キーワード

メタヒューリスティクス, 局所探索法, 組合せ最適化

柳 浦 睦 憲

茨 木 俊 秀

京都大学大学院情報学研究科

1. ま え が き

コンピュータの急速な進歩に伴い、人々が「十分速い」とか「許容範囲」と思える時間内に計算できる量が飛躍的に大きくなった。メタヒューリスティクスは、このような技術革新によって実現可能となった組合せ最適化問題に対する近似解法の新しいパラダイムであって、局所探索を基本的な道具として用いている。メタヒューリスティクスは、簡潔さ アルゴリズムが簡単に理解しやすい、手軽さ 多くの最適化問題に比較的容易に適用できる、効果の高さ 高い性能が期待できるなどの理由から、大規模な組合せ最適化問題の解決手段として必要不可欠なものとして広く認識されるようになってきている。

組合せ最適化問題に対する効率的な近似解法の一般的枠組として、近年、遺伝アルゴリズム、アニーリング法、タブー探索法やそれらの変形版など、様々なアルゴリズムが提案されてきた。これらを総称してメタヒューリスティクス (metaheuristics) と呼んでいる (メタ戦略, メタ解法, モダンヒューリスティクスなどともいう)。本稿では、これらメタヒューリスティクスに現れる様々なアイデアを、近似解法の基本戦略である局所探索法 (local search) の一般化ととらえることで体系的にまとめ、さらに代表的なメタヒューリスティクスの概略を紹介する。とくに、巡回セールスマン問題 (traveling salesman problem, TSP) に対する具体例を交えながら、分かりやすく解説するつもりである。

2. 組合せ最適化問題とメタヒューリスティクス

最適化問題は一般的に以下のように表される:

$$\begin{array}{ll} \text{最小化} & f(x) \\ \text{制約条件} & x \in F. \end{array} \quad (1)$$

f を目的関数, F を実行可能領域, 制約条件を満たす解 $x \in F$ を実行可能解と呼ぶ。 $f(x)$ を最小にする実行可能解を最適解 (optimal solution) と呼び、そのような解を見つけることが最適化問題の目標である。 F が組合せ的な

構造を持つ場合, (1) は組合せ最適化問題 (combinatorial optimization problem) と呼ばれる。例えば、巡回セールスマン問題は、代表的な組合せ最適化問題の一つで、以下のように記述できる。

巡回セールスマン問題 (TSP)

問題の入力: n 個の街とそれらの間の距離。

出力する答え: 各街を丁度一度ずつ訪れたのち最初の街に戻ってくる巡回路の中で、総距離が最小のもの。

多くの組合せ最適化問題について、厳密な最適解を求めることが極めて困難であることが、計算の複雑さの理論により明らかにされてきた。NP 困難 (NP-hard) 性はその代表例であり、巡回セールスマン問題をはじめとする多くの組合せ最適化問題が NP 困難であることが知られている⁽²⁾。説明は省略するが、NP 困難問題の最適解を求めようとすると、実行可能領域のかかなりの部分を列挙する必要があると考えられている。例えば巡回セールスマン問題の解を全列挙しようとする、 $(n-1)!$ 通りあるが (最初に訪れる街を固定しても一般性を失わないから)、これが現実的な方法でないことは、少し大きめの n ($n=10$ から 20 程度) に対して実際に列挙法のプログラムを走らせてみればすぐに分かる。しかし、現実には、最適性の保証はなくとも、十分精度の高い解が求まれば満足はいく場合が多い。近似解法 (approximate algorithms) や発見的手法 (heuristics) はこのような目的に用いられる。

