定在波を用いたケーシングパイプ内砂面位置オンライン計測

正員 岡本 昌幸 (山口大学工学部)

正員 田中正吾 (山口大学工学部)

On-Line Measurement of Sand Level in Casing Pipes Using Stationary Wave

Masayuki Okamoto, Member, Shogo Tanaka, Member (Yamaguchi Univ.)

In civil engineering, in order to improve weak foundations, many sand pillars are frequently struck into underground using a casing pipe. In that case, a smooth construction will be achieved if the sinking velocity of the sand level in the pipe is measured on-line accurately. The measurement of the level is reduced to that of a length of the air pillar in the pipe. The authors thus previously proposed, as the first step, an on-line accurate pipe length measurement system for straight pipes, which applied a bank of Kalman filters and Bayesian theorem to a linear dynamic model of the stationary wave in the pipe.

However, it was found that the pre-proposed system could not be directly applied to the sand level measurement in the casing pipe, because several patterns of stationary waves were simultaneously formed in the pipe due to its complicated inner structure.

This paper thus presents an on-line sand level measurement system which introduces a new dynamic model to take into consideration of the two dominant patterns of the stationary waves in the pipe. The criterion to obtain the optimal modes of the stationary wave is also presented to realize a much higher measurement accuracy.

キーワード：砂面位置計測，ケーシングパイプ，音響センサ，定在波，カルマンフィルタ，最適モード

1. 緒言

港湾などにおける大規模土木建設工事においては，軟弱地盤を改良するため，土中に多くの砂柱を打ち込む作業が行われる．具体的には，直径が約 50cm，長さが 30~80m のケーシングパイプ内に土砂を投入し，エアコンプレッサによりケーシングパイプ内を加圧・減圧しつつ，パイプ上部に取り付けられたバイプロモーターによりパイプを上下方向に振動させながら引き抜くことにより，軟弱地盤層に砂柱を形成するわけである．このような工事においては，工事期間の短縮化あるいは砂柱の品質の向上などの観点から，ケーシングパイプ内砂面位置の沈下速度を高精度にリアルタイムで計測することが重要な課題となっている．

この砂面位置計測を行うための従来法としては，ケーシングパイプ内の上部から，先端に円錐状の錘を取り付けたワイヤを垂らし，このときの巻き下げ長さにより砂面位置を計測する方式が採られている．しかしながら，ケーシングパイプ内は絶えず加減圧・振動，土砂の投入などの過酷な状況に置かれているため，錘が砂中に埋まりしばしばワイヤが切れ，この補修のため工事が中断されることが頻繁にある．そのため砂面位置の非接触計測法が長い間望まれ

てきた．

砂面位置の非接触計測に際しては光波あるいは音波を用いることが考えられるが，ケーシングパイプ内を減圧する際に多量の水蒸気が発生するため，光波を用いる方法は光の散乱のため使用できない．そこで音波を使用することにするが，良く知られているパルスエコー法⁽¹⁾⁽²⁾は，ケーシングパイプの構造上，送波器の取り付けに制約があること，およびバイプロモータによる外乱音に対する SN 比の観点などから望ましくない．

このようなことから，著者らはケーシングパイプ内に生じる定在波を利用することを考えた．つまり，ケーシングパイプ内に音圧変動が生じると，パイプ内の気柱の長さ（ここでは砂面位置に応じた長さ）に応じた定在波がパイプ内に形成されるため，砂面位置計測は結局は気柱の長さ計測に帰着できるからである．

もちろん，気柱の長さと同定在波の周波数との間の 1 対 1 関係を利用し，FFT（高速フーリエ変換）による解析結果を用いた計測もある程度は可能であるが，本来，FFT は周波数特性が未知の信号の周波数解析に利用される汎用周波数分析法であるため，一般に周波数分解能が低い．

そこで著者らは，これまで，上記砂面位置計測への応用

も視野に入れ、最も基本的な形状である直管に対し、定在波を用いた管長の高精度オンライン計測法を開発した。つまり、管内に生じる定在波を線形ダイナミックモデルで表し、これと管内の音響センサとを組み合わせ、これらに管長および観測雑音分散を未知パラメータとし、カルマンフィルタおよびベイズの定理を適用することにより、管長を高精度に計測できる方式を提案した⁽³⁾。さらに、高次モードの定在波ほど管長計測に関する分解能が高いことに着目し、ダイバージェンスの観点から最適モードの選択法を導出し、これに基づき更に高精度な計測が可能となる計測システムを開発した⁽⁴⁾。

ところで、実際のケーシングパイプ内砂面位置計測に、これまでの直管に対する管長計測法を適用したところ、ケーシングパイプ内の複雑な形状のため、管内には主に2つのパターンの定在波が形成され、そのため（定在波パターンがひとつの）以前の手法はそのままの形で適用できないことがわかった。

そこで、本論文では、2つの定在波パターンを考慮した定在波のダイナミックモデルを新たに与える砂面位置オンライン計測システムを提案する。なお、最適モデルの決定に当たっては、必ずしも低次の定在波モードが支配的でないため、まずFFT（高速フーリエ変換）⁽⁵⁾により音圧変動の周波数スペクトルを求め、これにより気柱の概略値を求めると共に、ダイバージェンス規範の下で最適モードを選択する方法を述べる。そして、これらの最適モードを用いたダイナミックモデルにより高精度な砂面位置のオンライン計測が実現できることを示す。これにより、後述の数値例に示すように、FFTを用いた場合よりも2倍程度計測精度が向上し、これにより砂面の沈下速度がより高精度に計測ることになった。

2. ケーシングパイプについて

まず、ケーシングパイプの構造について簡単に述べる。対象とするケーシングパイプは、途中で直径の異なる2つの円筒形パイプをドーナツ状のリング（接合部）を介して接合したものであり、パイプの上端には土砂を投入するためのエアージェットが取り付けられている（詳細は後述の実験図を参照）。

このエアージェットは、ケーシングパイプ内を加圧する際は圧力により自動的に閉じ、減圧時には重力の関係で下に開くようになっている。また、先端に錘を取り付けたワイヤを巻き取るためのリールを格納するシーブボックスが、エアージェットと接合部の間に取り付けられている。

このように、現実のケーシングパイプ内の構造は直管とかなり異なるため、管内に形成される定在波の形態も当然異なる。ただ、ケーシングパイプの半径に比べ軸方向の長さが十分長いことから、パイプ内の音波を平面波と考えることができる。よって、音波は反射係数の大きい箇所での反射を繰り返しながら軸方向に伝播し、その結果としてパイプ内には進行波と後退波が生じる。よって、このとき、両

