マイクロディスク形誘電体共振器における ホイスピリング・ギャラリー・モードの解析

正 員 青 山 督 (名古屋工業大学)
正 員 山 内 紀 克 (愛知工科大学)

Analysis of Whispering Gallery Mode in Microdisk Dielectric Resonator

Osamu Aoyama, Member (Nagoya Institute of Technology), Norikatsu Yamauchi, Member (Aichi University of Technology)

Whispering gallery modes in dielectric microdisk resonators are high- Q hybrid modes that propagate just inside the edge of microdisks. We derived 6 differential equations of the modes in dielectric disks using 3 dimensional model and cylindrical coordinates. We calculated resonant frequency and axial propagation constant k_z using the iteration method between radial and axial boundary conditions. The resonant frequency was calculated as complex numbers. Imaginary part of this resonant frequency means radiation loss to radial direction. We could analyze effect on Q factor caused by the radiation.

キーワード：誘電体共振器解析 (Dielectric Resonator), マイクロディスク (Microdisk), ホイスピリング・ギャラリー・モード (Whispering Gallery Mode), 複素共振周波数 (Complex Resonant Frequency)

1. ま え が き

マイクロディスク形の導波路、共振器、レーザーは無駄がなく、効率の良い、能動・受動のデバイスを実現するための重要な光電子工学のデバイスである。この共振モードに、全反射現象により境界面円周に沿う形で誘導される進行波を用いた高い Q を持つホイスピリング・ギャラリー・モード (WGM, Whispering Gallery Mode) がある。誘電体共振器中を伝わる波は電界も磁界も進行方向成分を持っているハイブリッド・モードである。従来の WGM の解析では、たとえば側壁を直線の境界にした等角写像を用い、ディスクの軸方向の伝搬定数 k_z を 0 と置いているが⁽¹⁾、このとき対象にしている構造は数学的にはディスク構造ではなく、円筒構造になる。そのモードはハイブリッド・モードではなく、TM モードと TE モードが独立に現れる。

本論文では、円筒座標を用いてディスク形誘電体共振器モードの電磁界成分の間に成立すべき 6 個の微分方程式を導出する。厚さ d を考慮し k_z の具体的数値を示し、また複素共振周波数 ω を導入することにより半径方向の放射を考慮し、より実物に近いモデルでの WGM の電磁界と半径方向の放射の Q 値への効果を解析する。

2. ディスク内部及びディスク周りの電磁界成分

〈2・1〉一般式の導出 ディスク構造を図 1 に示す。ディスク周辺の領域を図 2 の様に考える。円筒座標系 (r, θ, z)

図 1 マイクロディスクと円筒座標
Fig. 1. Microdisk and cylindrical coordinates

図 2 ディスク周辺の領域
Fig. 2. Region numbers of divisions around disk

を用いると、スカラー波動方程式の根 Ψ を、

$$\Psi = f(r, \theta) \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} (k_z z + \varphi) e^{j\omega t} \dots\dots\dots (1)$$

と置けば、 f が満足する式は、

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) \right] + (-k_z^2 + k^2) f = 0 \quad \cdots (2)$$

となる。ここで、 φ は任意の定位相、 k は伝搬する媒質中の波数である。

$$f = R(r) \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} (n\theta + \phi) \quad \cdots (3)$$

とおく。ここで、 n は方位角の伝搬定数で整数、 ϕ は任意の定位相である。すると、式 (2) は、

$$r^2 \frac{d^2}{dr^2} R + r \frac{d}{dr} R + [(-k_z^2 + k^2) r^2 - n^2] R = 0 \quad \cdots (4)$$

となる。

$$\xi = \sqrt{-k_z^2 + k^2} \cdot r \quad \cdots (5)$$

により、変数 ξ を定義すれば、

$$\xi^2 \frac{d^2}{d\xi^2} R(\xi) + \xi \frac{d}{d\xi} R(\xi) + (\xi^2 - n^2) R(\xi) = 0 \quad \cdots (6)$$

