジ点の組の総数は $N = {}_n C_n$ 、各曲線上のエッジ点の組の数は $m_i' = {}_{m_i} C_n$ である。エッジ点をランダムに投票する場合も、エッジ点の組をランダムに投票する場合も考え方は同じである。エッジ点を投票する場合のパラメータ N 、 m_i をそれぞれ N 、 m_i' に置き換えれば、エッジ点の組を投票する場合の結果が導かれる。投票のしきい値は、SRHT と ORHT で同じしきい値 k を用いる。ここで、ある k に対して $k' = {}_k C_n$ と表されることを仮定する。証明には、以下の補題を用いる。証明は付録を参照されたい。

補題 1:

$N \gg m_i \gg n$ の場合を考える。 $m_i \gg k \gg n$ が成り立つような k に対して、しきい値 k を $k' = {}_k C_n$ で定める。 i 番目のセルにおいて投票度数がしきい値 k に達するまでに必要な投票回数 L_i' は、以下の平均と分散を持つ正規分布に従う。ORHT の平均は $\mu_i = N^n k^n / (n! m_i^n)$ 、分散は $\sigma_i'^2 = N^{2n} k^n / (n! m_i^{2n})$ である。SRHT の平均は ORHT と等しく、分散は ORHT よりも大きく、 $\sigma_i^2 = N^{2n} k^{2n-1} / (((n-1)!) 2m_i^{2n})$ となる。

少なくとも 1 つのセルの投票度数がしきい値 k に達するまでに必要な投票回数 L' は、各セルの投票回数 L_i' の最小値である。SRHT と ORHT において、各セルの投票回数の平均は等しいが分散は SRHT の方が大きい。従って、SRHT の方がより小さい L_i' が存在しやすいと考えられる。これより、 L' の期待値は SRHT の方が小さくなることが予想される。この予想は正しく、以下の定理が成り立つ。定理の証明は付録を参照されたい。

定理 2:

SRHT, ORHT において、少なくとも 1 つのセルの投票度数がしきい値 k に達するまでに必要な投票回数の期待値をそれぞれ $\bar{L}'_{SRHT}$ 、 $\bar{L}'_{ORHT}$ とする。補題 1 の条件が成り立つ場合には、 $\bar{L}'_{SRHT} \leq \bar{L}'_{ORHT}$ である。

まとめれば、2.2.2 節で述べたように RVHT は、SRHT よりも少ない計算量で済み、本節で示したように SRHT は ORHT と同じか、より少ない計算量で済む。従って、理論的には RVHT が最も少ない計算量で済む。

なお、本節の議論では検証処理で不合格になった場合を考察しなかった。その理由は、一般に、パラメータ曲線があらたに検出され尽くす時点を除いては検証処理で不合格になることはまれであり、処理時間の大勢には影響しないからである。

3. RVHT の性質

〈3.1〉エッジ点選択方式による違い 前節が基本的な RVHT のアルゴリズムであるが、RHT と RVHT のアルゴリズムの間にはもう一つ大きな差異が存在する。両アルゴリズムとも、通常の Hough 変換が画像中のエッジ点についてすべてパラメータ平面に投票した後、直線に対応するピークを検出するのにに対して、RHT、RVHT のアルゴリズム

では投票、ピーク抽出を随時行いながら直線を検出する。この時、オリジナルの RHT はエッジ点対のペアの選択に制限を設けず同じエッジ点対ペアの選択を許す。

RVHT では RHT と同様にエッジ点を多重に選択してもよい方式（以下、多重選択方式）、一度選択されたエッジ点を選ぶことを許されない方式（以下、単一選択方式）の 2 つが考えられる。しかし、エッジ点対を選択、投票するタイプのアルゴリズムでは、検出される直線の信頼性はともかく 2 点のペアで直線を決定できるが、通常の Hough 変換と同様、1 点のエッジ点から正弦曲線を投票するアルゴリズムでは同じエッジ点からは直線を決定できない。そのため、エッジ点対選択方式の RHT と同様に、エッジ点の選択に制限を設けず投票を行うと、エッジ点が少ない場合、直線を決定できない場合がある。