者の位相が合致する周波数成分の信号が結局は定在波モードとして管内に現れることになる⁽⁶⁾。

いま、ケーシングパイプ内の下部においては、砂面でのみ音波の反射が起こるが、上部においては、エアージェットの表面およびシーブボックス下端の2箇所で大きな反射が生じ得る。したがって、管内に生じる定在波としては、砂面およびエアージェットの表面を両端とする気柱に対応する定在波、シーブボックス下端および砂面を両端とする気柱に対応する定在波の2つのパターンの定在波が支配的となる。したがって、本論文では、これら2つのパターンの定在波を用いて砂面位置計測を行うことを考える。なお、上記2つのパターン以外にも、砂面から接合部までの定在波なども非支配的なものとして考えられるが、ここではオンライン計測を考えているので、いたずらにモデルの次数を高める方式は採らない。

3. 定在波のダイナミックモデルによる砂面位置オンライン計測

〈3・1〉 定在波の線形ダイナミックモデル表現　いま、砂面からエアージェット表面までの気柱の長さを L_A 、砂面からシーブボックス下端までの気柱の長さを L_B で表すことにする。このとき、 L_A および L_B に対し、例えば代表的な定在波モードを2個ずつ選ぶとき、これらの各モードの角周波数は、エアージェットが閉の場合はそれぞれ $\omega_{m_j} = m_j \times 2\pi v / (2L_A)$ および $\omega_{n_j} = n_j \times 2\pi v / (2L_B)$ ($j = 1, 2$)、またエアージェットが開の場合はそれぞれ $\omega_{m_j} = m_j \times 2\pi v / (4L_A)$ および $\omega_{n_j} = n_j \times 2\pi v / (2L_B)$ ($j = 1, 2$) (v : 管内音速) で与えられる。これは、エアージェットを一端とする定在波に関しては、閉の場合は閉端、開の場合は開端となるからである。もちろん、エアージェットの開閉に拘わらず、シーブボックス下端や砂面は閉端と見なせる。

結局、ケーシングパイプ内の音圧変動を次式のように近似できる。

$$\begin{aligned} z(t) &= \sum_{m_j \in \Omega_A} x_{Am_j}(t) + \sum_{n_j \in \Omega_B} x_{Bn_j}(t) \\ &= \sum_{m_j \in \Omega_A} \{a_{m_j} \sin(\omega_{m_j} t) + b_{m_j} \cos(\omega_{m_j} t)\} \\ &\quad + \sum_{n_j \in \Omega_B} \{c_{n_j} \sin(\omega_{n_j} t) + b_{n_j} \cos(\omega_{n_j} t)\} \cdots (1) \end{aligned}$$

ここで、 m_j および n_j はそれぞれ気柱の長さ L_A および L_B に対応する定在波のモード番号であり、 Ω_A および Ω_B はそれぞれのモード番号の集合である。もちろん、エアージェットが閉の場合、 Ω_A および Ω_B の要素はいずれも整数であり、またエアージェットが開の場合、 Ω_A の要素は全て奇数、 Ω_B の要素は整数である。なお、以下の議論はエアージェットが閉、開のいずれの場合も同様であるため、以後エアージェットの閉・開については特に言及しない。

いま、各定在波モードの音圧変動 $x_{Am_j}(t)$ ($m_j \in \Omega_A$) および $x_{Bn_j}(t)$ ($n_j \in \Omega_B$) はそれぞれ角周波数を ω_{Am_j}

および ω_{Bn_j} とした単振動の微分方程式を満たすので、モデル化に使用するモードの数をそれぞれ 2 とすると、 $\mathbf{x} = (x_{Am_1}, \dot{x}_{Am_1}, x_{Am_2}, \dot{x}_{Am_2}, x_{Bn_1}, \dot{x}_{Bn_1}, x_{Bn_2}, \dot{x}_{Bn_2})^T$ ($m_j \in \Omega_A, n_j \in \Omega_B$) なる 8 次元の状態ベクトルを定義すれば、ケーシングパイプ内の音圧変動に関わる状態方程式は次のように表される。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_1 & & O \\ & A_2 & \\ O & & \tilde{A}_1 \\ & & & \tilde{A}_2 \end{bmatrix} \\ A_j &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(\omega_{Am_j})^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (m_j \in \Omega_A) \\ \tilde{A}_j &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(\omega_{Bn_j})^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (n_j \in \Omega_B) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (3)$$

ここに $\mathbf{w}(t) = (0, w_1(t), 0, w_2(t), 0, w_3(t), 0, w_4(t))^T$ であり、 $w_j(t)$ ($1 \leq j \leq 4$) はそれぞれ平均がゼロ、分散がともに σ^2 の互いに独立な白色ガウス雑音を表す。なお、この遷移雑音は、計測に使用するデータウインドウ内の定在波の時間的なわずかな減衰を補償するため導入したものである。

一方、未使用モードの定在波とセンサ自身に生じる雑音をまとめて観測雑音と見なせば、管内に設置した音響センサより得られる観測値は次のように表される。

$$y_k = H\mathbf{x}_k + v_k \quad (k = 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\mathbf{x}_k$ および v_k はそれぞれ k 番目のサンプリング時刻 (サンプリング周期 ΔT) における状態ベクトルおよび観測雑音を表す。また、 $H = [1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0]$ である。

いま、(4) 式の状態方程式に合せて、(2) 式をサンプル値系で表示すれば、

$$\mathbf{x}_{k+1} = F\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 $\mathbf{w}_k$ はサンプリング時刻 k における遷移雑音ベクトルを表す。また、 F は以下で定義される遷移行列を表す。

$$F = \Phi(\Delta T), \quad \Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}(sI_8 - A)^{-1} \quad \dots\dots (6)$$

ここに、 $\mathcal{L}^{-1}$ はラプラス逆変換を、また I_8 は 8×8 次元の単位行列を表す。さらに $\mathbf{w}_k$ は、連続時間における白色ガウス性の仮定より、平均値がゼロ、共分散行列が次式で表される白色ガウス雑音系列となる⁽⁸⁾。

$$\begin{aligned} W &= E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T] \\ &= \int_0^{\Delta T} \Phi(\Delta T - \tau) \Sigma \Phi(\Delta T - \tau)^T d\tau \quad \dots\dots (7) \end{aligned}$$

ただし、 $\Sigma = \text{diag}\{0, \sigma^2, 0, \sigma^2, 0, \sigma^2, 0, \sigma^2\}$ である。

ここでは、計測に使用する定在波モードの個数をそれぞれ 2 としたが、オンライン計測のため計算時間をできるだけ短縮化する必要からである。したがって、計算機の能力に応じて 3 あるいは 4 個にすることも可能である。