となり、これはベッセルの微分方程式になる。よって、

$$\Psi^E = U_n^E(\xi) \cos(n\theta + \phi) \cos(k_z z + \varphi) \quad \cdots (7)$$

$$\Psi^H = U_n^H(\xi) \sin(n\theta + \phi) \sin(k_z z + \varphi) \quad \cdots (8)$$

$$U_n^E(\xi) = A J_n(\xi) + B Y_n(\xi) \quad \cdots (9)$$

$$U_n^H(\xi) = C J_n(\xi) + D Y_n(\xi) \quad \cdots (10)$$

となる。ここで、 A, B, C, D は定数、 $J_n(\xi)$ は第 1 種ベッセル関数、 $Y_n(\xi)$ は第 2 種ベッセル関数である。また、添字の E, H は本来、電磁界分布を考えた結果決定されるのであるが、分かり易いように遡ってすべての式に用いた。

誘電体共振器を伝わる波はハイブリッド・モードであるから、電磁界の各成分とも 2 つの Ψ から求まる要素をあわせ、⁽²⁾ 整理すると、

$$E_{zi} = (-k_z^2 + k_i^2) U_{ni}^E(\xi_i) \times \cos(n\theta + \phi) \cos(k_z z + \varphi) \quad \cdots (11)$$

$$H_{zi} = (-k_z^2 + k_i^2) U_{ni}^H(\xi_i) \times \sin(n\theta + \phi) \sin(k_z z + \varphi) \quad \cdots (12)$$

$$E_{ri} = \left[-k_z \sqrt{-k_z^2 + k_i^2} U_{ni}^{E'}(\xi_i) - j\omega \frac{n\mu_0}{r} U_{ni}^H(\xi_i) \right] \times \cos(n\theta + \phi) \sin(k_z z + \varphi) \quad \cdots (13)$$

$$E_{\theta i} = \left[\frac{nk_z}{r} U_{ni}^E(\xi_i) + j\omega \mu_0 \sqrt{-k_z^2 + k_i^2} U_{ni}^{H'}(\xi_i) \right] \times \sin(n\theta + \phi) \sin(k_z z + \varphi) \quad \cdots (14)$$

$$H_{ri} = \left[-j\omega \frac{n\epsilon_i}{r} U_{ni}^E(\xi_i) + k_z \sqrt{-k_z^2 + k_i^2} U_{ni}^{H'}(\xi_i) \right] \times \sin(n\theta + \phi) \cos(k_z z + \varphi) \quad \cdots (15)$$

$$H_{\theta i} = \left[-j\omega \epsilon_i \sqrt{-k_z^2 + k_i^2} U_{ni}^{E'}(\xi_i) + \frac{nk_z}{r} U_{ni}^H(\xi_i) \right] \times \cos(n\theta + \phi) \cos(k_z z + \varphi) \quad \cdots (16)$$

となる。ここで、添字 i は図 2 に示す領域の番号 (1 または 2) であり、 $'$ は ξ についての微分である。

〈2・2〉 ディスク内の電磁界成分 ディスク内部、すなわち領域 1 における電磁界成分は、 $r = 0$ での有界条件より、

$$B_1 = 0, D_1 = 0 \quad \cdots (17)$$

であるから、式 (11)~(16) において、

$$U_{n1}^E = A_1 J_n(\xi_1) \quad \cdots (18)$$

$$U_{n1}^H = C_1 J_n(\xi_1) \quad \cdots (19)$$

としたものとなる。

〈2・3〉 ディスク周りの電磁界成分 ディスクの周り、すなわち領域 2 における電磁界成分は、 $r \rightarrow \infty$ での放射条件より、

$$B_2 = -jA_2, D_2 = -jC_2 \quad \cdots (20)$$

であるから、式 (11)~(16) において、

$$U_{n2}^E = A_2 H_n^{(2)}(\xi_2) \quad \cdots (21)$$

$$U_{n2}^H = C_2 H_n^{(2)}(\xi_2) \quad \cdots (22)$$

としたものとなる。

3. ディスクの上下の電磁界成分

$z \rightarrow \pm\infty$ でエバネッセント波となる界は、 z 方向のフィールドの変化を $Z(z)$ とすると、TM 波成分では、

$$Z(z) = \begin{cases} \exp(\gamma_4 z) & (z < 0) \\ \cos(k_z z + \varphi) & (0 < z < d) \\ \exp[\gamma_3(z-d)] & (z > d) \end{cases} \quad \cdots (23)$$