一方、一度選択されたエッジ点を多重に選択することを許さない方式ではパラメータ平面処理方法によっては画像中の直線をすべて検出できない場合がある。例えば、パラメータ平面処理方式で先に述べたパラメータ平面をすべて 0 にする方式を用いた場合、ある直線が検出されると、他の直線に対応する成長途中のピークが初期化される。そのため、すべての直線を正しく検出できなくなる場合が生じる。画像サイズが比較的大きく、さらに直線数がある程度多い画像では、すべての直線を検出するにはピーク抽出時のしきい値を低くする必要があり、すべての直線が検出できない。そこで、この問題を解決する 3 つめの選択方式を提案する。

以上のような問題点の原因は、一度選択されたエッジ点はその後選択できないため、ある直線が検出されるとそれ以外の直線に対応するエッジ点の投票がパラメータ平面処理の方法によっては初期化されてしまうからである。しかし、エッジ点の重複投票を行ってはならないのはある一本の直線が検出されるまでで、その後はすでに検出された直線以外に対応するエッジ点は、それに対応する直線が検出されるまでは投票を行っても問題はない。即ち、図 1 中の①のループ内で選択されるのはすべてのエッジ点について 1 回のみであるが、②のループ内では検出された直線に係わらないエッジ点は敗者復活的に再び選択するのが妥当である。これにより、以上のような問題は解決される。これを以下（以下、復活選択方式）とする。

〈3.2〉終了条件について考察 RVHT は投票、ピーク抽出を随時行いながら直線を検出するため、終了条件を設定し、適当な検出数で直線検出プロセスを終了させる必要がある。ここでは、この終了条件についての考察を行う。

最も単純な終了条件は、ある直線検出数に達したら検出プロセスを終了するというものである。一般的な Hough 変換でこのような処理を行うことは容易ではない。なぜなら、投票後のパラメータ平面のセルの度数についてソートを行い、上位から必要本数を選択する必要があるからである。その点、RVHT は逐次型のアルゴリズムであるため、検出される確率が高いものから基本的に検出され、ソート

などの計算時間を要する処理を必要としない。

ただし、このような終了条件を用いることができるのは、画像中に含まれる直線数がある程度既知である場合に限られる。既知でない場合、エッジ点選択において多重選択を許可しない、もしくは敗者復活的に選択する方式では、画像中のエッジ点全てを選択してもピークが検出されなかったとき、検出プロセスを終了するのが妥当である。

次に、多重投票を許可するエッジ点選択方式では、上のような終了条件は用いることはできない。この場合、確率的に十分妥当な投票回数投票してもピークが検出されない場合、検出プロセスを終了する。画像中に残されたエッジ点の総組み合わせ数だけ投票を行えば、確率的に十分妥当と考えることができる。

4. 実験と考察

次に、RVHT、RHTについて実験的に検出速度の比較を行った。RVHTは3つのエッジ点選択方式、すなわち、多重選択方式、単一選択方式、復活選択方式それぞれについても行った。RHTについてもこの3つの選択方式との組み合わせが考えられるが、単一選択方式、復活選択方式との組み合わせは、投票済みのペアをすべて記憶する必要があり、プログラムを組む上で現実的ではない。そのため実験は多重選択方式のみで行った。それぞれのアルゴリズムと2章で述べた3つのパラメータ平面処理の組み合わせは表1の12通りである。本来、RHTのアルゴリズムではパラメータ平面処理方式は全削除方式を用いることになっているが、ピーク削除方式との組み合わせも可能である。RHTと関連削除方式の組み合わせは、投票ペアの履歴を保存する必要があるため実験は行っていない。