〈3・2〉 砂面位置のオンライン計測 文献 (4) で述べたように、多数の定在波を一次結合したものは、自己相関関数および振幅の頻度分布がそれぞれデルタ関数およびガウス分布に極めて近い形状となるので、観測雑音 v_k を白色ガウス雑音と仮定できる。したがって、ケーシングパイプ内の音圧変動に関わる先の状態ベクトルの推定は次のカルマンフィルタによりなされる⁽⁹⁾。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = F\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k} = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + K_k \gamma_k \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\gamma_k = y_k - H\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$P_{k/k-1} = FP_{k-1/k-1}F^T + W \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\begin{aligned} P_{k/k} &= P_{k/k-1} - K_k H P_{k/k-1} \quad \dots\dots\dots (12) \\ &\quad (k = 0, 1, \dots) \end{aligned}$$

ただし、

$$K_k = P_{k/k-1} H^T \Lambda_k^{-1} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\Lambda_k = H P_{k/k-1} H^T + V \quad \dots\dots\dots (14)$$

であり、 V は観測雑音 v_k の分散を表す。

しかしながら、実際問題、角周波数 $\{\omega_{Am_j}\}$ および $\{\omega_{Bn_j}\}$ に関わる気柱の長さ L_A, L_B および観測雑音分散 V は未知であるため、直接カルマンフィルタを適用することはできない。したがって、いま、これら 3 つのパラメータをまとめて $\boldsymbol{\theta} = (L_A, L_B, \ln V)^T$ と表すことにすれば、一旦 $\boldsymbol{\theta}$ に値を与えれば上記のカルマンフィルタが実行できる。なお、遷移雑音共分散 W を特徴づけるパラメータ σ^2 については、管長計測に与える影響が小さいことがわかっていため⁽³⁾、ここでは未知パラメータに加えないことにした。

このとき、実現した観測情報 $Y^K = \{y_1, y_2, \dots, y_K\}$ の下での $\boldsymbol{\theta}$ の確からしさは、次の尤度関数で評価できる⁽¹⁰⁾。

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{k=1}^K p(y_k/\boldsymbol{\theta}, Y^{k-1}) \quad \dots\dots\dots (15)$$

なお、 $p(y_k/\boldsymbol{\theta}, Y^{k-1})$ は、 y_k を変数としたとき、観測情報 Y^{k-1} およびパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の下での y_k の条件付き確率密度関数

$$\begin{aligned} p(y_k/\boldsymbol{\theta}, Y^{k-1}) &= \frac{1}{[2\pi\Lambda_k(\boldsymbol{\theta})]^{1/2}} \\ &\times \exp \left[-\frac{1}{2\Lambda_k(\boldsymbol{\theta})} \{y_k - H\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}(\boldsymbol{\theta})\}^2 \right] \quad \dots\dots (16) \end{aligned}$$

である。ここに、 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}(\boldsymbol{\theta})$ および $\Lambda_k(\boldsymbol{\theta})$ は、それぞれパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ に対しカルマンフィルタを適用したときに得られる状態ベクトルの推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$ および共分散 Λ_k を

表す。

結局、(15) 式の尤度関数を θ に関し最大化することによりエア弁から砂面までの気柱の長さ L_A に対する最尤推定値 $\hat{L}_A$ が得られるので、砂面位置が計測できることになる。なおエア弁のふたは、ケーシングパイプの中心軸に対し垂直となっていないため、定在波の節（エア弁が開の場合は腹）となる位置を予め厳密に決めることはできないので、ここではこれの決定も視野に入れ、節の位置を一応は未知としているが、一旦、上述の探索を行えば、それ以降は既知とできる。つまり、一度実験を行えば $L_A - L_B = L_0$ が明らかとなり、これ以後は $L_B = L_A - L_0$ とでき、未知パラメータを L_A, V だけに再定義できる。したがって、これ以降の砂面位置計測に際しては、 $(L_A, \ell n V)$ 空間内において尤度関数最大化のための 2 次元探索を行えばよいわけである。

4. 最適モードモデルによる高精度砂面位置計測

〈4・1〉最適モードの決定法 いま、気柱の長さ L_A およびこれと長さがわずかに異なる $\tilde{L}_A (=L_A + \Delta L)$ が与えられたとする。このとき、 L_A と $\tilde{L}_A$ の間の識別を容易にするためには、以前の直管のときと同様⁽⁴⁾、これらのパラメータに対する観測値の間のダイバージェンスを最大化するモードを選ぶことが妥当である⁽⁷⁾。もちろん、このとき L_0 は既知（つまり、既に求められている）とする。

いま、 L_A および $\tilde{L}_A$ に対する観測ベクトルをそれぞれ $\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{y}}$ とすれば、これらが従う確率密度関数のダイバージェンスは以下のように近似できる（詳細は付録参照）。つまり、エア弁が閉の場合は

$$D^*(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{y}}) \simeq \frac{\gamma}{V_C} \left\{ \frac{1}{(L_A)^2} \sum_{j \in \Omega_A} (j\alpha_j)^2 + \frac{1}{(L_B)^2} \sum_{j \in \Omega_B} (j\beta_j)^2 \right\} \quad (17)$$

また、エア弁が開の場合は

$$D^*(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{y}}) \simeq \frac{\gamma}{V_C} \left\{ \frac{1}{(L_A)^2} \sum_{j \in \Omega_A} \left(\frac{j\alpha_j}{2} \right)^2 + \frac{1}{(L_B)^2} \sum_{j \in \Omega_B} (j\beta_j)^2 \right\} \quad (18)$$

ただし、 $\gamma = (\pi^2 v^2 T^3 \Delta L^2)/48$ であり、 T はデータウィンドウの幅を表す。また、 Ω_A および Ω_B はそれぞれ L_A および L_B に対応する定在波のモード番号の集合を、 α_j および β_j はそれぞれ L_A に対する第 j モードの定在波成分の振幅 $(a_j^2 + b_j^2)^{1/2}$ および L_B に対する第 j モードの定在波成分の振幅 $(c_j^2 + d_j^2)^{1/2}$ を表す。さらに、 V_C はモデル化に使用しないすべてのモードの定在波成分の実行値の 2 乗和とセンサ自身に生じる雑音の分散 R を加えたもの（つまり観測雑音相当項の分散）を表す。すなわち、

$$V_C = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j \notin \Omega_A} (\alpha_j)^2 + \sum_{j \notin \Omega_B} (\beta_j)^2 \right\} + R \quad (19)$$

以上より、エア弁が閉の場合は (17) 式を、また開の場合は (18) 式を Ω_A および Ω_B に関して最大化することにより最適モードが得られる。

〈4・2〉FFT による砂面位置の概略値計測 最適モードの選択に際し、(17) および (18) 式に現れる $\{\alpha_j\}, \{\beta_j\}$ および L_A は未知であるため、ここではまず FFT（高速フーリエ変換）を用いることにより、ケーシングパイプ内の気柱の長さの概略値を求める方法について述べる。