近似解法の基本戦略として、欲張り法 (greedy method) や局所探索法 (local search, 以下 LS 法と記す) などがある (LS 法は、山登り法 (hill climbing method)、近傍探索法 (neighborhood search) などとも呼ばれる)。最近では、計算機の進歩に伴い、これら基本戦略は通常非常に高速に実行できるようになった。そのため、多少時間はかかっても、より精度の高い解を求める解法に対する要求が高まってきた。この目的を実現するための一般的枠組を提供しようとするのがメタヒューリスティクスである。代表的なものとして、多スタート局所探索法 (multi-start local search)、遺伝アルゴリズム (genetic algorithm; 進化型計算 (evolutionary computation) とも呼ぶ[†])、アニーリング法 (simulated annealing)、タブー探索法 (tabu search) などが挙げられる。また、これらの他にも、GRASP 法 (greedy ran-

The Framework of Metaheuristics.

By Mutsunori Yagiura and Toshitake Ibaraki, Non-members (Graduate School of Informatics, Kyoto University).

[†] 正確には進化型計算の方がやや広い意味である。

domized adaptive search procedure), 反復局所探索法 (iterated local search), 可変近傍探索法 (variable neighborhood search), アント法 (ant system), 誘導局所探索法 (guided local search), 閾値受理法 (threshold accepting), 大洪水法 (great deluge algorithm) など, 様々な戦略が提案されている。

以下では, まず, 近似解法の基本戦略を説明し, その後メタ戦略の基本的な考え方を述べる。

3. 近似解法の基本戦略

組合せ最適化問題に対する近似解法の基本戦略には,

- 欲張り法,
- 局所探索法 (LS 法),

などがある。欲張り法は, 目的関数への貢献度を示す簡単な評価値に基づいて, 実行可能解を直接構成する方法である。LS 法は, 適当な探索解 $x \in F$ に対し, x に少しの変形を加えることによって得られる解の集合 $N(x) \subset F$ (近傍と呼ばれる) 内に, x よりもよい解 x' (すなわち $f(x') < f(x)$) があれば, $x := x'$ と移動する操作を, 近傍内に改善解が存在しなくなるまで反復する方法である。 $N(x)$ 内に改善解が存在しない x を局所最適解 (locally optimal solution) と呼ぶ。なお, 問題 (1) の厳密な最適解を局所最適解と特に区別する場合には, 大域最適解 (globally optimal solution) と呼ぶ。図 1 に, 局所探索法の進行の様子を示す。図中, $x^{(k)}$ は k 番目の解である。

図 1 局所探索法の進行
Fig. 1. The execution of local search

これら基本戦略の巡回セールスマン問題への適用例を見てみよう。簡単のため, n 個の街の平面上の座標が入力として与えられ, 街間の距離はユークリッド距離とする。また, 巡回路を, 点どうしを結ぶ矢印あるいは実線で表す。これらの矢印や実線を巡回路の枝と呼ぶ。

巡回セールスマン問題に対する欲張り法の 1 つとして, 最近近傍法 (nearest neighbor method) がある。これは, 適当な街から出発し, まだ訪れていない街の中で現在の街にもっとも近いものを次に訪れる街とする操作を, すべての街を訪れるまで反復する方法である。図 2 に最近近傍法による解の構築の様子を示す。この解法では, 最後に距離の大きい枝が残ってしまう傾向があり, それが弱点とされ

図 2 TSP における最近近傍法の実行例
Fig. 2. Execution of the nearest neighbor method for TSP

ている。

巡回セールスマン問題に対する LS 法においては, 例えば巡回路の枝を高々 λ 本 (λ はパラメータ) 入れ替えることによって得られる解集合を近傍 $N(x)$ とすることができ。これを λ -opt 近傍と呼ぶ。 $\lambda = 2$ の場合の例を図 3 に示す。図中, 破線は取り除かれた枝を表す。 $\lambda = 2$ のこのような操作は, 巡回路の交差を除去する効果があることが理解できよう。