表1 実験に用いたアルゴリズムの組み合わせ
Table 1. Combinations of each algorithm for experiment

	全削除	ピーク削除	関連削除
RVHT+多重選択	○	○	○
RVHT+単一選択	○	○	○
RVHT+復活選択	○	○	○
RHT (多重選択)	○	○	-

これらの11パターンについて図3に示す実データを入力画像とし、直線検出を行った。図3の画像は白の画用紙

図3 入力画像

Fig.3. Input image

の上にシャープペンシルの芯をランダムにばらまいたものを撮影したものであり、画像サイズ640×480、画像内に含まれるエッジ点数は10,369点である。パラメータ平面の分割数はすべての方式において(θ軸)500×(ρ軸)500、度数ピーク抽出のしきい値はRVHTでは30とし、RHTではRVHTに対応させ $30C_2=435$ とした。この値は実験的に求めたものであるが、度数しきい値パラメータの多少の変化は投票数と検証処理の回数の関係から、全体の検出速度、精度にはあまり影響を及ぼさなかった。さらに、各アルゴリズムともアルゴリズムの終了条件は直線を40本検出検出したら終了とした。また、検出された直線の妥当性を検証するために、セグメント切り出し処理⁽⁷⁾によりセグメントが1本でも検出されたら合格とした。また、検出された直線はセグメント切り出し処理によりセグメントに分割を行った。これらの条件下で、それぞれのアルゴリズムについて10回実行し、その検出時間の平均により比較を行った。なお、実験にはPentiumⅢ、500MHzの汎用的なPCを用いた。表2はそれぞれのアルゴリズムが直線検出にかかった時間である。また、図4(a)~(k)は実際の直線検出結果である。表3に各アルゴリズムにより検出された有効な直線の検出数を示す。検出数は正解画像に離散化誤差による影響を考慮し幅を持たせ、一致した場合成功とした。また、多重検出は有効直線1本とカウントした。また同時に、見落とし本数も示す。明らかに途中で途切れているものも見落としとカウントした。

表2 計測時間結果

Table 2. Results of calculation time

	全削除	ピーク削除	関連削除
RVHT+多重選択	2.96	0.41	0.44
RVHT+単一選択	1.40	0.42	0.47
RVHT+復活選択	2.76	0.39	0.44
RHT (多重選択)	62.07	5.58	-

表3 有効直線本数

Table 3. Number of detected lines

	全削除	ピーク削除	関連削除
RVHT+多重選択	40 / 4	36 / 8	33 / 12
RVHT+単一選択	13 / 31	35 / 10	36 / 9
RVHT+復活選択	41 / 4	37 / 8	31 / 4
RHT (多重選択)	40 / 6	40 / 5	-

(有効直線数 / 見落とし本数)

検出時間を比較すると、RVHTでエッジ点選択方式に復活選択、パラメータ処理方式にピーク削除を用いたものが最も良い結果を与えた。これは、同じパラメータ平面処理方式を用いたRHTと比較して約14倍高速な結果となった。また、パラメータ平面処理方式について比較すると、検出されたピーク削除方式が全アルゴリズムについて最も高速となり、続いて関連削除方式が高速であった。これは、直線を構成する既投票のエッジ点が引き起こしたパラメータ平面上の変化を計算する必要があるため、この処理が

オーバーヘッドとなったためと考えられる。また、全削除方式は検出された直線以外の直線に対応するピークが成長途中で消去されるため、これが余計な投票の原因となるためである。特にエッジ点对を投票するタイプのアルゴリズムでは、この差は顕著である。また、RVHT におけるエッジ点選択方式の違いを比較すると、復活選択方式を用いた場合がすべてのパラメータ平面処理方式において最良な結果となった。多重選択方式と復活選択方式はエッジ

点数が十分大きな場合、同じ点を選択される確率は非常に少ないので、2つの選択方式の間には大きな違いは起こらない。しかし、検出過程の終盤では、残りエッジ点数が少なくなり、3.1 節で述べたような状況が起こったと考えられる。そのためわずかながら復活選択方式の方が速い結果となった。なお、エッジ点選択方式に単一選択、ならびにパラメータ平面処理に全削除方式を用いたものが他の方式よりも速くなっている。これは直線をすべて検出する前

図 4 各アルゴリズムによる直線検出結果
Fig.4. Line detection results by several algorithms

に、選択するエッジ点がなくなってしまったからである。

直線検出結果を比較すると RVHT においてエッジ点選択方式で単一選択でパラメータ平面処理方式で全削除を用いた場合、検出不足がかなり目立つ。これは 3.1 節で述べた理由の通りである。従って、この組み合わせはこのようなデータに対しては実用的ではない。RVHT で多重選択方式または復活選択方式を用いた場合、および RHT では、全体としては一部検出不足が見られるものの主だった差は見られなかったが、細かく検出された直線を比較すると、(a)または(g)のパラメータ平面処理方式 1 を用いた RVHT が検出不足が最も少ない。さらに、RHT による結果では一部セグメントが短いものが見受けられる。これは、エッジ点対選択型アルゴリズムの投票方式はパターン平面の離散化の影響を受けやすく、セグメント中の位置の近いペアでは正確に直線を限定できないためと考えられる。一方、RVHT では、パラメータ平面処理方式 2 または 3 を用いた場合、類似した直線が複数個検出される傾向がある。これは、逆に RVHT の投票方式は通常の Hough 変換と同様、正弦曲線を投票するので、度数ピークの周りに擬似ピークが発生しやすいためであると考えられる。しかし、これはエッジ点削除時の幅 w を適切に設定することで、ある程度回避することができる。