いま、 L_A を与えれば、 $L_B = L_A - L_0$ として L_B も与えられるため、砂面およびエア弁表面を両端とする定在波、砂面およびシーブボックス下端を両端とする定在波の角周波数 $\{\omega_{Aj}\}$ および $\{\omega_{Bj}\}$ が、エア弁が閉の場合それぞれ $\omega_{Aj} = j \times 2\pi v / (2L_A)$ ($j = 1, 2, 3, \dots$) および $\omega_{Bj} = j \times 2\pi v / (2L_B)$ ($j = 1, 2, 3, \dots$) で与えられる。同様に、エア弁が開の場合は、 $\omega_{Aj} = j \times 2\pi v / (4L_A)$ ($j = 1, 3, 5, \dots$)、 $\omega_{Bj} = j \times 2\pi v / (2L_B)$ ($j = 1, 2, 3, \dots$) で与えられる。ただし、 v は管内の音速を表す。

したがって、ケーシングパイプの内部に取り付けられた音響センサより得られる観測データ $\{y_k; 1 \leq k \leq M\}$ に対し FFT を適用すれば、周波数スペクトル $P(\omega)$ ($1 \leq \omega \leq 2\pi / (2\Delta T)$) が得られるので、 L_A に応じた定在波モードの振幅はそれぞれ $\{P(\omega_{Aj}); j = 1, 2, \dots\}$ （エア弁が開の場合は $j = 1, 3, 5, \dots$ ）および $\{P(\omega_{Bj}); j = 1, 2, \dots\}$ により与えられることになる。よって、 L_A の概略値計測に際しては、これらの周波数スペクトルの和が最大となる気柱の長さを採用することが合理的である。つまり、ここでは評価規範として、エア弁が閉の場合は、

$$\text{Max}_{\{L_A\}} \sum_{j=1}^N \{P(\omega_{Aj}) + P(\omega_{Bj})\} \dots\dots\dots (20)$$

また、エア弁が開の場合は、

$$\text{Max}_{\{L_A\}} \sum_{j=1}^N \{P(\omega_{A(2j-1)}) + P(\omega_{Bj})\} \dots\dots\dots (21)$$

を採用する。

上記の最大化に際しては、二次内挿法を使用することにより、高速に砂面位置の概略値を得ることができる。

〈4・3〉砂面位置の高精度計測 (17) あるいは (18) 式の $L_A, L_B, \alpha_j, \beta_j$ の代わりに、それぞれ前節の方法により求めた気柱の長さ $\hat{L}_A, \hat{L}_B (= \hat{L}_A + L_0)$ および周波数スペクトル $P(\hat{\omega}_{Aj}), P(\hat{\omega}_{Bj})$ を使用し、かつ V_C の代りに

$$\hat{V}_C = \frac{1}{2} \left[\sum_{j \notin \Omega_A} \{P(\hat{\omega}_{Aj})\}^2 + \sum_{j \notin \Omega_B} \{P(\hat{\omega}_{Bj})\}^2 \right] + R \quad (22)$$

を使用すれば、エア弁が閉の場合は (17) を、またエア弁が開の場合は (18) 式を最大化することにより、最適モードが得られる。なお、すべてのモードの組み合わせに対し最大化を考えれば、計算量は膨大となり得策ではない。そこで、これに代わる方法として、ここではモードの次数と振幅の積 ($j P(\hat{\omega}_{Aj})$), ($j P(\hat{\omega}_{Bj})$) がそれぞれ大きな値をとる候補を幾つかずつ選び、その後これらの組み合わせの

中から最終的に (17) 式あるいは (18) 式を最大化するものを最終的に選ぶこととする。

以上のようにして得られた最適モードを使用し、第 3 章の方法を適用すれば、高精度オンライン砂面位置計測が実現できる。なお、観測雑音分散 V については、(22) 式により近似計算できるので、これを用いれば結局砂面位置計測は L_A に関して (15) 式を最大化するだけでよく（つまり、探索すべきパラメータは 1 個となり）、これによりさらに高速な計測が可能である。

5. 実験および検討

〈5・1〉 ケーシングパイプの概要および諸条件 図 1 に今回用いたケーシングパイプの概略図を示す。図中最上部にあるパイプロモータは、土中に打ち込まれたケーシングパイプを引き抜きやすくするため取り付けられたものであり、ほぼ 10Hz の振動でケーシングパイプを上下に振動させる。また、エアー弁およびシーブボックスについては 2 章で述べた通りである。

本実験においては、パイプ内が最大 6 気圧まで加圧されることを考慮し、探深用の耐圧音響センサを用いた。なお、パイプロモータによりケーシングパイプを加振する際、音響センサも振動するため、センサ出力には音圧変動以外にその振動に起因する 10Hz 前後の低周波成分が加わる。そのため、カットオフ周波数を 50Hz としたハイパスフィルタを適用した。なお、50Hz に選んだ理由は、高調波成分の除去も考えたからである。また、温度測定のために応答の速い熱電対温度センサを内部に設置した。さらに計測に際しては、データウィンドウの長さを 0.2s に、またカルマンフィルタの初期値は $\hat{x}_{0/-1} = 0$ および $P_{0/-1} = \text{diag}\{1, \omega_{Am1}^2, 1, \omega_{Am2}^2, 1, \omega_{Bn1}^2, 1, \omega_{Bn2}^2\}$ に選んだ。なお、このような行列 $P_{0/-1}$ を用いた理由は、状態変数として音圧変動およびその時間微分を用いたため、偶数番目の要素は奇数番目の角周波数倍で現れるからである⁽⁴⁾。

〈5・2〉 実験（砂面位置を一定にした場合） まず始めに、図 1 のケーシングパイプに土砂を投入しコンプレッサにより 3 気圧まで加圧した後、加圧を止め、砂面が一定レベルの場合を実現した。このときの管内温度は 29°C であった。もちろん、このときエアー弁は閉じている。

砂面位置がケーシングパイプ下端から 6.95m（但し、錘方式による）のときの音響センサ出力波形を図 2 に示す。図より、コンプレッサは止めているものの、パイプロモータによる励振がトリガ（引き金）となってパイプ内に音圧変動が発生していることがわかる。これに FFT を適用したときの周波数スペクトルを図 3 に示す。

図中の実線及び破線はそれぞれ砂面およびエアー弁表面を両端とする定在波、砂面およびシーブケース下端を両端とする定在波に対応する周波数を示しているが、図より（モード毎に振幅の大きさがかなり異なっているものの）上記 2 つのパターンの定在波が支配的であることがわかる。

エアー弁が複雑な形状をしているため、定在波の節が厳

図 1 ケーシングパイプ
Fig. 1. Casing pipe.