図 3 TSP における 2-opt 近傍内の解への移動の例
Fig. 3. A move in the 2-opt neighborhood for TSP

なお, ここでは簡単のため LS 法が探索の対象とする解集合 (探索空間 (search space) と呼ぶ) を実行可能領域 F とし, 解の評価に目的関数 f を用いるとして説明を行ったが, 必ずしもこれに従う必要はなく, 実行不可能解も含めた探索空間や, 目的関数とは異なる評価関数を用いた方が有効な場合もある (例えば文献 (6) の 2.3, 3.6, 5.8 節参照)。

4. メタヒューリスティクス基本概念

一般に, 解の探索は, 1) 過去の探索の履歴を利用して新たな解を生成する, 2) 生成した解を評価し次の解の探索に必要な情報を取り出す, という操作の反復より成る。このとき, 生成された解のどのような情報を探索履歴として記憶するか, 探索の履歴をどのように利用して新たな解を生成するかによって, よい解を探索する能力が決定されるが, これらに対する様々なアイデアの集合がメタヒューリスティクスであるといえる。

上記の 2 つのステップの最も基本的な形が局所探索法である。局所探索法は, 優良な解を見つける高い能力を有している。これを局所探索法の改善力と呼ぶ。ほとんどのメタヒューリスティクスは, 局所探索法の強い改善力を原動

力にしている。また、メタヒューリスティクスの多くは、「よい解どうしは似通った構造を持っている」という概念に基づいて設計されている。この概念は、proximate optimality principle (POP と記す) と呼ばれる。すなわち、POP が成立していれば、よい解と似通った解の中によりよい解が見つかる可能性が高い。例えば、巡回セールスマン問題においては、よい解には共通して含まれる巡回路の枝が非常に多いことが知られているので、POP が成立しているといえる。

メタヒューリスティクスにおいては、局所探索の反復によってよい解をいくつか求めた後、それらと似通った構造を持つ解を集中的に探索することによって、局所最適解の周辺に潜んでいるよりよい解を発見しようとする方法がしばしば用いられる。このように、局所探索法の改善力と POP に基づいてよい解の近くを集中的に探索しようとする考え方は、探索の集中化 (intensification) と呼ばれ、メタヒューリスティクスの基本原理の一つである。なお、局所探索法は、現在の解の近くに改善解が存在すればそれに移動する操作を反復するので、それ自身よい解の周辺を集中的に探索する手法の一つと捉えることができる。すなわち、局所探索法の改善力自体も POP が原動力になっている。

一方、似通った構造の解を探索することに力を入れすぎると、同じ解を何度も探索してしまつて、無駄が多くなる恐れもある。そのような場合には、これまで生成してきた解とは構造の異なる解を生成することも必要である。この考え方は探索の多様化 (diversification) と呼ばれ、メタヒューリスティクスのもう一つの基本原理である。これらの互いに相反する動作を如何にバランスよく組込むかがメタヒューリスティクスの成功の秘訣といえる。

さて、ここで、探索のイメージを分かりやすく説明するため、 x を 1 次元の整数値をとる変数とし、解の評価値が図 4 のような関数で与えられる場合を考える。なお、実際の探索空間はこれほど単純ではなく、このような図の上でイメージするような理想的な動作を実現するのは一般には容易でないことを断っておく。この探索空間において、近傍を $N_1(x) = \{x' \mid |x' - x| \leq 1\}$ 、すなわち図中 x に隣り合う 2 点とすると、局所探索法の探索は、図の矢印のように進行する。評価関数が凸ならば、局所探索法によって大域最適解が求まるが、一般には、図のように局所最適解は多数存在し、探索は局所最適解の一つで停止する。図 4 の解 $x = 4$ は、近傍 $N_1(4) = \{3, 4, 5\}$ の中で評価値が最小となるので、局所最適解である。従って、これら多くの局所最適解の中から、出来るだけよいものを見つけるために、様々な工夫が必要となるのである。

