多重連結型移動ビークルの軌道安定化制御のための簡易設計法

正員 田 中 一 男 (電気通信大学)

非会員 堀 強 (電気通信大学)

非会員 岩 崎 正 明 (電気通信大学)

Trajectory Control of a Vehicle with Triple Trailers

Kazuo Tanaka, Member, Tsuyoshi Hori, Non-member, Masaaki Iwasaki, Non-member (The University of Electro-Communications)

We consider the backing up control of a vehicle with triple trailers via a model-based fuzzy control methodology. To begin with, the vehicle dynamics is represented by a Takagi-Sugeno fuzzy model which is equivalent to a simplified nonlinear model of the vehicle. Then we employ the so-called "parallel distributed compensation" design to arrive at a controller that guarantees the stability of the closed-loop system consisted of the fuzzy model and controller. The control design problem is cast in terms of linear matrix inequalities. The simulation and experimental results demonstrate that the fuzzy controller effectively achieves the backing up control of the vehicle with triple trailers.

キーワード：多重連結型移動ビークル，ファジィ制御，並列分散的補償，安定性，線形行列不等式

1. ま え が き

トレーラ・トラック型移動ビークル（以下，多重連結型移動ビークルと呼ぶ）の後退制御は非常に困難な非線形制御問題であり，これを実現するためにはジャックナイフ現象を避ける必要がある。この問題に対しては様々な解法が提案されてきた^{(1)~(8)}。しかし，文献(1)~(4)ではシミュレーションのみの報告にもかかわらず，制御系の安定性も解析されていない。1台トレーラの場合について安定な制御器を設計し，モデル機を作製し実験が行われている^{(5)~(6)}。また，文献(7)，(8)においては2台のトレーラを連結させたモデル機の実験が行われている。一方，文献(5)の方法を拡張し2台のトレーラを連結させたモデル機の実験も報告されている⁽⁹⁾。文献(9)では，安定なフィードバックゲインが安定条件に基づく試行錯誤的な方法により求められていた。本論文では2台トレーラよりも困難である3台トレーラの後退制御を扱う。文献(5)，(9)による著者らの経験では，トレーラの台数が増えるとその制御が極端に難しくなるので，本論文で扱う3台トレーラでは作製したモデル機での実験を成功させることを第一の目的とし，この目的を達成するためにできるだけ簡単に制御系の設計を行うことを目指す。ただし，制御系の重要な概念である安定性については（近似的にでも）その保証を行う。制御系の安定性を解析するにあたり，本論文では著者らが導出した安定条件^{(10)~(14)}をさらに緩めた新しい安定条件を導出し，こ

の安定条件の特別な場合が従来の安定条件に相当することを示す。この安定条件を利用して試行錯誤的なアプローチを経ることなく直接安定なフィードバックゲインを求める。新たに導出した安定条件に基づく設計法を本対象に適用し，シミュレーションと実験を通して本アプローチの有効性を示す。

2. ファジィモデル化

図1に3台トレーラ（セミトレーラタイプ：ジョイントが前の車両の後輪の中点にあるタイプ）のモデルとその座標系を示す。本論文では以下のような非線形モデルを用いる。

$$x_0(t+1) = x_0(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{l} \tan(u(t)) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$x_1(t) = x_0(t) - x_2(t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$x_2(t+1) = x_2(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} \sin(x_1(t)) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$x_3(t) = x_2(t) - x_4(t) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$x_4(t+1) = x_4(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} \sin(x_3(t)) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$x_5(t) = x_4(t) - x_6(t) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$x_6(t+1) = x_6(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} \sin(x_5(t)) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$x_7(t+1) = x_7(t) + \nu \cdot \Delta t \cos(x_5(t)) \times \sin\left(\frac{x_6(t+1) + x_6(t)}{2}\right) \quad \dots\dots (8)$$

図1 モデルと座標系
Fig. 1. Vehicle model with triple trailers.