図 2 砂面位置が下端より 6.95m のときのセンサ出力（砂面位置が一定の場合）
Fig. 2. Sensor output for the case of sand level of 6.95m up (the case of constant sand level).

密に予めわからない。そこで、砂面位置計測を始める前に、まず L_0 を求めることにする。ここでは、砂面位置が（パイプ下端から）6.95m であることから、 L_A , L_B の初期値

図3 砂面位置が下端から6.95mのときの周波数スペクトル（砂面位置が一定の場合）
Fig. 3. Frequency spectrum for the case of sand level of 6.95m up(the case of constant sand level).

としてそれぞれ7.45m（砂面からエア弁の先端までの気柱長）および6.95m（砂面からシープ下端までの気柱長）を考え、 $\theta = (L_A, L_B, \ln V)^T$ について尤度関数の最大化を行うと、 $\hat{L}_A = 7.58\text{m}$ 、 $\hat{L}_B = 6.98\text{m}$ が得られる。ただし、このとき使用したモードは、周波数スペクトルを用いて(17)式に基づき求めた最適モード（ $\Omega_A = \{6, 8\}$ 、 $\Omega_B = \{5, 11\}$ ）である。

このときの値から、 $\hat{L}_0$ が $\hat{L}_0 (= \hat{L}_A - \hat{L}_B) = 0.60\text{m}$ として求められ、 L_A に対する定在波の節はエア弁の先端（パイプの上端から0.70mの位置）から0.10m上方に位置することがわかった。よって、以下では、 $L_0 = 0.60\text{m}$ として砂面位置の計測を行うこととする。

つまり、 $L_0 (= 0.60\text{m})$ の値がわかったので、次に $L_B = L_A - L_0$ として、上述の場合に対し、 L_A の計測を行ってみる。まず、4.2節の方法に従い、FFTによる周波数スペクトルに基づき(20)式により気柱の長さを求めると、 $\hat{L}_A = 7.49\text{m}$ が得られる。なお、このときの N の値としては20を採用した。次に、この概略値 $\hat{L}_A$ および周波数スペクトル $P(\hat{\omega}_{Aj})$ 、 $P(\hat{\omega}_{Bj})$ を用い(17)式より最適モードを求めると、 L_A に対しては $\Omega_A = \{6, 8\}$ 、また L_B に対しては $\Omega_B = \{5, 11\}$ が得られた。そして、これら最適モードを用い、 $\theta = (L_A, \ln V)^T$ について尤度関数の最大化を行うと、 $\hat{L}_A = 7.53\text{m}$ が得られた。

同様な実験を15回行い、このときの計測値の平均値および平均値周りの標準偏差を求めると、FFTを用いた概略値計測においては平均値は7.51m（誤差率0.53%）、標準偏差は19.4cmとなったが、最適モードモデルを用いた提案方式では平均値は7.59m（誤差率0.53%）、標準偏差は9.8cmとなり、かなり高精度な計測ができることがわかった。

同様な実験を砂面位置を変え行なったときの計測結果を表1に示す。なお、表中の平均値はケーシングパイプ下端からの砂面位置に換算して示している。つまり、 $(14.5 - \hat{L}_A)\text{m}$ を示している。表より、どの砂面位置に対しても高精度な計測が行われていることがわかる。ところで、提案手法のオンライン性を見るため計算時間を測定したが、使用したノート型バ

表1 砂面位置が一定の場合の計測結果

Table 1. Measurement results for the case of constant sand level.

	mean(m)	SD(cm)	mean(m)	SD(cm)	mean(m)	SD(cm)
true	9.50		6.95		3.80	
FFT	9.43	27.0	6.99	19.4	3.71	23.1
proposed	9.53	15.0	6.91	9.8	3.84	14.2

SD : standard deviation

ソコン（Dell社製 Inspiron7500, CPU : Celeron466MHz）ではわずか1.1sであり、極めて高速に計測が行えることがわかる。

〈5・3〉 実験（砂面位置を連続的に変えた場合） 次に、ケーシングパイプ下端からの砂面位置が10.0mとなるまでケーシングパイプに土砂を投入した後、クレーンによりケーシングパイプを地上に吊り上げ、ケーシングパイプ下端から土砂を徐々に掃き出し、砂面位置を連続的に低下させた。つまり、気柱の長さを徐々に長くした。このときエア弁は開であり、管内の気圧は大気圧となる（このときの管内温度は21℃）。これは、5.2節の実験と異なり、連続的に変化する砂面位置を正確に追跡、計測できるか否かを確認するためである。

このとき、管内に生じる定在波は、 L_A に対しては上側が腹、下側が節に対応したものが発生する。また L_B に対しては、両端が節の定在波が発生する。参考のため、砂面位置がケーシングパイプ下端から8.68mのときのセンサ出力および周波数スペクトルをそれぞれ図4,5に示す。

図5より、エア弁が開の場合、パイプロモータ音などの外部騒音がケーシングパイプ内に直接入るため、高周波成分がエア弁が閉の場合に比べ大きいことがわかる。

このとき、まず前節と同様にして L_A 、 L_B を求めると、 $\hat{L}_A = 5.98$ 、 $\hat{L}_B = 5.24$ となり、 L_0 が $L_0 = 0.74\text{m}$ として得られた。このようにエア弁が開の場合、弁が閉のときより0.14m長めの値となったが、この長さは開口端補正の値⁽¹¹⁾、つまり（エア弁の半径0.20m） $\times 0.6 = 0.12\text{m}$ にほとんど一致していることがわかる。このことから、エ

図4 砂面位置が下端から 8.68m のときのセンサ出力 (砂面位置を変化させた場合)
Fig. 4. Sensor output for the case of sand level of 8.68m up(the case of sand level being varied).

図5 砂面位置が下端から 8.68m のときの周波数スペクトル (砂面位置を変化させた場合)
Fig. 5. Frequency spectrum for the case of sand level of 8.68m up(the case of sand level being varied).