TE 波成分では、

$$Z(z) = \begin{cases} \exp(\gamma_4 z) & (z < 0) \\ \sin(k_z z + \varphi) & (0 < z < d) \\ \exp[\gamma_3(z-d)] & (z > d) \end{cases} \quad \cdots (24)$$

で表される。 γ_3, γ_4 はそれぞれ領域 3、領域 4 における z 方向の減衰定数で $\gamma_3 < 0, \gamma_4 > 0$ である。

領域 3, 4 では有界条件より、

$$B_3 = 0, D_3 = 0, B_4 = 0, D_4 = 0 \quad \cdots (25)$$

であり、その電磁界成分は、式 (7)、(8) の $\cos(k_z z + \varphi)$ 、 $\sin(k_z z + \varphi)$ を、 $\exp\left(\begin{matrix} [\gamma_3(z-d)] \\ (\gamma_4 z) \end{matrix}\right)$ と置き直すと得られ、

$$E_{zi} = (\gamma_i^2 + k_i^2) A_i J_n(\xi_i) \times \cos(n\theta + \phi) \exp\left(\frac{[\gamma_3(z-d)]}{(\gamma_4 z)}\right) \dots\dots\dots (26)$$

$$H_{zi} = (\gamma_i^2 + k_i^2) C_i J_n(\xi_i) \times \sin(n\theta + \phi) \exp\left(\frac{[\gamma_3(z-d)]}{(\gamma_4 z)}\right) \dots\dots\dots (27)$$

$$E_{ri} = \left[\gamma_i \sqrt{\gamma_i^2 + k_i^2} A_i J_n'(\xi_i) - j\omega \frac{n\mu_0}{r} C_i J_n(\xi_i) \right] \times \cos(n\theta + \phi) \exp\left(\frac{[\gamma_3(z-d)]}{(\gamma_4 z)}\right) \dots\dots\dots (28)$$

$$E_{\theta i} = \left[-\frac{n\gamma_i}{r} A_i J_n(\xi_i) + j\omega \mu_0 \sqrt{\gamma_i^2 + k_i^2} C_i J_n'(\xi_i) \right] \times \sin(n\theta + \phi) \exp\left(\frac{[\gamma_3(z-d)]}{(\gamma_4 z)}\right) \dots\dots\dots (29)$$

$$H_{ri} = \left[-j\omega \frac{n\varepsilon_i}{r} A_i J_n(\xi_i) + \gamma_i \sqrt{\gamma_i^2 + k_i^2} C_i J_n'(\xi_i) \right] \times \sin(n\theta + \phi) \exp\left(\frac{[\gamma_3(z-d)]}{(\gamma_4 z)}\right) \dots\dots\dots (30)$$

$$H_{\theta i} = \left[-j\omega \varepsilon_i \sqrt{\gamma_i^2 + k_i^2} A_i J_n'(\xi_i) + \frac{n\gamma_i}{r} C_i J_n(\xi_i) \right] \times \cos(n\theta + \phi) \exp\left(\frac{[\gamma_3(z-d)]}{(\gamma_4 z)}\right) \dots\dots\dots (31)$$

となる。ここで、添字 i は図 2 に示す領域の番号 (3 または 4) である。

ξ_3, ξ_4 は、 r の関数であるが、ある r に対して、 ξ_1 と同じように変化しなければならないので同一の関数となる。よって、

$$\gamma_3 = -\sqrt{k_1^2 - k_3^2 - k_z^2} \dots\dots\dots (32)$$

$$\gamma_4 = \sqrt{k_1^2 - k_4^2 - k_z^2} \dots\dots\dots (33)$$

となる。

4. 境界条件

〈4・1〉領域 1,2 の境界条件 領域 1 と領域 2 の境界面、すなわちディスクの側壁における境界条件は、 z, θ 成分が連続となることである。この条件は整理すると、次のようになる。