以上のことから、計算速度を重視する場合、エッジ点選択方式に復活選択、パラメータ平面処理方式にピーク削除を用いた RVHT、検出精度を重視する場合、多重選択方式もしくは復活選択、パラメータ平面処理方式に全削除を用いた RVHT という組み合わせが最良である。

次に、図 5 に示す、図 3 の画像にランダムにノイズを付加した画像を入力とし直線検出を行った結果を示す。エッジ点対投票型のアルゴリズムは画像中のエッジ点数が増えるにしたがって、その組み合わせ数が増大するため検出速度の悪化が予想される。表 4 は先の実験と同様に、それぞれのアルゴリズムにたいし 10 回実行し、その検出時間を平均したものである。

図 5 図 3 にランダムにノイズを付加した画像
Fig.5. Image with random noise

表 4 計測時間結果
Table 4. Results of calculation time

	方式 1 (Sec.)	方式 2 (Sec.)	方式 3 (Sec.)
RVHT+方式 A	5.14	0.50	0.55
RVHT+方式 B	2.14	0.53	0.58
RVHT+方式 C	5.18	0.49	0.54
RHT (方式 A)	220.90	13.36	—

表 4 の結果から RVHT は最も計測時間が増加した組み合わせでも約 1.9 倍程度の増加であったが、RHT ではパラメータ平面処理方式 2 を用いた場合で約 2.4 倍、オリジナルの RHT では約 3.6 倍も計測時間が増加した。これより、理論から、エッジ点数が増えるとエッジ点投票型の RHT は計測時間が増大し、RVHT ではその増加は低く抑えられていることがわかる。

5. RVHT の円検出への応用

次に、3 パラメータの例として RVHT を円検出に応用した例を示す。図 6 はサラダドレッシングの顕微鏡写真である。図中の円はサラダドレッシングの油滴である。この油滴の半径のばらつきを検出することでドレッシングの味を評価することができる⁽⁸⁾。画像サイズは 512×512 である。この画像にガウシアンフィルタ、2 値化、輪郭線追跡を前処理として行った結果を入力画像とした。これを図 7 に示す。

RVHT で円検出を行った結果を図 8 に示す。ただし、半径を無制限で検出を行うことはメモリーコスト的に現実的ではないため、半径の検出範囲を 10 から 65 とした。エッジ点選択方式は復活選択方式、パラメータ平面処理方式はピーク削除方式を用いた。ただし、先の直線検出実験結果からも擬似ピークの発生が見られたため、検出されたピークの回りを適当な範囲でクリアを行った。しきい値は 15 で、この値は実験的に最も高速となった結果である。また、しきい値をある程度下げても、検証処理を行っているため検出性能にはあまり影響を及ぼさない。円の検証処理には、検出された円の周りに幅 w の範囲を設け、その中に存在するエッジ点数をカウントし、それを幅 w で割ったものと、円周長の比によりおこなった。ここでは、 w は 4、比は 50 を用いた。終了条件は目視でわかる円の個数とほぼ同じ 50