図6 ケーシングパイプ下端からの砂面位置を 10m から 2m まで連続的に変えた場合の計測結果
Fig. 6. Measurement results for the case where sand level from the bottom of the pipe was continuously varied from 10m to 2m

アー弁が開の場合、開端に相当する箇所はアー弁が閉のときとほぼ同一の位置で、かつ定在波の腹となる箇所はそれよりさらに 0.14m (開口端補正值に相当) だけ上方の位置となることがわかった。

したがって、ここでは砂面から定在波の腹の箇所までを L_A としているので、以下では、(アー弁が閉のときとは

異なり) $L_B = L_A - 0.74$ として L_A の計測を行うこととする。このようにして、アー弁が開のときの定在波の腹の位置が明確になったので、次にケーシングパイプ下端からの砂面位置を 10.0m から 2.0m まで、沈下速度を平均 4cm/s として連続的に変え、8s おきに砂面位置計測を行ってみた。このときの計測結果を図 6 に示す。なお図中の横軸は実時間を、また縦軸は (ケーシングパイプ下端からの) 砂面位置を示す。さらに、図中の白丸は提案方式による計測値を、また黒の四角は従来方式の錘方式による計測値を示す。

図より、提案方式による計測値は錘方式によるものとほぼ一致していることがわかるが、参考のため、錘方式による計測値を真値と見なして、提案手法による計測値のばらつきを求めると、標準偏差にして 11.7cm となった。このように、砂面位置が 4cm/s 程度で連続的に変化する場合でも、砂面位置が一定の場合 (標準偏差 9.8cm) に比べ若干精度が劣化するだけで、比較的高精度に計測できることがわかる。なお、このときの 1 回の計測に要する計算時間はアー弁が閉のときと同様 1.1s であり、リアルタイムで砂面位置の計測が実現できることもわかる。

6. 結 言

音響センサを用いたケーシングパイプ内砂面位置オンライン計測法を提案した。具体的には、ケーシングパイプ内の気柱の長さと管内に生じる定在波の対応関係を考え、定在波の線形ダイナミックモデルを作成し、これにカルマンフィルタおよび最尤法を適用することにより高精度に砂面位置をオンラインで計測できる、非接触な計測方式を提案した。なお、その際使用する定在波モードとしては、FFT により求めた周波数スペクトルに基づく概略値を利用してダイバージェンス規範から求めた最適モードを用いることを提案した。

これにより、砂面位置を通常の沈下速度 4cm/s 程度で連続的に変えた場合にも、高精度に砂面位置がオンライン計測できることを示した。

なお、実際の工事においては、希に、通常の沈下速度 4cm/s よりも若干速く砂面が沈下する場合がある。したがって、今後は実験の機会を掴み、沈下速度が大きい場合の管内定在波の解析を含め、提案システムがどの程度の沈下速度まで有効であるかを検討したい。

最後に、本論文の構成に対し、有意義な御示唆を戴いた査読者の方々に御礼を申し上げたい。

(平成 12 年 5 月 2 日受付, 同 12 年 11 月 13 日再受付)

文 献

- (1) T.Manabe,S.Tomita and T.Yabuta : Acoustic Inspection System for Underground Telecommunication Conduit, Proc. of IMTC'94. 761/764 (1994)
- (2) 田中・本村・山下 : 音響センサを用いた配管の形状および長さ計測,

- 電気学会論文誌, Vol.116-C, No.10, Oct.1175/1182 (1996)
- (3) 田中・岡本: 管内音圧変動を利用した管長オンライン計測, 計測自動制御学会論文誌, Vol.34, No.2, 78/86 (1998)
- (4) 岡本・田中: 定在波を用いた管長の高精度計測における最適モード選択, 計測自動制御学会論文誌, Vol.35, No.1, 1/9 (1999)
- (5) 南茂夫: 科学計測のための波形データ処理, CQ 出版社 (1986)
- (6) 鹿兒島誠一: 振動・波動入門, サイエンス社 (1992)
- (7) S.Kullback: Information Theory and Statistics, John Wiley and Sons, (1959)
- (8) 田中正吾: 計測システム工学, 朝倉書店 (1994)
- (9) 有本卓: カルマン・フィルター, 産業図書 (1977)
- (10) 添田ほか: 数理計画の基礎と応用, 日新出版社 (1975)
- (11) 小橋豊: 音と音波, 裳華房 (1969)
- (12) D.G.Luenberger: Optimization by Vector Space Methods, John Wiley and Sons, Inc. (1968)

付 録

1. 最適モード選択のためのダイバージェンスの計算

まず, エアー弁が閉の場合を考える. いま, L_A, L_B ($= L_A - L_0$) に対しそれぞれ N 個のモードを用いて音圧変動のモデル化を行うものとし, L_A に対するモード番号の集合を Ω_A , L_B に対するそれを Ω_B と表す. このとき, L_A および L_B に対する定在波の角周波数はそれぞれ $\omega_{Aj} = j \times 2\pi v / (2L_A)$ ($j \in \Omega_A$) および $\omega_{Bj} = j \times 2\pi v / (2L_B)$ ($j \in \Omega_B$) で与えられるので, 観測値は

$$\begin{aligned} y_k &= \sum_{j \in \Omega_A} \{a_j \sin(\omega_{Aj} k \Delta T) + b_j \cos(\omega_{Aj} k \Delta T)\} \\ &+ \sum_{j \in \Omega_B} \{c_j \sin(\omega_{Bj} k \Delta T) + d_j \cos(\omega_{Bj} k \Delta T)\} + v_k \\ &= s_{Ak} + s_{Bk} + v_k \\ &= s_k + v_k \quad (1 \leq k \leq K) \quad \text{付 1)} \end{aligned}$$

となる. ただし, K は計測に使用するデータウィンドウ内のデータ数を表す. また, 観測雑音 v_k はセンサ本来の雑音と未使用の定在波モードの音圧変動をまとめたものであり, ここでは第3章と同様, 平均値ゼロ, 分散 V の白色ガウス雑音と仮定する.

一方, $\tilde{L}_A (= L_A + \Delta L)$, $\tilde{L}_B (= \tilde{L}_A + L_0)$ に対する定在波の角周波数 $\{\tilde{\omega}_{Aj}\}$, $\{\tilde{\omega}_{Bj}\}$ はそれぞれ $\tilde{\omega}_{Aj} = j \times 2\pi v / (2\tilde{L}_A)$ ($j \in \Omega_A$), $\tilde{\omega}_{Bj} = j \times 2\pi v / (2\tilde{L}_B)$ ($j \in \Omega_B$) で与えられるので, 観測値は

$$\begin{aligned} \tilde{y}_k &= \sum_{j \in \Omega_A} \{\tilde{a}_j \sin(\tilde{\omega}_{Aj} k \Delta T) + \tilde{b}_j \cos(\tilde{\omega}_{Aj} k \Delta T)\} \\ &+ \sum_{j \in \Omega_B} \{\tilde{c}_j \sin(\tilde{\omega}_{Bj} k \Delta T) + \tilde{d}_j \cos(\tilde{\omega}_{Bj} k \Delta T)\} + \tilde{v}_k \\ &= \tilde{s}_{Ak} + \tilde{s}_{Bk} + \tilde{v}_k \\ &= \tilde{s}_k + \tilde{v}_k \quad (1 \leq k \leq K) \quad \text{付 2)} \end{aligned}$$

なる形で表わされる. ここに, $\tilde{v}_k$ は平均値ゼロ, 分散 $\tilde{V}$ の白色ガウス雑音とする.