$$(-k_z^2 + k_1^2) J_n(\xi_1^a) A_1 - (-k_z^2 + k_2^2) H_n^{(2)}(\xi_2^a) A_2 = 0 \dots\dots\dots (34)$$

$$(-k_z^2 + k_1^2) J_n(\xi_1^a) C_1 - (-k_z^2 + k_2^2) H_n^{(2)}(\xi_2^a) C_2 = 0 \dots\dots\dots (35)$$

$$\frac{nk_z}{a} J_n(\xi_1^a) A_1 + j\omega \mu_0 \sqrt{-k_z^2 + k_1^2} J_n'(\xi_1^a) C_1 - \frac{nk_z}{a} H_n^{(2)}(\xi_2^a) A_2 - j\omega \mu_0 \sqrt{-k_z^2 + k_2^2} H_n^{(2)'}(\xi_2^a) C_2 = 0 \dots\dots\dots (36)$$

$$-j\omega \varepsilon_1 \sqrt{-k_z^2 + k_1^2} J_n'(\xi_1^a) A_1 + \frac{nk_z}{a} J_n(\xi_1^a) C_1 + j\omega \varepsilon_2 \sqrt{-k_z^2 + k_2^2} H_n^{(2)'}(\xi_2^a) A_2 - \frac{nk_z}{a} H_n^{(2)}(\xi_2^a) C_2 = 0 \dots\dots\dots (37)$$

ここで、 r の関数 $\xi_i(r)$ とこれに $r = a$ を代入したものを区別するために後者を ξ_i^a と表記する。式 (34)~(37) を整理すると、

$$\mathbf{M}_{12} \begin{pmatrix} A_1 \\ C_1 \\ A_2 \\ C_2 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \dots\dots\dots (38)$$

となり、 A_1, C_1, A_2, C_2 が自明でない解を持つための必要十分条件は、行列 $\mathbf{M}_{12}$ の行列式 $\det \mathbf{M}_{12}$ が 0 となることであるから、

$$\begin{aligned} \det \mathbf{M}_{12} &= \left(\frac{nk_z}{R} \right)^2 (k_1^2 - k_2^2)^2 J_n^2(\xi_1^a) H_n^{(2)2}(\xi_2^a) \\ &\quad - \omega^2 \mu_0 (-k_z^2 + k_1^2) (-k_z^2 + k_2^2) \\ &\quad \times \left\{ \varepsilon_1 (-k_z^2 + k_2^2) J_n'^2(\xi_1^a) H_n^{(2)2}(\xi_2^a) \right. \\ &\quad - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \sqrt{-k_z^2 + k_1^2} \sqrt{-k_z^2 + k_2^2} \\ &\quad \times J_n(\xi_1^a) J_n'(\xi_1^a) H_n^{(2)}(\xi_2^a) H_n^{(2)'}(\xi_2^a) \\ &\quad \left. + \varepsilon_2 (-k_z^2 + k_1^2) J_n^2(\xi_1^a) H_n^{(2)2}(\xi_2^a) \right\} \\ &= 0 \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

となる。

〈4・2〉領域 1,3、領域 1,4 の境界条件 領域 1 と領域 3、領域 1 と領域 4 の境界面、すなわちディスクの上下面における境界条件は、 r, θ 成分が連続となることである。WGM で伝搬する波は、ディスクの側壁に沿って、方位角 θ 方向に進む波であるから、 r 微分は θ 微分に比べて無視できるほど小さい。この条件を式 (13)~(16) に適用し、境界条件を整理すると、固有値方程式、

$$\tan k_z d = \frac{k_z \gamma_4 \varepsilon_1 \varepsilon_3 - k_z \gamma_3 \varepsilon_1 \varepsilon_4}{k_z^2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 + \gamma_3 \gamma_4 \varepsilon_1^2} \quad (\text{for TM mode}) \dots\dots (40)$$

$$\tan k_z d = \frac{k_z \gamma_4 - k_z \gamma_3}{k_z^2 + \gamma_3 \gamma_4} \quad (\text{for TE mode}) \dots\dots (41)$$