図 6 原画像
Fig.6. Original image

図 7 前処理結果

図 8 RVHT による検出結果

図 9 HT による検出結果

図 10 RHT による検出結果

Fig.7. After pre-processing

Fig.8. Results of RVHT

Fig.9. Result of normal HT

Fig.10. Result of RHT

個の円を検出したときに終了とした。検出時間は 5 回検出を行い、その平均時間で 20.4 秒であった。

図 9 は通常の Hough 変換を用いた場合の検出結果である。ピークの検出はしきい値で行い、その値は 52 とした。この値は最良の結果を与えたものである。通常の Hough 変換では全エッジ点を投票後、非極大点抑制処理が必要となる。ここでは、先の RVHT でピーク検出後のパラメータ平面処理と同じだけのサイズのマスクで非極大点抑制を行った。RVHT の結果に比べ、擬似円による誤検出が目立つ。一方、RVHT はある円が検出されると、その円はエッジ点削除処理により消去されるため擬似円は発生しづらい。通常の Hough 変換でも、このような疑似円は非極大点抑制処理である程度は押さえることができるが、そのパラメータの決定は非常に困難である。このような理由から、小さな円を検出しようとすると更に疑似円が検出される結果となる。また、通常の Hough 変換の検出時間は 67.72 秒であった。RVHT は通常の Hough 変換に比べ約 3.4 倍高速であることがわかった。

図 10 は RHT による結果である。半径の検出範囲を 10 から 65、パラメータ平面処理方式は RVHT と同様に行った。しきい値は RVHT に対応させ $15C_3=455$ を用いた。終了条件は 50 個の円を検出した場合、もしくは残りエッジ点数の総組み合わせ回投票しても円が検出されなかった場合終了とした。これは離散化誤差の影響で 50 個検出しきれない場合が見られたためで、図 10 では 72 個の円が検出されている。RHT では 3 点のペアから計算されるパラメータを投票するため、Hough 曲線投票型アルゴリズムのように検出半径の制限が設けられない。そのため、厳密な速度比較を行うことは難しい。なお、検出時間は 1 時間 27 分 48 秒であった。

また、各アルゴリズムにより検出された円の評価を行った。有効な円の判定は 4 章の直線の実験と同様に行った。見落とし数、拾い過ぎ数を表 5 に示す。見落とし数は明らかに検出されなかったものの数、拾い過ぎ数は円でないところを円として検出した場合、ならびに多重検出の数とした。

表 5 有効円検出数

Table 5. Number of detected circle

RVHT	一般的な HT	RHT
6 / 4	14 / 4	5 / 1

(見落とし数 / 拾い過ぎ数)

一般的な Hough 変換を用いたものは明らかに見落としが多くみられた。RVHT と RHT では大きな違いは見られなかった。

これらにより、RVHT はこのように直線以外の Hough 変換を用いたパターン検出にも容易に適用できることが実証できた。さらに、食品品質評価のための実用手法の可能性も示すことができた。

6. まとめ

本稿では、我々が提案する RVHT が RHT に比べて高速であることを示す理論的証明を完成させ、さらに実験的にも、提案した RVHT は本来の RHT と同等以上の直線検出性能を持ち、計算量は少なくすむことを示した。さらに、この RVHT のアルゴリズムにおけるエッジ点選択方式、パラメータ平面処理、終了条件それぞれについて詳細に考察を行い、アルゴリズムの性質をより深く明らかにした。

この RVHT を円検出に応用した例を示した。検出精度ならびに速度で、一般的な Hough 変換では難しかった適用事例で十分実用的な結果が得られた。

今後は RVHT このような実用的な応用例に多数適用し、パラメータの自動設定方法など、実用化で必要になるであろう改良を行う予定である。

謝辞

本研究を進めるにあたり、日頃ご支援いただく中京大学情報科学部奥水研究室、岐阜大学工学部山本研究室関係者各位に感謝する。さらに、実験用データの提供をしていただいた岐阜女子大学家政学部小川教授に感謝する。なお、本研究の一部は、文部省科学研究費補助金(No.10835022, 1999), 1996～9 IMS 国際共同研究プログラム HUTOP, 1996～7 IPA 創造的ソフトウェア開発助成, 文部省 HRC 助成, 1999 年度大幸財団助成による。

(平成 11 年 09 月 29 日受付, 平成 12 年 05 月 02 日再受付)