次に、POP の概念を同様の探索空間で考えてみよう。図 5 は POP が成立しない場合、図 6 は POP が成立する場合を表している。POP が成立する場合、過去の探索により得られたよい解の情報を積極的に利用する集中化のアイデアにより、よりよい解を発見できる可能性が高くなるであろうことが直感的に理解できよう。

図 4 探索空間と局所探索法
Fig. 4. Search space and local search

図 5 探索空間と POP (POP が成立しない場合)
Fig. 5. Search space and POP (POP does not hold)

図 6 探索空間と POP (POP が成立する場合)
Fig. 6. Search space and POP (POP holds)

5. メタヒューリスティクスの一般的枠組

4 節に述べたメタヒューリスティクスの捉え方をもう少し具体化するため、以下ではメタヒューリスティクスを

I. 初期解 x を生成する、

II. x を (一般化された) LS 法により改善する、

という 2 つの操作を反復する方法とみなす。II の LS 法の基本的な枠組は 3 節ですでに述べたが、ここではこれをも

もう少し一般化し、以下のように定義する。

LS 法: 与えられた初期解 x から始め、近傍 $N(x)$ 内の解に一定のルールで移動する操作を、終了基準が満たされるまで反復する。

なお、3節で述べた基本的な LS 法をこのような一般的な枠組と特に区別する場合には、単純 LS 法と呼ぶ。LS 法の動作を定めるには、

- A. 近傍 $N(x)$ の定義、
- B. 解の評価法、
- C. 移動戦略、
- D. 終了基準、

を決める必要がある。A は、現在の解の近傍解をどのように生成するかを定める。B は、生成した解 x' のよさを判定する基準を定める。C は、近傍 $N(x)$ 内の解をどのような順序で調べ、どの解に移動するかを定める。最後に、D は、LS 法の探索をいつ終了するかを定める。例えば、単純 LS 法は、B の解の評価に f を、C の移動戦略として $f(x') < f(x)$ ならば $x := x'$ とする方法を、D の終了基準として x が局所最適解（すなわち $f(x') \geq f(x), \forall x' \in N(x)$ ）ならば終了するというルールを採用したものである。

このように考えると、メタヒューリスティクスの主要なアイデアは、上述の I, II-A, II-B, II-C のいずれかに対する工夫であると捉えることが可能である。特に、II-A, II-B, および II-C については、局所最適解からの脱出を如何に実現するかがアイデアの中心である。局所最適解から脱出してその周辺の探索を続行することで、探索の集中化をより高度に実現できるからである。以下では、これらについて概略を説明する。なお、II-D の終了基準、および全体の探索の終了条件は、消費時間量や反復回数に応じて定められることが多い。

I: 初期解の生成 初期解の生成法として最も簡単な方法は、反復ごとにランダムな解を利用することである。これは、アルゴリズムの作成に手間がかからず、また、多数の異なる解を高速に生成できるという利点をもつ。一方、初期解として、ランダムな解ではなく、何らかの方法で質のよい解を求めると、性能の向上が期待できる。例えば、初期解の生成に欲張り法を利用する方法が考えられる。

以上は、反復ごとに過去の探索履歴に関係なく解を生成する方法であるが、初期解生成に、過去の探索で得られたよい解などの情報を利用して、よい解に似通った構造を持つ解を生成するようにすれば、探索の集中化の効果が得られ、性能の向上が期待できる。このように、探索履歴に応じて初期解を生成する方法は、総称して適応的多スタート法 (adaptive multi-start strategy) と呼ばれる。

II-A: 近傍 問題構造をうまく取り入れた近傍を定義すると、探索空間において POP の効果が期待できるので、近傍の設計はきわめて重要である。また、近傍の大きさも重要なポイントである。通常は大きな近傍を用いることで 1 回の単純 LS 法による解の精度は向上する。小さな近傍の局所最適解であっても大きな近傍のもとでは局所最適でな