$$x_8(t+1) = x_8(t) + \nu \cdot \Delta t \cos(x_5(t)) \times \cos\left(\frac{x_6(t+1) + x_6(t)}{2}\right) \dots\dots (9)$$

ここで、 $l(=0.087[\text{m}])$ はトラック部の長さ、 $L(=0.130[\text{m}])$ はトレーラ部の長さ、 $\nu(=-0.10[\text{m/sec.}])$ は後退速度、 $\Delta t(=0.5[\text{sec.}])$ はサンプリング時間である。なお、モデルの記述において、たとえば(1)式の左辺は $x(t+\Delta t)$ と書くべきであるが、本論文では簡単のため $x(t+1)$ のように記述する。 $x_1(t)$ 、 $x_3(t)$ 、 $x_5(t)$ のいずれかが $90[\text{deg.}]$ あるいは $-90[\text{deg.}]$ になるとジャックナイフ現象を引き起こすため、数多くのジャックナイフポジションが存在する難しい系である。制御目的は前進することなく後退だけで直線($x_7 = 0$)に沿わせることである。つまり、 $x_1(t) \rightarrow 0$ 、 $x_3(t) \rightarrow 0$ 、 $x_5(t) \rightarrow 0$ 、 $x_6(t) \rightarrow 0$ 、 $x_7(t) \rightarrow 0$ を制御目的とする。

(1)~(8)式を(10)式の高木・菅野のファジィモデル⁽¹⁵⁾に置き換える。

- Rule 1 :
If $p(t)$ is "about 0 [rad.]",
then $x(t+1) = A_1 x(t) + B_1 u(t)$ (10)
Rule 2 :
If $p(t)$ is "about π [rad.] or $-\pi$ [rad.]",
then $x(t+1) = A_2 x(t) + B_2 u(t)$

ここで

$$p(t) = x_6(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{2L} x_5(t),$$

$$x(t) = [x_1(t) \ x_3(t) \ x_5(t) \ x_6(t) \ x_7(t)]^T,$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(\nu \cdot \Delta t)^2}{2L} & \nu \cdot \Delta t & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g \cdot (\nu \cdot \Delta t)^2}{2L} & g \cdot \nu \cdot \Delta t & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

である。"about 0 [rad.]"および "about π [rad.] or $-\pi$ [rad.]"は前件部のファジィ集合であり、そのメンバーシップ関数は図2のように求まる。このモデルの構築において、 $u(t)$ 、 $x_1(t)$ 、 $x_3(t)$ 、 $x_5(t)$ が小さい値であると仮定した。モデルの導出過程の詳細は付録に示す。非ファジィ化後のファジィモデルは次のように表現できる。

$$x(t+1) = \frac{\sum_{i=1}^2 w_i(p(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^2 w_i(p(t))} \dots\dots (11)$$

図2 メンバーシップ関数
Fig. 2. Membership functions.

3. 並列分散的補償と安定条件

〈3・1〉 安定条件 (11) 式の自由系は次のように表現できる。

$$x(t+1) = \sum_{i=1}^r h_i(p(t)) A_i x(t) \quad (12)$$

ここで、 $r = 2$ であり

$$h_i(p(t)) = \frac{w_i(p(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(p(t))}$$

である。(12) 式の安定性を保証する安定条件は Lyapunov の安定論のアプローチにより得られている。

〔定理1〕⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ (13) 式を満たす共通な正定対称行列 P が存在すれば(12)式で表わされるファジィシステムは大域的に漸近安定である。

$$A_i^T P A_i - P < 0 \quad \forall i \dots\dots\dots (13)$$

(12) 式のシステムにおいてはそれぞれのサブシステムが安定、すなわちすべての A_i が安定ならばシステム全体が安定のように思えるが、これは一般には成り立たない。(11)(12)

〈3・2〉 並列分散的補償によるファジィ制御器設計 次に (10) 式のファジィモデルに対してファジィ制御器を設計する。並列分散的補償 (PDC) ^{(11)~(14)} によりファジィ制御器を構成する。PDC による制御器設計ではファジィモデルの 1 つの規則に対してそれを補償するようにファジィ制御器の 1 つの規則を作成する。すなわち、(10) 式の Rule 1, 2 に対して Control Rule 1, 2 を作成する。