文献

- (1) 森本正志・奥水大和：「Hough 変換の諸課題と新しいパターン計測 - 基礎編 -」計測自動制御学会 (SICE), Vol.35, No.11, 869~877 (1996)
- (2) 奥水大和・村上和人：「Hough 変換の諸課題と新しいパターン計測 - 実用とその展望-」計測自動制御学会 (SICE), Vol.36, No.5, 353~361 (1997)
- (3) L. Xu, E. Oja and P. Kultanen: "A new curve detection methods : Randomized Hough transform (RHT)", Pattern Recognit. Lett., 11(5), 331~338 (1993)
- (4) L. Xu, E. Oja : "Randomized Hough transform (RHT) : Basic mechanisms, algorithms, and computational complexities", IU, 57, 2, 131~154 (1993)
- (5) N. Kiryati, Y. Eldar and A. M. Bruckstein : "A probabilistic Hough transform", PR, 24, 4, 303~316 (1991)
- (6) 加藤邦人・遠藤利生・村上和人・鳥生 隆・奥水大和：「ランダム投票による高速化 Hough 変換アルゴリズム RVHT における直線検出性能の理論的実験的考察」信学技報, Vol.96, No.384, (PRMU96-87), 53~60 (1996)
- (7) K. Kato, K. Murakami, H. Koshimizu : "Segmentation Algorithm of Lines of Hough Transform Using Discriminant Analysis", Proc. ACCV'95, Vol.3, 191~195 (1995-12)
- (8) 小川宣子：「卵黄の乳化特性」, 浦上財団研究報告書, Vol. 4, 9~21 (1994)

加藤 邦人

(非会員) 1994 年中京大学情報科学部認知科学科卒業。1996 年中京大学大学院情報科学研究科修士課程修了。同年、同大学院博士課程入学。現在、岐阜大学工学部助手。情報科学博士。画像処理、コンピュータビジョン、特に Hough 変換による直線検出とその応用の研究に従事。電子情報通信学会会員。

遠藤 利生

(非会員) 1987 年東大・工・計数卒。同年(株)富士通研究所入社。以来、画像処理の研究に従事。1994 年情報処理学会山下記念研究賞受賞。視覚の計算論に興味をもつ。工博。情報処理学会、人工知能学会各会員。

村上 和人

(非会員) 1984 年名古屋大学理学部物理学科卒業。同年名古屋市工業研究所電子部勤務。1991 年中京大学情報科学部助手。同、講師を経て、1998 年愛知県立大学情報科学部助教授。溶接検査を始めとした画像処理の産業応用、Hough 変換の高速化・高度化アルゴリズムなどの研究に従事。最近はコンピュータによる似顔絵生成・評価システムの開発を通して、認知的ビジョンの研究に取り組んでいる。電子情報通信学会、人工知能学会、日本顔学会、各会員。

鳥生 隆

(非会員) 1975 年京大・理卒。1980 年同大学院理学研究科博士課程了。1982 年(株)富士通研究所入社。以来、画像処理、画像理解の研究に従事。理博。電子情報通信学会、情報処理学会、人工知能学会各会員。

奥水 大和

(会員) 1975 年名古屋大学大学院博士課程修了。工博。名大工学部助手、名市工研勤務を経て、1986 年中京大学教養部教授、1990 年同情報科学部教授、1994 年同大学院情報科学研究科教授(併任)。画像処理・理解、パターン認識、マシンビジョンの研究、特に Hough 変換アルゴリズム、似顔絵生成 PICASSO 開発を主宰して、視覚の感性情報科学の研究に従事。電子情報通信学会、情報処理学会、人工知能学会、計測自動制御学会、日本顔学会、映像情報メディア学会、他会員

補題1の証明:

仮定より、各セルの度数分布は独立なポアソン分布で表される。ORHT の場合、エッジ点の組がランダムに投票されるので、 L' 回投票したときの各セルの度数の密度関数(度数が k_i' になる確率)は、 $f_i'(k_i'; L') = (\tau_i'^{k_i'} / k_i'!) \exp(-\tau_i')$ と表される。ここで、 $\tau_i' = L'm_i' / N$ である。SRHT の場合、ランダムに選択される単位はエッジ点であるので、最初に(対応する RVHT における)エッジ点の投票度数の密度関数を求める必要がある。RVHT で L 回投票したときのエッジ点の投票度数の密度関数は $f_i(k_i; L) = (\tau_i^{k_i} / k_i!) \exp(-\tau_i)$ と表される。ここで、 $\tau_i = Lm_i / N$ である。従って、SRHT で $L' = {}_L C_n$ 回投票したときに度数が $k_i' = k_i C_n$ となる確率は $f_i(k_i; L)$ と表される。 f_i', f_i に対応する度数の分布関数(度数