を導くことができる。

5. 数値解析

〈5・1〉解析方法 式(39)と式(40), (41)において, 未知数は ω と k_z のみである。適当な k_z を式(39)に与えると ω が求まり, その ω を式(40), (41)に与えると k_z が求まる。これを繰り返すうちにそれぞれ1つの値に定まってゆく逐次代入法を用いる。

ω を複素周波数として求めたが, この実部は共振周波数を表し, 虚部は半径 r 方向の放射損失を表す。ここで,

$$Q = \frac{\text{Re}(\omega)}{2\text{Im}(\omega)} \quad (42)$$

により, 放射損失の Q 値への効果を検討できる。

〈5・2〉解析結果と検討 $k_z = 0$ の場合, 式(38)の行列 M_{12} は A_1, A_2 に関する2行2列, C_1, C_2 に関する2行2列の独立な2つの行列に分けられ, それぞれ A_{12}, C_{12} と表記する。 $\det A_{12} = 0$ を解いて得られる共振モードは A_1, A_2 を含む成分, すなわち E_z, H_r, H_θ のみを持つTMモードである。逆に $\det C_{12} = 0$ を解いて得られるモードはTEモードとなり, これらのモードは交互に現れる。このときモードは回転方向の伝搬定数 n と半径方向の電磁界による次数 l ($l = 0, 1, 2, \dots$ で表す)の2つのモード次数で区別できる。 n は回転方向の定在波の数, l はベッセル関数のディスク内の零点の数である。

k_z が値を持つ場合, 1つのモードにおいて6つの電磁界成分はすべて存在する。そのモードは, n, l とさらに軸方向の電磁界分布によって区別されるが, 本論文ではこの軸方向に対しては最低次モードのみに注目して議論していくので, モード次数を n, l の順に並べ, $[n, l]$ と表す。⁽³⁾ モードはTM波成分が主となるハイブリッドモード(EHモード), TE波成分が主となるハイブリッドモード(HEモード)が交互に現れる。様々なモードの共振周波数 f , 共振波長 λ と軸方向伝搬定数 k_z を図3に示す。このうちEH[10,0], EH[10,1], EH[10,2]モードの半径 r に対する最大値を1として正規化した $|E|$ を図4に示す。半径方向のモード次数 l に関して高次になるほど電磁界は中心の方へ広がっていき, 最大値をとるピークは中心側へ移る。すなわち, 最低次 $[n, 0]$ モードがディスクのすぐ内側のみに電磁界が存在する, 基本のWGMとなる。解析ではこの基本WGMを対象とする。図5は基本WGMの半径に対する各伝搬定数を示したものである。ここで,

$$k_r = \sqrt{k^2 - k_\theta^2 - k_z^2} \quad (43)$$

$$k_\theta = \frac{n}{r} \quad (44)$$

である。

電磁界はほとんどディスク内に閉じ込められるので, 周辺の領域への電磁界の漏れは少ない。特に, 領域5にはほとんどない。本論文では解析を簡単化するため, この領域5を完全に無視して考える。この近似方法は従来のスラブ

導波路⁽⁴⁾, 誘電体矩形導波路⁽⁵⁾の解析に用いられる近似を拡張したものである。

これよりシミュレーションに用いたマイクロディスクの

図3 WGMの共振周波数と軸方向伝搬定数
Fig. 3. Resonant frequency and axial propagation constants of WGM
 $a = 5.0\mu\text{m}, d = 5.0\mu\text{m}, n_1 = 3.5, n_2 = n_3 = n_4 = 1.0$

図4 ディスクの半径に対する電界の様子
Fig. 4. Electric field for radius of disk
These values are divided by each maximum value to normalize.
 $a = 5.0\mu\text{m}, d = 5.0\mu\text{m}, n_1 = 3.5, n_2 = n_3 = n_4 = 1.0$

図5 ディスクの半径に対する伝搬定数
Fig. 5. Propagation constants for radius of disk
These values are divided by k_1 to normalize.
 $a = 5.0\mu\text{m}, d = 5.0\mu\text{m}, n_1 = 3.5, n_2 = n_3 = n_4 = 1.0$