Control rule 1 :

If $p(t)$ is "about 0 [rad.]",
then $u(t) = -F_1 x(t)$ (14)

Control rule 2 :

If $p(t)$ is "about π [rad.] or $-\pi$ [rad.]",
then $u(t) = -F_2 x(t)$

(14) 式のファジィ制御器は次のように表現できる。

$$u(t) = - \sum_{i=1}^2 h_i(p(t)) F_i x(t) \dots\dots\dots (15)$$

ファジィ制御器設計問題は後件部のフィードバックゲイン F_i を決めることである。重要な点は、制御器の構造はモデルのローカルな構造に着目して決定されているが、フィードバックゲイン F_i はグローバルな安定性 (制御系全体の安定性) を保証するように決定しなければならない。その理由は、先に述べたようにローカルな安定性の保証 (各サブシステムが安定) はグローバルな安定性を保証するとは限らないからである。

(15) 式を (11) 式に代入すると (16) 式を得る。

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(p(t)) h_j(p(t)) G_{ij} x(t) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i^2(p(t)) G_{ii} x(t) \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{i < j} h_i(p(t)) h_j(p(t)) \\ &\quad \times \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) x(t) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここで $r = 2$, $G_{ij} = A_i - B_i F_j$ である、(16) 式に Lyapunov の安定論を適用すると次の閉ループ系の安定条件が得られる。

〔定理 2〕 ⁽¹⁴⁾ s は制御中に同時に発火する規則数の最大値であり、 $1 \leq s \leq r$ である。 $X > 0$, $Y \geq 0$ と (17), (18) 式を満たす M_i ($i = 1, 2$) が存在すれば、(16) 式で表わされる制御系は大域的漸近安定である。

$$\begin{bmatrix} X - (s-1)Y & * \\ A_i X - B_i M_i & X \end{bmatrix} > 0 \quad \forall i \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{bmatrix} X + Y & * \\ \frac{1}{2} \{A_i X + A_j X - B_i M_j - B_j M_i\} & X \end{bmatrix} > 0$$

$$i < j \text{ s.t. } h_i(p(t)) h_j(p(t)) \neq 0 \dots\dots\dots (18)$$

ここで $M_i = F_i X$ である。また $*$ は対称要素の転置行列を表わす。

上記の条件は変数 X , Y と M_i からなる LMI である。LMI に基づく解法 ⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾ により、LMI 条件を満たす正定対称行列 X , 準正定対称行列 Y 及び行列 M_i が存在するならば必ず見つけ出すことができる。フィードバックゲイン F_i は $F_i = M_i X^{-1}$ で得られる。定理 2 はファジィ規則の同時発火最大数 s とメンバーシップ関数の重なりを考慮した条件となっており、一般的なポリトープ型よりシャープな条件となっている。4 章ではさらに緩い条件を導出する。共通な B ($B_1 = B_2 = \dots = B_r$) 行列の場合には定理 2 は簡単になる ⁽⁹⁾⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。(10) 式のファジィモデルは共通の B 行列を持つが本論文では共通の B 行列の場合ではなく一般的な設計条件を与える。

4. 緩い安定条件の導出

本章では緩い安定条件を導出する。

〔定理 3〕 (19), (20) 式の条件を満たす正定対称行列 X , 行列 M_i ($i=1, \dots, r$) および $T_{ij} = T_{ji}$ が存在すれば (16) 式で表される制御系は大域的漸近安定である。フィードバックゲインはこの LMI の解 X , M_i から $F_i = M_i X^{-1}$ として求めることができる。

$$\begin{bmatrix} X + T_{ij} & * \\ \frac{1}{2} \{A_i X - B_i M_j + A_j X - B_j M_i\} & X \end{bmatrix} > 0$$

$$i \leq j \text{ s.t. } h_i(p(t)) \cap h_j(p(t)) \neq 0 \dots\dots\dots (19)$$

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & \dots & T_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{1r} & \dots & T_{rr} \end{bmatrix} \leq 0 \dots\dots\dots (20)$$