が指定された値以下になる確率) F_i' , F_i は、不完全 Γ 関数で表される。

$$F_i(k-1;L)=\sum_{s_i=0}^{k-1} f_i(s_i;L)=1-\frac{1}{(k-1)!} \int_0^{L m_i / N} x^{k-1} \exp(-x) dx$$

F_i' は F_i 内の各パラメータにみな'を付けた式で表される。上式は、 L 回投票したときにしきい値 k に達しない確率と見なすことができるので、 $1-F_i$ は L 回以下でしきい値に達した確率になる。つまり、 $1-F_i$ は投票回数 L の分布関数となる。このことより、投票回数 L に対して $x=L m_i / N$ と置くと、 $2x$ は自由度 $2k$ の χ^2 分布に従うことが分かる。 χ^2 分布は自由度が大きいとき、正規分布で近似できる性質がある ($t=2\sqrt{x}-2\sqrt{k}$ が標準正規分布に従う)。ORHT の場合、 $x'=L' m_i' / N'$ と置くと、 $t'=2\sqrt{x'}-2\sqrt{k'}$ が標準正規分布に従うので、 $L'=\mu_i(1+(\sqrt{n'}/k'^{1/2})t')$ と表される ($1/k$ に関する高次項は無視した)。これより、 L' は平均 μ_i 、分散 $\sigma_i'^2$ の正規分布に従うことが導かれる。一方、SRHT の場合、 $L'=L C_m$ 、 $x=L m_i / N$ と置くと、 $t=2\sqrt{x}-2\sqrt{k}$ が標準正規分布に従うので、 $L'=\mu_i(1+(n/\sqrt{k})t)$ と表される (やはり $1/k$ に関する高次項は無視した)。これより、 L' は平均 μ_i 、分散 σ_i^2 の正規分布に従うことが導かれる。

定理 2 の証明:

SRHT, ORHT の投票回数の密度関数をそれぞれ g, g' 、分布関数を G, G' とする。ここでは、投票回数を連続型の確率変数として表す。 G, G' は次式で表される。 $G(x)=\int_0^x g(x) dx$, $G'(x)=\int_0^x x(g'(x)-g(x)) dx$ 。部分積分法により $\bar{L}'_{ORHT}-\bar{L}'_{SRHT}=\int_0^\infty x(g'(x)-g(x)) dx=\int_0^\infty [(1-G'(x))-(1-G(x))] dx$ が成り立つ。 G, G' は各セルの投票回数の最小値が従う分布関数である。最小値がある値 x より大きい確率は、全セルが x より大きい確率と等しいので、各セルの投票回数の分布関数を G_i, G_i' ($i=1, \dots, d$) とするとき、 $1-G=(1-G_1)\cdots(1-G_d)$, $1-G'=(1-G_1')\cdots(1-G_d')$ が成り立つ。

各セルの投票回数の密度関数をそれぞれ g_i, g_i' とする。補題 1 より、 g_i, g_i' は正規分布の密度関数である。 g_i の平均は μ_i 、分散は σ_i^2 であり、 g_i' の平均は μ_i 、分散は $\sigma_i'^2$ である。更に、すべての i について $\sigma_i \geq \sigma_i'$ が成り立つ。変数変換を行ない標準正規分布の密度関数に変換することで、以下の不等式を示すことができる。2 回微分がつねに 0 以下である任意の関数 H_i に対して、 $\int_0^\infty (g_i'(x)-g_i(x)) H_i(x) dx \geq 0$ が成り立つ。ただし、 H_i の大きさは多項式で抑えられるとする。 H_i が上に凸であることに注意すれば証明は容易である。更に、この不等式に現れる積分を部分積分することにより、以下の不等式が導かれる。1 階微分が 0 以下である任意の関数 h_i に対して、 $\int_0^\infty (G_i'(x)-G_i(x)) h_i(x) dx \geq 0$ が成り立つ。ただし、 h_i の大きさは多項式で抑えられるとする。

この不等式において、 $h_i=(1-G_1)\cdots(1-G_{i-1})(1-G_{i+1})\cdots(1-G_d)$ と置く。 h_i は 0 以上 1 以下、かつ $h_i' \leq 0$ であるので、

上の条件を満たす。これによって得られる不等式を $i=1, \dots, d$ に対して加えれば、 $\bar{L}'_{ORHT}-\bar{L}'_{SRHT} \geq 0$ を得る。