これら観測値の時系列データをまとめて $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_K)^T$, $\tilde{\mathbf{y}} = (\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_K)^T$ のようにベクトル表示すれば, (付 1), (付 2) 式はそれぞれ

$$\mathbf{y} = \mathbf{s} + \mathbf{v} = (s_{A1}, s_{A2}, \dots, s_{AK})^T + (s_{B1}, s_{B2}, \dots, s_{BK})^T + (v_1, v_2, \dots, v_K)^T \quad \text{付 3)}$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{v}} = (\tilde{s}_{A1}, \tilde{s}_{A2}, \dots, \tilde{s}_{AK})^T + (\tilde{s}_{B1}, \tilde{s}_{B2}, \dots, \tilde{s}_{BK})^T + (\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \dots, \tilde{v}_K)^T \quad \text{付 4)}$$

となる. ここで, $\mathbf{y}$, $\tilde{\mathbf{y}}$ はそれぞれ以下のガウス形確率密度関数 $p_1(\mathbf{y})$, $p_2(\tilde{\mathbf{y}})$ に従う.

$$p_1(\mathbf{y}) = \frac{1}{(2\pi)^{K/2} V^{K/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{s}\|^2 / V\right] \quad \text{付 5)}$$

$$p_2(\tilde{\mathbf{y}}) = \frac{1}{(2\pi)^{K/2} \tilde{V}^{K/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{s}}\|^2 / \tilde{V}\right] \quad \text{付 6)}$$

いま, これらの確率密度関数 $p_1(\mathbf{y})$, $p_2(\tilde{\mathbf{y}})$ の間のダイバージェンスを求めると⁽⁷⁾

$$\begin{aligned} D(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{y}}) &= \int \ell n \frac{p_1(\mathbf{y})}{p_2(\tilde{\mathbf{y}})} p_1(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \\ &= (K/2) \{ (V/\tilde{V}) - 1 - \ell n(V/\tilde{V}) \\ &\quad + \|\mathbf{s} - \tilde{\mathbf{s}}\|^2 / (2\tilde{V}) \} \quad \text{付 7)} \end{aligned}$$

ただし, $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムを表わす.

ここで, ΔL が微小であることから $V = \tilde{V}$ とすれば, 上式第1項はゼロとなり, ダイバージェンス $D(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{y}})$ は $\|\mathbf{s} - \tilde{\mathbf{s}}\|^2$ に比例する. さらに, この値は (付 2) 式の展開係数 $\{\tilde{a}_j, \tilde{b}_j; j \in \Omega_A\}$ および $\{\tilde{c}_j, \tilde{d}_j; j \in \Omega_B\}$ によって値が異なるため, ここでは分解能の観点から最悪の場合を考慮し, $\{\tilde{a}_j, \tilde{b}_j\}$ および $\{\tilde{c}_j, \tilde{d}_j\}$ に関する $\|\mathbf{s} - \tilde{\mathbf{s}}\|^2$ の最小値を評価用のダイバージェンスとする.

いま, サンプリング周期 ΔT が十分小さいという仮定の下で, ユークリッド空間の内積をヒルベルト空間の内積に置き換えれば, 直交射影の原理より (付 7) 式に代えて次式が得られる⁽¹²⁾.

$$\begin{aligned} D^*(\mathbf{y}, \tilde{\mathbf{y}}) &= \min_{\{\tilde{a}_j, \tilde{b}_j, \tilde{c}_j, \tilde{d}_j\}} (1/2V) \|\mathbf{s} - \tilde{\mathbf{s}}\|^2 \\ &= \frac{1}{2\tilde{V}} \frac{G(g_1, g_2, \dots, g_{2N}, g_{2N+1}, \dots, g_{4N}, s)}{G(g_1, g_2, \dots, g_{2N}, g_{2N+1}, \dots, g_{4N})} \quad \text{付 8)} \end{aligned}$$

ここで, $\{g_{2i-1}, g_{2i}; 1 \leq i \leq N\} = \{\sin(\tilde{\omega}_{Aj} t), \cos(\tilde{\omega}_{Aj} t); j \in \Omega_A\}$ および $\{g_{2i-1}, g_{2i}; (N+1) \leq i \leq 2N\} = \{\sin(\tilde{\omega}_{Bj} t), \cos(\tilde{\omega}_{Bj} t); j \in \Omega_B\}$ であり, また $s(t)$ は

$$\begin{aligned} s(t) &= s_A(t) + s_B(t) \\ &= \sum_{j \in \Omega_A} \{a_j \sin(\omega_{Aj} t) + b_j \cos(\omega_{Aj} t)\} \\ &+ \sum_{j \in \Omega_B} \{c_j \sin(\omega_{Bj} t) + d_j \cos(\omega_{Bj} t)\} \quad \text{付 9)} \end{aligned}$$

である. なお, $G(\cdot)$ はグラム行列式を表わし, 例えば

$$\begin{aligned} &G(g_1, g_2, \dots, g_{4N}) \\ &\triangleq \begin{vmatrix} (g_1, g_1)_D & (g_1, g_2)_D & \dots & (g_1, g_{4N})_D \\ (g_2, g_1)_D & (g_2, g_2)_D & \dots & (g_2, g_{4N})_D \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (g_{4N}, g_1)_D & (g_{4N}, g_2)_D & \dots & (g_{4N}, g_{4N})_D \end{vmatrix} \quad \text{付 10)} \end{aligned}$$

なお, $(\cdot, \cdot)_D$ はヒルベルト空間内での内積記号

$$(f, g)_D = \int_D f(t)g(t)dt \quad \text{付 11)}$$

を, また D は採用するデータウィンドウを表す.