(証明)

リアプノフ関数の候補 $V(x(t)) = x^T(t) P x(t)$ の差分

$$\Delta V(x(t)) = x^T(t+1) P x(t+1) - x^T(t) P x(t)$$

に (16) 式を代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta V(x(t)) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) h_k(z(t)) \\ &\quad \times h_l(z(t)) x^T(t) \{ (A_i - B_i F_j)^T P (A_k \\ &\quad - B_k F_l) - P \} x(t) \\ &\leq \frac{1}{4} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) x^T(t) \\ &\quad \times \{ (A_i - B_i F_j + A_j - B_j F_i)^T P \\ &\quad \times (A_i - B_i F_j + A_j - B_j F_i) - P \} x(t) \\ &\dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

ここで、 $1 \leq i \leq j \leq r$ で(22)式を満たすような $n \times n$ の対称行列 $Q_{ij} = Q_{ji}$ を仮定する。

$$\frac{1}{4}(A_i - B_i F_j + A_j - B_j F_i)^T P \times (A_i - B_i F_j + A_j - B_j F_i) - P < Q_{ij}, \forall i, j \quad (22)$$

(22) 式より、(21) 式は次のように書き換えられる。

$$\Delta V(x(t)) < \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) x^T(t) Q_{ij} x(t) \\ = [h_1(z(t)) x^T, \dots, h_r(z(t)) x^T] Q \\ [h_1(z(t)) x^T, \dots, h_r(z(t)) x^T]^T$$

ここで、

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & \cdots & Q_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{1r} & \cdots & Q_{rr} \end{bmatrix} \cdots \cdots \quad (23)$$

である。

$Q \leq 0$ が成り立つとき、 $\Delta V(x(t)) < 0$ となるので、(16) 式で表される制御系は大域的漸近安定である。

(22) 式に Schur Complement を適用すると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} P + Q_{ij} & * \\ \frac{1}{2}\{A_i - B_i F_j + A_j - B_j F_i\} & P^{-1} \end{bmatrix} > 0 \cdots \quad (24)$$

(24) 式の左右から $\text{diag-block}[P^{-1}, I]$ を掛けると、

$$\begin{bmatrix} X + T_{ij} & * \\ \frac{1}{2}\{A_i X - B_i M_j + A_j X - B_j M_i\} & X \end{bmatrix} > 0 \quad (25)$$

となる。ここで、 $X = P^{-1}$ 、 $M_i = F_i X$ 、 $T_{ij} = X Q_{ij} X$ である。(22),(23) 式より、 $\Delta V(x(t)) < 0$ となるための条件は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} X + T_{ij} & * \\ \frac{1}{2}\{A_i X - B_i M_j + A_j X - B_j M_i\} & X \end{bmatrix} > 0 \\ i \leq j \cdots \quad (26)$$

ここで、(20) 式は (23) 式の両辺から $\text{diag}[X \cdots X]$ を掛けることにより求められる。□

[Remark 4.1]

定理 3 において、

$$T_{ij} = \begin{cases} -(s-1)Y & i=j \\ Y & i \neq j \end{cases}$$

とおけば定理 3 の条件は定理 2 に帰着する。

5. シミュレーションおよび実験結果

4 章で導出した安定条件に基づき制御器を設計した。図 3 にシミュレーション結果を示す。難しい初期値からでも目

標軌道に追従していることがわかる。

図 4 に実験のために作製したモデル機を示す。図 5 は実験装置の概要を示している。制御変数 $x_6(t)$ 、 $x_7(t)$ は CCD カメラ、連結部の相対角度 $x_1(t)$ 、 $x_3(t)$ 、 $x_5(t)$ はポテンションメータにより測定する。ステアリング角 $u(t)$ は (15) 式で表わされるファジィ制御規則から算出する。