モデルは、 $n = 10, n_1 = 3.5, n_2 = n_3 = n_4 = 1.0$ とし、ディスクが真空中に浮かんだ状態を想定した。半径 a と厚

さ d を変化させた場合の EH[10,0], HE[10,0] モードの共振周波数 f , z 軸方向の伝搬定数 k_z , 放射損失 $\text{Im}(\omega)$ によるクオリティ・ファクター Q の変化の様子を調べる。

まず、半径 a を変化させたときの基本 WGM について、

図 6 ディスクの半径に対する共振周波数
Fig. 6. Resonant frequency for normalized radius of disk
 $d = 5.0\mu\text{m}, n_1 = 3.5, n_2 = n_3 = n_4 = 1.0$

図 7 ディスクの半径に対する軸方向伝搬定数
Fig. 7. Axial propagation constants for normalized radius of disk
 $d = 5.0\mu\text{m}, n_1 = 3.5, n_2 = n_3 = n_4 = 1.0$

図 8 ディスクの半径に対する Q
Fig. 8. Q factor for normalized radius of disk
 $d = 5.0\mu\text{m}, n_1 = 3.5, n_2 = n_3 = n_4 = 1.0$

図 9 ディスクの厚さに対する共振周波数
Fig. 9. Resonant frequency for normalized thickness of disk
 $a = 5.0\mu\text{m}, n_1 = 3.5, n_2 = n_3 = n_4 = 1.0$

図 10 ディスクの厚さに対する軸方向伝搬定数
Fig. 10. Axial propagation constants for normalized thickness of disk
 $a = 5.0\mu\text{m}, n_1 = 3.5, n_2 = n_3 = n_4 = 1.0$

図 11 ディスクの厚さに対する Q
Fig. 11. Q factor for normalized thickness of disk
 $a = 5.0\mu\text{m}, n_1 = 3.5, n_2 = n_3 = n_4 = 1.0$

f , k_z , Q の変化を図 6～図 8 に示す。このとき、ディスクの厚さ d は $5.0\mu\text{m}$ とした。半径はディスク内における波長 λ_1 により正規化してある。ディスクの半径が大きくなるほど、共振周波数が小さくなることが示された。 n に関して同次の EH モード、HE モードの共振周波数 f は近い値をとる。2つのモードの k_z は同じオーダーの値をとるがそれぞれの傾きにはかなりの差がある。これは、 k_z を求める際に用いた固有値方程式の違いによる。ディスクの半径を大きくするほど、 Q 値が高くなることが示された。

次にディスクの厚さ d を変化させたときの基本 WGM について、 f , k_z , Q の変化を図 9～図 11 に示す。このとき、ディスクの半径 a は $5.0\mu\text{m}$ とした。厚さはディスク内における波長 λ_1 により正規化してある。ディスクが薄くなるほど、共振周波数が大きくなり、 k_z は指数関数的に増加する。 k_z を 0 で近似することは、対象の構造がディスクではなく、軸方向に無限の円筒になる。対象になるディスクが薄ければ薄いほど、この近似を用いて予測した共振周波数は実際のものとは異なってくる。また、ディスクが薄くなるほど、 Q 値が高くなることが示された。

以上より、対象としている構造が理想的なディスク構造、すなわち半径 a に対して、厚さ d が小さいほど、放射損失は小さくなり、それによる Q 値への効果は小さくなることがわかった。半径 a を固定し厚さ d を小さくすると、 k_z は大きくなり、 ξ が小さめに評価される。放射損失となる、半径方向無限遠方で振動し半径方向に進む波となることを表す第 2 種ベッセル関数は、この ξ の関数であるから、 ξ が小さくなると、放射損失は小さくなるのである。また、厚さ d を固定し半径 a を大きくしたときは、半径の変化に対して、 k_z による変化が小さくなるため、全体として ξ は半径の変化に比例するのである。