くなる可能性が高いので、近傍を大きくすることは、小さな近傍のもとでの局所最適解からの脱出法の一つと捉えることもできる。例えば、1 次元の探索空間に対して、近傍に $N_1 = \{x' \mid |x' - x| \leq 1\}$ と $N_2 = \{x' \mid |x' - x| \leq 2\}$ を用いると、図 7 に示すように、 N_1 に関する局所最適解の多くが N_2 では局所最適でなくなる（破線で示すような改善解への移動が可能）。このような効果により、得られる解の精度は平均的に向上する。ただし、近傍を大きくす

図 7 N_1 および N_2 に関する局所最適解（破線の矢印は N_2 における改善解への移動を表す）

Fig. 7. Locally optimal solutions with respect to N_1 and N_2 (dashed lines represent moves to improved solutions in N_2)

ると、近傍内を探索するための計算時間が大きくなってしまいうので、近傍の設計には解の精度と計算時間のトレードオフが重要となる。

II-B: 解の評価 解の評価には、本来の目的関数 f を用いるのが最も簡単であるが、探索をスムーズに行うために、問題構造に応じた様々な変形を加えることもある。また、探索が局所最適解に到達した時点で、現在の局所最適解の評価値が他と比べて悪くなるように評価関数を変形することで、現在の解を局所最適でなくし、局所最適解からの脱出を計るというアイデアもある。図 8 に、1 次元の探索空間において、評価関数に変形を加えることで局所最適解から脱出する様子を示す。図は、前回の探索で得られた局所最適解 x_A の評価値を大きくすることで、新しい評価の下では x_A が局所最適でなくなり、 x_A からの探索がさらに続行して x_A よりもよい解を発見する様子を表している。なお、評価関数に変形を加えると、一つの解だけでなく、その周囲の解の評価値も連動して変化する。よって、現在の局所最適解をなくすことはできても、通常は他の解が新たに局所最適解になってしまうので、このような変形を繰り返しても、探索空間を単一の局所最適解をもつ形に変形することは困難である。

II-C: 移動戦略 最も単純なルールは、常に改善解に移動するというもので、この場合、1) 改善解が見つければすぐに移動する、2) 近傍内の最良解に移動する、等の方法がよく用いられる。一方、改悪解への移動も許すことで局所

図 8 評価関数の変形による局所最適解からの脱出
Fig. 8. Escaping from a locally optimal solution by changing the evaluation function

最適解からの脱出を計ることができる (図 9)。ただし、常に改善解に移動する場合は同じ解を何度も繰り返し訪れる (サイクリングと呼ぶ (図 10)) 心配はないが、改悪解への移動も許す場合はこの現象を回避する工夫を加える必要がある。このため、探索にランダム性を加えとか、最近探索した解への逆戻りの移動を記憶しておいてそれらを禁止するなどの方法が考えられている。

図 9 改悪解への移動による局所最適解からの脱出
Fig. 9. Escaping from a locally optimal solution by allowing moves to worse solutions

図 10 探索のサイクリング
Fig. 10. Cycling of the search

6. メタヒューリスティクスの実現

5 節で述べたメタヒューリスティクスのステップ I, II-A, II-B, および II-C に対する様々な工夫を具体的に実現するには、各ステップを独立に設計するのではなく、他のステップの特徴を考慮しながら総合的に設計することが必要となる。このように設計された具体的なアルゴリズムが、遺伝アルゴリズム、アニーリング法、タブー探索法などである。以下、代表的なものの概略を述べる。

多スタート局所探索法 複数の初期解に対して単純 LS 法を適用し、得られた最良の解を出力する方法で、メタヒューリスティクスの中では最も古くから広く用いられてきた手法の一つである。初期解は、ランダムに生成する、欲張り法を利用する、などの方法が利用される。