ステアリングはステッピングモータで駆動し、後退は DC モータにより行われる。CCD カメラを含む画像処理システムの処理速度の問題からトラック部及び各トレーラ部の位置を検出するときには多重連結型移動ビークルは停止しており、制御器により決定されたステアリング角度を切ったのち 0.05m だけ後退させるようなシステムを組んでいる。

図 6 に実験結果を示す。実験においても後退制御が効果的に実現できることがわかる。実験では、CCD カメラの視野が狭いという問題から、難しい初期位値からの制御を行うことができなかった。今後はこの点を改良していく予定である。

6. 結 論

モデルに基づくファジィ制御により多重連結型移動ビークルの後退制御系を設計した。緩い安定条件に基づく簡易的な制御系設計法を用いたが、モデル機による実験に成功した。今後はさらに実験を重ね、本手法の有効性と問題点を明らかにし、それを解決する新たな設計手法の提案を行いたい。本研究に協力いただいた Duke University の Prof. H. Wang 及び電気通信大学の谷口唯成君に感謝する。

図 3 シミュレーション結果
Fig. 3. Simulation result.

図 4 作製したモデル機の写真
Fig. 4. Vehicle with triple trailers.

(平成 11 年 12 月 7 日受付, 同 12 年 3 月 30 日再受付)

図 5 実験システム

Fig. 5. Experimental system.

図 6 実験結果

Fig. 6. Experimental result.

文 献

- (1) D. Nguyen and B. Widrow: "The Truck Backer-upper :An Example of Self-Learning in Neural Networks", *Proc. Int. Joint Conf. Neural Networks(IJCNN-89)*, vol. 2, pp. 357-363 (1989)
- (2) G.S. Kong and B. Kosko: "Adaptive Fuzzy Systems for Backing up a Truck-and-Trailer", *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 3, no. 2, pp. 211-223 (1992)
- (3) H.Inoue, K.Kamei and K.Inoue: "Auto-Generation of Fuzzy Production Rules Using Hyper-Cone Membership Function by Genetic Algorithm", *Proc. Int. Joint Conf. CFSA/IFIS/SOFT'95*, pp. 53-58 (1995)
- (4) 徳永 稔, 市橋 秀友:「ニューロ・ファジィの最適制御によるトレーラ・トラックの後退運転」, 第 8 回ファジィシステムシンポジウム (広島, May 26-28) pp.49-52 (1992)
- (5) K.Tanaka and T. Kosaki: "Design of a Stable Fuzzy Controller for an Articulated Vehicle", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics : Part B*, Vol. 27, No. 3, pp. 552-558 (1997)
- (6) M. Sampei, et al., "Arbitrary Path Tracking Control of Articulated Vehicles Using Nonlinear Control Theory", *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol.3, no.1, pp.125-131 (1995)
- (7) 三平, 小林:「非線形制御理論を用いた多重トレーラの直線経路追従制御」, ロボット学会誌, Vol.11, No.4, pp587-592 (1993)
- (8) M. Sampei, T. Kobayashi, Y. Tajima, N. Shibui and M. Ishikawa: "Application of Nonlinear Control Theory to Path Tracking Control of Articulated Vehicles", *1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Video Proceedings (1995)
- (9) 田中, 小宮:「2 台トレーラを有する移動ロボットファジィ後退制御」, 計測自動制御学会論文集, Vol.33, No.6, pp541-546 (1997)
- (10) K. Tanaka and M. Sugeno: "Stability Analysis of Fuzzy Systems Using Lyapunov's Direct Method", *Proc. of NAFIPS'90*, pp. 133-136 (1990)
- (11) K. Tanaka, and M.Sugeno: "Stability Analysis and Design

of Fuzzy Control Systems", *FUZZY SETS AND SYSTEMS*, vol. 45, no. 2, pp. 135-156 (1992)