6. あとがき

本論文は、ディスク形誘電体共振器における WGM の電磁界成分の間に成立すべき 6 つの微分方程式を導出し、ディスクの側壁における境界条件とディスクの上下面における境界条件から導いた非線形な 2 つの方程式に交互に値を返す逐次代入法により、2 つの未知数、共振周波数と軸方向伝搬定数を求め、複素共振周波数を決定し、これを用いて半径方向の放射損失が Q 値に及ぼす効果を検討した。軸方向の伝搬定数を 0 と近似すると、電磁界の関数は z の関数ではなく、2 次元モードとなり、電磁界は z 方向に均一となる。数学的には z 方向に無限に長い円筒内部で z 方向に均一なモードが対象となる。そのモードはハイブリッド・モードではなく、TM モードと TE モードが交互に現れることになる。本論文では厚さを考慮し、その軸方向伝搬定数を決定し、TM 波の成分、TE 波の成分が主となる 2 つの EH モード、HE モードが交互に現れる実際に近いモードでの解析が出来、 Q への厚さの影響は数値解析の上でも証明された。解析ではかなり高いオーダーの Q 値が示されたが、これは上下境界面からの軸方向へのエネルギーの放

射を含めた損失を考慮していない結果である。誘電体共振器のモードの基本的な解析は、複雑な境界条件を様々な近似を用いて少しずつアプローチする、より実物に近い形の解析方法に発展させることが必要である。

(平成 13 年 10 月 4 日受付、同 14 年 4 月 9 日再受付)

文 献

- (1) L. Djaloshinski and M. Orenstein, "Disk and ring microcavity lasers and their concentric coupling," IEEE J. of Quantum Electron., vol.35, no.5, pp.737-744, (1999).
- (2) Julius Adams Stratton, "Electromagnetic Theory," McGRAW-HILL BOOK COMPANY, INC., (1941).
- (3) Mee Koy Chin, Daniel Y. Chu, and Seng-Tiong Ho, "Estimation of the spontaneous emission factor for microdisk lasers via the approximation of whispering gallery modes," J. Appl. Phys., vol.75, no.7, pp.3302-3307, (1994).
- (4) D. Marcuse, "Theory of Dielectric Optical Waveguides, 2nd ed.," ACADEMIC PRESS, INC., (1991).
- (5) Mitsunobu Miyagi, Shigeo Nishida, "Bending losses of dielectric rectangular waveguides for integrated optics," J. Opt. Soc. Am., vol.68, no.3, pp.316-319, (1977).
- (6) L. Djaloshinski and M. Orenstein, "Coupling of concentric semiconductor microring lasers," Optics Letters, vol.23, no.5, pp.364-366, (1998).
- (7) N. C. Frateschi and A. F. Levi, "Resonant modes and laser spectrum of microdisk lasers," Appl. Phys. Lett., vol.66, no.22, pp.2932-2934, (1995).
- (8) S. L. McCall, A. F. J. Levi, R. E. Slusher, S. J. Pearton, and R. A. Logan, "Whispering-gallery mode microdisk lasers," Appl. Phys. Lett., vol.60, no.3, pp.289-291, (1992).
- (9) T. Krauss, P. J. R. Laybourn, and J. Roberts, "CW operation of semiconductor ring lasers," Electron. Lett., vol.26, no.25, pp.2095-2097, (1990).
- (10) Bing-Jing Li and Pao-Lo Liu, "Numerical analysis of the whispering gallery modes by the finite-difference time-domain method," IEEE J. of Quantum Electron., vol.32, no.9, pp.1583-1587, (1996).
- (11) Milton Abramowitz and Irene A. Stegun, "Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables," DOVER PUBLICATIONS, INC. (1968)

青 山 督 (正員) 1977 年 10 月 2 日生まれ。2000 年名古屋工業大学電気情報工学科卒。2002 年 3 月同大学院電気情報工学専攻博士前期課程了。現在、ヤマザキマザック株式会社勤務。

山 内 紀 克 (正員) 1939 年 3 月 12 日生まれ。1966 年 3 月名古屋大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程了。同年 4 月名古屋工業大学助手。同大学助教授、教授を経て、2001 年 4 月から愛知工科大学教授、現在に至る。工学博士。集積光学、半導体レーザの理論的研究に従事。電子情報通信学会会員。