GRASP 法 多スタート局所探索法において、初期解生成を欲張り法にランダム性を加えて行う方法である。欲張り法によって生成される解の候補数は限られているので、ランダム性を加えることによってある程度よい解を多数生成することを狙っている。例えば、巡回セールスマン問題に対する最近傍法にランダム性を加える場合は、次に訪れる街を選ぶ際に、必ず距離が最小のものを選ぶ代わりに、距離が短いもの数個を候補として、その中からランダムに選ぶという方法が考えられる。

反復局所探索法 ステップ I において、過去の探索で得られた最良解 (またはそれに準ずる解) にランダムな変形を加えたものを初期解として単純 LS 法を行う方法であり、適応的多スタート法の一種である。解のランダムな変形には、近傍の中から解をランダムに選ぶ方法がしばしば利用される。その際、単純 LS 法に用いた近傍と同じ近傍を用いるとサイクリングが起こる可能性があるもので、異なるものを使う場合が多い。例えば、巡回セールスマン問題に対する LS 法には、主として 2-opt 近傍や 3-opt 近傍が用いられるが、反復局所探索法のランダムな変形には、4-opt 近傍の中から、図 11 に示すように、2-opt 近傍による移動を 2 回繰り返しても到達できないもの (double bridge 操作と呼ばれる) をランダムに選ぶのが効果的とされている。

図 11 TSP における double bridge 操作の例
Fig. 11. An example of the double bridge move for TSP

遺伝アルゴリズム 生物の進化にアイデアを得た方法で、複数の解を保持し、それらを集団として改善していくところに特徴を持つ。現在保持している解集合 P に対し、交叉 (crossover) および突然変異 (mutation) の操作を加え、新

しい解集合 Q を得る。交叉は、2つまたはそれ以上の解を組合せることにより新たな解を生成する操作、突然変異は、1つの解に少しの変形を加えることで新たな解を生成する操作である。そして、 Q のそれぞれを単純 LS 法によって改善したのち、 P と Q から淘汰 (selection) の規則に従って解集合 $P' \subset P \cup Q$ を選択し、 $P := P'$ とする。以上の操作を反復するものである。交叉と突然変異により Q を生成する点を、ステップ I の適応的多スタート法的一种と捉えることができる。なお、 Q への単純 LS 法を省略することもあり (遺伝アルゴリズムはもともと単純 LS 法を組み合わせない形で提案された)、単純 LS 法を加える場合を遺伝的局所探索法と明示することもある。

アニーリング法 ステップ II-C の移動ルールに工夫を加えた方法の一つで、 $N(x)$ 内の各解に、解のよさに応じた遷移確率 (よい解ほど移行し易い) を設定し、それに従って次の解を選ぶ。具体的には、

1. $N(x)$ 内の解をランダムに1つ選び x' とする。
2. x と x' の評価値の差を計算し、 Δ とする (x' が改善解ならば $\Delta > 0$) 。
3. $\Delta \leq 0$ ならば1, そうでなければ $e^{-\Delta/t}$ の確率で $x := x'$ とする。

このように、改善解であっても遷移する確率を与えることにより、局所最適解からの脱出を図るものである。遷移確率は、物理現象の焼きなまし (annealing) にアイデアを借りて、温度と呼ばれるパラメータ t により調整される。温度 t は、通常、探索の初期の段階では高めに設定しておく (すなわち、ランダムな移動が生じやすい)、探索が進むにつれて徐々に小さくしていく。このルールを多少変形した方法として、閾値受理法や大洪水法がある。

タブー探索法 ステップ II-C の移動ルールに工夫を加えた方法の一つで、 $N(x) \setminus (\{x\} \cup T)$ 中の最良の解を次の解として選ぶ。 T はタブーリスト (tabu list, または短期メモリ) と呼ばれ、解のサイクリングを避けるために設けられた解集合である。通常は最近探索した解がそこに含まれるように動的に制御される。その結果、新しい解への移動が強制され、局所最適解からの脱出が実現できるとともに、短い周期のサイクリングを防ぐことができる。タブー探索法では、さらに、特定の変数を変更した頻度や、特定の変数がある値をとり続けた期間の長さなど、探索に伴う解の特徴を記憶しておく (長期メモリと呼ばれる)。長期メモリを用いると、未探索の領域への探索を組入れるなど、様々な工夫が可能となる。