- (12) H. O. Wang, K. Tanaka and M. Griffin: "Parallel Distributed Compensation of Fuzzy Systems via Takagi-Sugeno Fuzzy Model", *Proc. of 4th IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems*, vol. 2, pp. 531-538 (1995)
- (13) H. O. Wang, K. Tanaka and M. Griffin: "An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 4, No. 1, pp. 14-23 (1996)
- (14) K.Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang: "Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers: Relaxed Stability Conditions and LMI based Designs", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol.6, No. 2, pp.250-265 (1998)
- (15) T. Takagi and M.Sugeno: "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control", *IEEE SMC*, vol. 15, no. 1, pp. 116-132 (1985)
- (16) S.Boyd et.al.: "Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory", *SIAM*, Philadelphia, (1994).
- (17) Yu.Nesterov and A.Nemirovsky: "Interior-point polynomial methods in convex programming", *SIAM*, Philadelphia, PA(1994).
- (18) K. Tanaka and H. O. Wang, "Fuzzy Control Systems and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach", *John Wiley & Sons*, (2000).

付 録

1. ファジィモデル化

実験での後退制御の成功を第一の目的としているため、非線形方程式 (1)~(8) 式をできるだけ簡単化し、制御系設計を行う。簡単化したモデルで設計した制御器がうまく動かないときはより詳細なモデルを考える方針であったが、本付録に示すような簡単なファジィモデルにより設計した制御器で後退制御を行うことができた。実験による経験から、 $u(t)$ と $x_1(t), x_3(t), x_5(t)$ の値が小さくないと後退制御は成功に至らない。そこで、 $u(t), x_1(t), x_3(t), x_5(t)$ が小さい値であるという仮定を考えると、(1)~(8) 式から次の簡単化システムを得る。

$$x_0(t+1) = x_0(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{\ell} u(t) \quad \text{付 1)}$$

$$x_1(t+1) = \left(1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L}\right) x_1(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{\ell} u(t) \quad \text{付 2)}$$

$$x_2(t+1) = x_2(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} x_1(t) \quad \text{付 3)}$$

$$x_3(t+1) = \left(1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L}\right) x_3(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} x_1(t) \quad \text{付 4)}$$

$$x_4(t+1) = x_4(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} x_3(t) \quad \text{付 5)}$$

$$x_5(t+1) = \left(1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L}\right) x_5(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} x_3(t) \quad \text{付 6)}$$

$$x_6(t+1) = x_6(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} x_5(t) \quad \text{付 7)}$$

$$x_7(t+1) = x_7(t) + \nu \cdot \Delta t \sin \left(x_6(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{2L} x_5(t) \right) \quad \text{付 8)}$$

(付 8) 式は非線形項

$$\nu \cdot \Delta t \cdot \sin \left(x_6(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{2L} x_5(t) \right) \quad \text{付 9)}$$

を持つ。文献 (5), (9) のモデル化と同様 $\sin$ 関数を sector nonlinearity⁽¹⁸⁾ の考え方でモデル化を行うと (付 8) 式 of 非線形項は次の高木・菅野のファジィモデル形式で表現できる。

$$\begin{aligned} & \nu \cdot \Delta t \cdot \sin(x_6(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{2L} x_5(t)) \\ &= w_1(p(t)) \cdot \nu \cdot \Delta t \cdot (x_6(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{2L} x_5(t)) \\ &+ w_2(p(t)) \cdot \nu \cdot \Delta t \cdot g \cdot (x_6(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{2L} x_5(t)) \quad (\text{付 10}) \end{aligned}$$

ここで

$$p(t) = x_6(t) + \frac{\nu \cdot \Delta t}{2L} x_5(t), \quad g = 10^{-2}/\pi,$$

$$w_1(p(t)) = \begin{cases} \frac{\sin(p(t)) - g \cdot p(t)}{p(t) \cdot (1 - g)}, & p(t) \neq 0 \\ 1, & p(t) = 0 \end{cases} \quad (\text{付 11})$$

$$w_2(p(t)) = \begin{cases} \frac{p(t) - g \cdot \sin(p(t))}{p(t) \cdot (1 - g)}, & p(t) \neq 0 \\ 1, & p(t) = 0 \end{cases} \quad (\text{付 12})$$