いま, D の幅を L_A および L_B に対する定在波基本モードの周期長 $v/(2L_A)$ および $v/(2L_B)$ (v : 管内の音速) の最小公倍数とすれば,

$$(g_i, g_j) = \begin{cases} \|g_i\|_D^2 & ; i = j \\ 0 & ; i \neq j \end{cases} \quad (\text{付 } 12)$$

となるので、(付 8) 式は

$$D^*(y, \tilde{y}) = \frac{1}{2V} \left[\left\{ \|s_A\|_D^2 - \sum_{i=1}^{2N} (s_A, g_i)_D^2 / \|g_i\|_D^2 \right\} \right. \\ \left. + \left\{ \|s_B\|_D^2 - \sum_{i=2N+1}^{4N} (s_B, g_i)_D^2 / \|g_i\|_D^2 \right\} \right] \quad (\text{付 } 13)$$

で与えられる。ただし、 $\|\cdot\|_D$ はヒルベルト空間内のノルムを表す。まず、上式右辺に現れる V であるが、未使用モードの定在波については空間平均を時間平均で置き換えることにより、近似的に次式で与えられる。

$$V_C = (1/K) \sum_{k=1}^K \left[\sum_{j \notin \Omega_A} \{a_j \sin(\omega_{A_j} k \Delta T) + b_j \cos(\omega_{A_j} k \Delta T)\} \right. \\ \left. + \sum_{j \notin \Omega_B} \{c_j \sin(\omega_{B_j} k \Delta T) + d_j \cos(\omega_{B_j} k \Delta T)\} \right]^2 + R \\ = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\sum_{j \notin \Omega_A} \{a_j \sin(\omega_{A_j} t) + b_j \cos(\omega_{A_j} t)\} \right. \\ \left. + \sum_{j \notin \Omega_B} \{c_j \sin(\omega_{B_j} t) + d_j \cos(\omega_{B_j} t)\} \right]^2 dt + R \\ = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j \notin \Omega_A} \alpha_j^2 + \sum_{j \notin \Omega_B} \beta_j^2 \right\} + R \quad \dots\dots (\text{付 } 14)$$

ただし、 T は D の幅を、 R はセンサ本来の雑音の分散を、 α_j は L_A に対する第 j モードの定在波成分の振幅 ($a_j^2 + b_j^2$)^{1/2} を、 β_j は L_B に対する第 j モードの定在波成分の振幅 ($c_j^2 + d_j^2$)^{1/2} を表す。

つぎに、(付 13) 式右辺の $\|s_A\|_D^2$ および $\|s_B\|_D^2$ の計算に当っては、いま D の幅を L_A および L_B に対する定在波の基本周期長の整数倍としているので、すべてのモードの定在波が直交し

$$\|s_A\|_D^2 = \int_D \left\{ \sum_{j \in \Omega_A} a_j \sin(\omega_{A_j} t) + b_j \cos(\omega_{A_j} t) \right\}^2 dt \\ = (T/2) \sum_{j \in \Omega_A} (a_j^2 + b_j^2) \quad \dots\dots\dots (\text{付 } 15)$$

$$\|s_B\|_D^2 = \int_D \left\{ \sum_{j \in \Omega_B} c_j \sin(\omega_{B_j} t) + d_j \cos(\omega_{B_j} t) \right\}^2 dt \\ = (T/2) \sum_{j \in \Omega_B} (c_j^2 + d_j^2) \quad \dots\dots\dots (\text{付 } 16)$$

となる。さらに、(付 13) 式右辺の Σ (総和) の部分は ΔL が小さいことを考慮し、適切な近似を行えば

$$\sum_{i=1}^{2N} (s_A, g_i)_D^2 / \|g_i\|_D^2 \simeq (T/2) \sum_{j \in \Omega_A} (a_j^2 + b_j^2) \\ - (\Delta \omega_A^2 T^3 / 48) \sum_{j \in \Omega_A} (j)^2 (a_j^2 + b_j^2) \quad \dots\dots\dots (\text{付 } 17)$$

$$\sum_{i=2N+1}^{4N} (s_B, g_i)_D^2 / \|g_i\|_D^2 \simeq (T/2) \sum_{j \in \Omega_B} (c_j^2 + d_j^2) \\ - (\Delta \omega_B^2 T^3 / 48) \sum_{j \in \Omega_B} (j)^2 (c_j^2 + d_j^2) \quad \dots\dots\dots (\text{付 } 18)$$

が得られる。ただし、 $\Delta \omega_A = \tilde{\omega}_{A1} - \omega_{A1} (\simeq -2\pi v \Delta L / (2L_A))$ 、 $\Delta \omega_B = \tilde{\omega}_{B1} - \omega_{B1} (\simeq -2\pi v \Delta L / (2L_B))$ であり、 ω_{A1} 、 $\tilde{\omega}_{A1}$ および ω_{B1} 、 $\tilde{\omega}_{B1}$ はそれぞれ L_A 、 $\tilde{L}_A$ および L_B 、 $\tilde{L}_B$ に対する定在波基本モードの周波数 $\omega_{A1} = 2\pi v / (2L_A)$ 、 $\tilde{\omega}_{A1} = 2\pi v / (2\tilde{L}_A)$ 、 $\omega_{B1} = 2\pi v / (2L_B)$ 、 $\tilde{\omega}_{B1} = 2\pi v / (2\tilde{L}_B)$ を表す。

結局、(付 14)~(付 18) 式を (付 13) 式に代入すれば

$$D^*(y, \tilde{y}) \simeq \frac{T^3}{48V_C} \left\{ \Delta \omega_A^2 \sum_{j \in \Omega_A} (j \alpha_j)^2 + \Delta \omega_B^2 \sum_{j \in \Omega_B} (j \beta_j)^2 \right\} \quad (\text{付 } 19)$$

$$= \frac{\gamma}{V_C} \left\{ \frac{1}{L_A^2} \sum_{j \in \Omega_A} (j \alpha_j)^2 + \frac{1}{L_B^2} \sum_{j \in \Omega_B} (j \beta_j)^2 \right\} \quad \dots\dots (\text{付 } 20)$$

が得られる。

一方、エア一弁が開の場合は、 L_A に対する定在波の角周波数が $\omega_{A_j} = 2\pi v / (4L_A)$ ($j \in \Omega_A$) となることを考慮し、 $\Delta \omega_A \simeq -2\pi v \Delta L / (4L_A)$ を (付 19) 式に代入すれば (18) 式が得られる。

岡 本 昌 幸 (正員) 1971 年 8 月 27 日生。1994 年 3 月山口大

学工学部電子工学科卒業。1999 年 3 月同大学大学院理工学部工学研究科システム工学専攻博士後期課程修了。現在、同大学助手。音響センサを用いた鋼管長オンライン計測に関する研究に従事。博士(工学)。計測自動制御学会会員

田 中 正 吾 (正員) 1949 年 1 月 1 日生。1971 年 3 月九州大

学工学部電子工学科卒業。1976 年 3 月同大学大学院電気工学専攻博士課程修了。同年 4 月同大学助手。1980 年 6 月山口大学工学部電子工学科助教授を経て、1991 年 1 月同電気電子工学科教授。現在に至る。インテリジェント計測、異常診断などの理論および応用研究に従事。工学博士。計測自動制御学会、システム制御情報学会、日本非破壊検査協会などの会員。