メタヒューリスティクスの実現に関するまとめ 以上、代表的なメタヒューリスティクスを紹介したが、対象とする問題に対して、これらの中からどのアイデアをどのように組み合わせる用いれればよいかについては、はっきりとした答えは見つかっていない。もちろん、問題を解くのに利用できる計算時間や、求められる解の精度に応じて、とるべき戦略は変り得る。メタヒューリスティクスの大きな魅力として、その手軽さが挙げられるが、この観点からは、反

復局所探索法が推奨できると我々は考えている。反復局所探索法の実現は容易であり、しかも計算実験によって多くの問題に対する高い効果が認められているからである。

7. ま と め

メタヒューリスティクスを局所探索法の一般化と捉えることで体系的に整理し、代表的なメタヒューリスティクスのアイデアを紹介した。現在では、メタヒューリスティクスは、大規模な組合せ最適化問題に対処するために不可欠なツールとして広く認知されている。しかし、その理論的性質はほとんど解明されておらず、そのためには斬新なアイデアが必要とされている。メタヒューリスティクスに興味を持たれた方は、文献 (1) (3)~(7) などを参照頂きたい。
(平成 13 年 3 月 23 日受付)

文 献

- (1) E.H.L. Aarts & J.K. Lenstra, eds.: *Local Search in Combinatorial Optimization*, John Wiley & Sons, 1997
- (2) M.R. Garey & D.S. Johnson: *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, Freeman, 1979
- (3) 久保幹雄: "メタヒューリスティクス," in: 室田一雄編, 離散構造とアルゴリズム IV, 近代科学社, 1995, pp. 171-230
- (4) C.R. Reeves, ed., *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, Blackwell Scientific Publications, 1993; re-issued by McGraw-Hill, 1995; (横山隆一・奈良宏一・佐藤晴夫・鈴木昭男・荻本和彦・陳洛南 (訳): モダンヒューリスティクス — 組合せ最適化の最先端手法, 日刊工業新聞社, 1997)
- (5) 柳浦睦憲・茨木俊秀: "組合せ最適化問題に対するメタ戦略について," 電子情報通信学会論文誌, vol. J83-D-I (2000) pp. 3-25
- (6) 柳浦睦憲・茨木俊秀: 組合せ最適化 — メタ戦略を中心として, 朝倉書店, 2001
- (7) M. Yagiura & T. Ibaraki: "Local search," in: P.M. Pardalos & M.G.C. Resende, eds., *Handbook of Applied Optimization*, Oxford University Press (to appear)

柳 浦 睦 憲 (非会員) 1991 年京都大学工学部数理工学科卒。1993 年同大学院修士課程了。1994 年同大学院博士課程中退。同年京都大学助手。2000 年同大学院情報学研究科講師。現在に至る。組合せ最適化問題に対するメタ戦略の研究に従事。著書「組合せ最適化 — メタ戦略を中心として」, 博士 (工学)。

茨 木 俊 秀 (非会員) 1963 年京都大学工学部電気工学科卒。1965 年同大学院修士課程了。1969 年京都大学助手。1973 年同助教授。1983 年豊橋技術科学大学教授。1985 年京都大学工学部数理工学科教授。現在同大学院情報学研究科数理工学専攻教授。Illinois 大学, Waterloo 大学, Simon Fraser 大学, Rutgers 大学, Erasmus 大学等客員。ACM フェロー。組合せ最適化, アルゴリズム, 計算の複雑さ等の研究に従事。著書「アルゴリズムとデータ構造」, 「最適化の手法」, 「Resource Allocation Problems」など。工学博士。