である。(付 11), (付 12) 式より "p(t) is about 0 [rad.]" のとき, $w_1(p(t)) = 1, w_2(p(t)) = 0$, "p(t) is about π or $-\pi$ [rad.]" のとき, $w_1(p(t)) = 0, w_2(p(t)) = 1$ となる。
 $w_1(p(t)) = 1, w_2(p(t)) = 0$, すなわち "p(t) is about 0 [rad.]" のとき, (付 10) 式を (付 8) 式に代入すると次式を得る。

$$x_7(t+1) = x_7(t) + \nu \cdot \Delta t \cdot x_6(t) + \frac{(\nu \cdot \Delta t)^2}{2L} \cdot x_5(t)$$

したがって, この状況では以下のようなモデルが得られる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} x_1(t+1) \\ x_3(t+1) \\ x_5(t+1) \\ x_6(t+1) \\ x_7(t+1) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(\nu \cdot \Delta t)^2}{2L} & \nu \cdot \Delta t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_3(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \\ x_7(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \dots\dots\dots (\text{付 13}) \end{aligned}$$

一方, $w_1(p(t)) = 0, w_2(p(t)) = 1$, すなわち "p(t) is about π or $-\pi$ [deg.]" のとき, (付 8) 式は次のように変形できる。

$$x_7(t+1) = x_7(t) + g \cdot \nu \cdot \Delta t \cdot x_6(t) + \frac{g \cdot (\nu \cdot \Delta t)^2}{2L} \cdot x_5(t)$$

したがって, この状況では以下のようなモデルが得られる。

$$\begin{bmatrix} x_1(t+1) \\ x_3(t+1) \\ x_5(t+1) \\ x_6(t+1) \\ x_7(t+1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 - \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g \cdot (\nu \cdot \Delta t)^2}{2L} & g \cdot \nu \cdot \Delta t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_3(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \\ x_7(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{\nu \cdot \Delta t}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \dots\dots\dots (\text{付 14}) \end{aligned}$$

この表現では $g = 0$ のとき (付 14) 式は不可制御となる。この問題を解消するために $g = 10^{-2}/\pi$ とする。このように g をとったことにより, (付 9) 式の実線形項は

$$-179.4270[\text{deg.}] < p(t) < 179.4270[\text{deg.}]$$

の範囲において (付 10) 式のように近似できる。(付 13), (付 14) 式より (10) 式の高木・菅野のファジィモデルを得る。

田 中 一 男 (正員) 1962 年 11 月 22 日生まれ。1990 年, 東京工業大学総合理工学研究科システム科学専攻博士後期課程修了, 工学博士。同年金沢大学工学部機械システム工学科助手, 1994 年同学科助教授, 1996 年人間・機械工学科助教授, 1998 年電気通信大学機械制御工学科助教授、現在に至る。1992 年 University of North Carolina 客員研究員, NAFIPS'90、HJSFSA'91 にて優秀論文賞, 日本機械学会賞奨励賞, 日本ファジィ学会奨励賞および著述賞, 1999 年 IFAC World Congress Best Poster Paper Prize, 2000 IEEE Transactions on Fuzzy Systems Outstanding Paper Award などを受賞。知的制御システムの解析と設計およびその応用に関する研究に従事。

堀 強 (非会員) 1977 年 1 月 24 日生まれ。1999 年 3 月電気通信大学機械制御工学科卒業。同年 4 月同大学電気通信学研究科機械制御工学専攻博士前期課程入学。現在に至る。ファジィ制御系の解析と設計に関する研究に従事。

岩 崎 正 明 (非会員) 1977 年 12 月 6 日生まれ。1996 年 4 月電気通信大学機械制御工学科入学。現在に至る。知的制御システムの応用に関する研究に従事。